Если $\widehat{P}(t)=(i\hbar)^{-1}\widehat{\mathscr{H}}_i^0(t)$ (см. (3)) и $\widehat{R}(0)=\widehat{1}$, то $\widehat{R}(t)$ представляет собой оператор рассеяния (4), причем

$$\widehat{R}(t)=\exp\left(-\frac{1}{\hbar}\int_0^t \widehat{\mathscr{H}}_i^0(t')dt'\right)\cdot\exp\left(-\frac{1}{2\hbar^2}\int_0^t dt'\int_0^{t'} dt''\,[\widehat{\mathscr{H}}_i^0(t'),\ \widehat{\mathscr{H}}_i^0(t'')]\right). \tag{2.6}$$

В силу (2.1) второй сомножитель в (2.6) можно опустить, поскольку во все окончательные выражения $\widehat{R}(t)$ входит только в комбинациях с $\widehat{R}^+(t)$ вида $\widehat{R}\widehat{Q}\widehat{R}^+$ либо $\widehat{R}^+\widehat{Q}\widehat{R}$, а $[\widehat{\mathscr{H}}_1^0(t'),\ \widehat{\mathscr{H}}_1^0(t'')]$ — антиэрмитов оператор.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Хелстром К. Квантовая теория проверки гипотез и оценивания. М., 1979, с. 128. [2] Caves C. M. Phys. Rev. D, 1981, 23, p. 1693. [3] Халили Ф. Я. Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон., 1983, 24, № 3, с. 17. [4] Брагинский В. Б. Физические эксперименты с пробными телами. М., 1970. [5] Брагинский В. Б., Воронцов Ю. И. УФН, 1974, 114, с. 41. [6] Люиселл У. Излучения и шумы в квантовой электронике. М., 1972, с. 149.

Поступила в редакцию
21.03.84

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1985, Т. 26, № 3

УДК 539.12.01:539.124

ТЕМПЕРАТУРНЫЙ СДВИГ МАССЫ ЭЛЕКТРОНА В ПОСТОЯННОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В. Ч. Жуковский, П. Г. Мидодашвили, П. А. Эминов

(кафедра теоретической физики)

1. **Введение.** Температурные эффекты в квантовой теории поля широко обсуждаются в литературе. В работах [1—2] рассматривалась возможность восстановления спонтанно-нарушенной симметрии в механизме Хиггса при высоких температурах. Температурные эффекты могут играть важную роль (см., например, [3]) при рассмотрении ряда астрофизических и космологических проблем. В работах [4—6] развивается концепция «нагретого вакуума» и его влияние на сдвиг массы свободного электрона.

В настоящей работе вычисляется сдвиг энергии электрона, движущегося в постоянном внешнем магнитном поле на фоне «температурного вакуума».

2. **Температурный сдвиг массы электрона в постоянном магнитном поле.** Обобщением недавно предложенного в работах [5—7] определения сдвига массы электрона при конечных температурах в случае наличия постоянного поля является следующее выражение для сдвига энергии частицы:

$$\Delta E_\beta=\frac{1}{Vt}S_{nn}.$$

В низшем порядке по полю излучения S_{nn} определяется формулой

$$S_{nn}=\int\bar{\psi}_n(x')\,S_T(x',\ x'')\,\psi_n(x'')\,d^4x'\,d^4x''. \tag{1}$$

Здесь $\psi_n(x)$ — волновая функция электрона в постоянном магнитном поле $\mathbf{H} \| Oz$, а $S_T(x', x'')$ — массовый оператор электрона из временных гриновских функций в магнитном поле при конечной температуре.

Пользуясь тем, что в постоянном внешнем поле $S_T(x', x'') = S_T(t'-t''=\tau, \mathbf{x}', \mathbf{x}'')$, из (1) получим

$$S_{nn} = \frac{e^2}{2\pi} \int d\mathbf{r}'\, d\mathbf{r}''\, d\omega \{\bar{\psi}(\mathbf{r}'') [n_Б(\omega) \gamma_\mu G^R(E_n-\omega, \mathbf{r}', \mathbf{r}'') \gamma_\mu [D^R(\omega, \mathbf{r}', \mathbf{r}'') - D^A(\omega, \mathbf{r}', \mathbf{r}'')] - n_Ф(\omega) \gamma_\mu [G^R - G^A] \gamma_\mu D^R(\omega, \mathbf{r}' \mathbf{r}'')] \psi(\mathbf{r}') + S^0_{nn}\}. \quad (2)$$

Здесь $G^R(D^R)$ и $G^A(D^A)$ — запаздывающая и опережающая температурные функции Грина электрона (фотона) в магнитном поле в представлении реального времени, а $n_Ф(\omega)$ и $n_Б(\omega)$ — распределения Ферми и Бозе соответственно.

Последнее слагаемое в фигурных скобках формулы (2) соответствует случаю $T=0$ и в дальнейшем опускается нами (см., например, [8]). Отметим только, что в представлении реального времени температурная часть сдвига энергии автоматически отделяется от радиационного сдвига энергии при $T=0$ и не содержит расходимостей.

Температурная часть S_{nn} в (2) может быть выражена через массовый оператор в представлении мнимого времени. Рассмотрим для этого следующую величину:

$$E_\beta = 2T \int_0^\beta d\tau' \int_0^\beta d\tau'' \int d\mathbf{r}'\, d\mathbf{r}''\, e^{iE_l\tau' - iE_l\tau''} \bar{\psi}(\mathbf{r}') M_\beta(\tau, \mathbf{r}', \mathbf{r}'') \psi(\mathbf{r}''). \quad (3)$$

Здесь $\psi(\mathbf{r})$ — координатная часть волновой функции электрона в постоянном внешнем поле, $M_\beta(\tau, \mathbf{r}', \mathbf{r}'')$ — массовый оператор в представлении мнимого времени, а величина $E_l > 0$ имеет вид

$$E_l = \pi(2l+1)T.$$

Интегрируя (3) по τ' и τ'' в интервале от 0 до $\beta = 1/T$, получим

$$E_\beta = ie^2 T \sum \bar{\psi}(\mathbf{r}'') \gamma_\mu G_\beta(E_l - \omega_n) \gamma_\mu D_\beta(\omega_n) \psi(\mathbf{r}')\, d\mathbf{r}'\, d\mathbf{r}''. \quad (4)$$

Здесь $G_\beta(E_l - \omega_n, \mathbf{r}', \mathbf{r}'')$ и $D_\beta(\omega_n, \mathbf{r}' - \mathbf{r}'')$ — температурные функции Грина электрона и фотона в представлении мнимого времени.

Явный вид $G_\beta(E_l - \omega_n, \mathbf{r}', \mathbf{r}'')$ и $D_\beta(\omega_n, \mathbf{r}', \mathbf{r}'')$ приведем ниже (см. формулы (8) и (10)). Здесь же мы заметим, что в комплексной плоскости особенности G_β и D_β лежат на осях $\mathrm{Re}\, z = E_l$ и $\mathrm{Re}\, z = 0$ соответстственно, что позволяет представить (4) в виде

$$E_\beta = \frac{e^2}{4\pi} \int \bar{\psi}(\mathbf{r}'') \gamma_\mu G_\beta(E_l - z) \gamma_\mu D_\beta(z) \psi(\mathbf{r}')\, d\mathbf{r}'\, d\mathbf{r}''\, dz \,\mathrm{ctg}\, \frac{z}{2T}. \quad (5)$$

Контур интегрирования показан на рис. 1 (см. также [9]). Развернем контуры так, чтобы они проходили вертикально по обоим берегам разрезов $\mathrm{Re}\, z = E_l$ и $\mathrm{Re}\, z = 0$ (рис. 2).

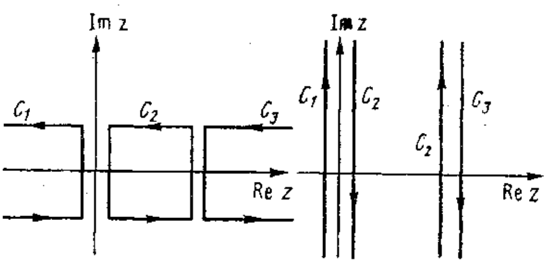

Рис. 1 Рис. 2

Воспользовавшись тем, что в постоянном внешнем поле

$$G_\beta(z,\ \mathbf{r}',\ \mathbf{r}'')=\begin{cases} G^R(iz), & \operatorname{Re} z>0, \\ G^A(iz), & \operatorname{Re} z<0, \end{cases}$$

получим из (5)

$$E_\beta=\frac{e^2}{4\pi}\int d\mathbf{r}'\,d\mathbf{r}''\,d\omega\,\Big\{\operatorname{cth}\frac{\omega}{2T}\,\bar{\psi}(\mathbf{r}'')\,\gamma_\mu G^R(iE_l-\omega)\,\gamma_\mu\,[D^R(\omega)-$$

$$-D^A(\omega)]\,\psi(\mathbf{r}')+\operatorname{th}\frac{\omega}{2T}\,\bar{\psi}(\mathbf{r}'')\,\gamma_\mu\,[G^R(iE_l-\omega)-G^A(iE_l-\omega)]\,\gamma_\mu D^R(\omega)\,\psi(\mathbf{r}')\Big\}. \tag{6}$$

Чисто температурная часть в (6) выделяется обычным образом, т. е. заменой

$$\operatorname{cth}\frac{\omega}{2T}\Rightarrow 2\,\frac{1}{e^{\omega/T}-1},\quad \operatorname{th}\frac{\omega}{2T}\Rightarrow -2\,\frac{1}{e^{\omega/T}+1}. \tag{7}$$

Сравнивая формулы (6), (7) и (2), приходим к выводу, что для вычисления температурного сдвига энергии частицы (2) можно воспользоваться выражением (3), где после проведения суммирования по n необходимо сделать замену $iE_l\Rightarrow E$ (E — энергия электрона в постоянном магнитном поле [11], температурный сдвиг массы которого вычисляется).

Приведем явный вид температурных функций Грина $G_\beta(\tau,\ \mathbf{r}',\ \mathbf{r}'')$ и $D_\beta(\tau,\ \mathbf{r}',\ \mathbf{r}'')$ (см., например, [4, 10]). Функция $G_\beta(\tau,\ \mathbf{r}',\ \mathbf{r}'')$ определяется выражением

$$G_\beta(\tau,\ \mathbf{r}',\ \mathbf{r}'')=T\cdot\Phi(\mathbf{x}',\ \mathbf{x}'')\sum_m\int\frac{d^3p}{(2\pi)^3}\,e^{i\mathbf{p}(\mathbf{x}'-\mathbf{x}'')+i\tau p_m}G(\mathbf{p},\ p_m), \tag{8}$$

где

$$G(\mathbf{p},\ p_m)=i\int ds\exp\left[-is\left(m^2+p_\parallel^2+\frac{\operatorname{tg} z}{z}\,p_\perp^2\right)\right]\frac{e^{i\zeta z}}{\cos z}\left(m-\gamma p_\parallel-\frac{e^{-i\zeta z}}{\cos z}\,\gamma p_\perp\right). \tag{9}$$

В формулах (8) и (9)

$$p_\parallel^2=p_3^2+p_m^2;\ z=seH;\ \gamma p_\parallel=\gamma_3p_3-i\gamma_0p_m;$$

$$p_m=T(2m+1)\pi;\ m=0,\ \pm1,\ \ldots;\ \Phi=\frac{eH}{2}(x_1'-x_1'')(x_2'+x_2'').$$

Свободная гриновская фотонная функция в представлении мнимого времени определяется обычным образом (см., например, [2]):

$$D_\beta(x'-x'')=T\sum_n\int\frac{d^3k}{(2\pi)^3}\,e^{i\mathbf{k}(\mathbf{x}'-\mathbf{x}'')+i\omega_n\tau}D_\beta(k), \tag{10}$$

где
$$D_\beta(k)=\frac{1}{\omega_n^2+k^2},\quad \omega_n=2\pi nT,n=0,\ \pm1,\ \ldots. \tag{11}$$

3. **Случай основного состояния.** Наиболее простой вид формула (3) имеет в случае исследования температурного сдвига энергии основного состояния электрона в магнитном поле. В этом состоянии спин электрона может быть ориентирован только против направления магнитного поля и весь радиационный сдвиг энергии, зависящий от величины на-

пряженности магнитного поля, связан с температурными поправками к аномальному магнитному моменту электрона.

Не ограничивая общности, положим $q_3=0$. Используя далее явный вид $\psi(r)$ (см. [11]), с учетом (10) и (11) из (3) можно получить

$$E_\beta = \frac{\alpha m}{2\pi}\frac{1}{eH}T\sum_n\int\frac{d^3k}{\omega_n^2+k^2}\int_0^\infty dy\cdot\mathrm{ch}\,y e^{-y}\left[2-i\frac{(E_l-\omega_n)}{m}+\right.$$

$$\left.+i\frac{E_l-\omega_n}{m}\,\mathrm{th}\,y\right]\exp\left\{-y\frac{H_0}{H}\left[1+\left(\frac{k_3}{m}\right)^2+\left(\frac{E_l-\omega_n}{m}\right)^2+\left(\frac{k_\perp}{m}\right)^2\frac{\mathrm{sh}\,y}{y}e^{-y}\right]\right\}. \tag{12}$$

Рассмотрим случай относительно слабого магнитного поля, т. е.

$$H\ll H_0=m^2/e=4{,}41\cdot10^{13}\ \text{Гс}.$$

Разлагая (12) по величине $H/H_0\ll1$ и ограничиваясь линейными членами, получим

$$E_\beta=\frac{\alpha m}{2\pi}m^{-2}T\sum_n\int\frac{d^3k}{\omega_n^2+k^2}\left[I_0+\frac{H}{H_0}I_1\right]. \tag{13}$$

Здесь I_0 не содержит зависимости от величины напряженности магнитного поля:

$$I_0=\left(2-i\frac{p_l-\omega_n}{m}\right)\Big/\left(1+\left(\frac{k}{m}\right)^2+\left(\frac{E_l-\omega_n}{m}\right)^2\right),$$

а I_1 определяется следующим выражением:

$$I_1=2\left\{[1-i(p_l-\omega_n)/m]\left[1+(k/m)^2+\left(\frac{p_l-\omega_n}{m}\right)^2\right]^{-2}+\right.$$

$$\left.+\left(\frac{k_\perp}{m}\right)^2[2-i(p_l-\omega_n)/m]\left[1+\left(\frac{k}{m}\right)^2+\left(\frac{p_l-\omega_n}{m}\right)^2\right]^{-3}\right\}.$$

Суммирование по n проводится по формуле

$$-2T\sum_n f(\omega_n)=\pi\sum_i \text{Выч}\left[\mathrm{ctg}\frac{\omega}{2T}f(\omega),\ \omega_i\right] \tag{14}$$

и сводится к вычислению вычетов в точках $\omega=\pm ik$ (бозе-вклад) и $\omega=E_l\pm i\sqrt{k^2+m^2}$ (ферми-вклад).

Проведя в (13) суммирование по n согласно (14) и выделив чисто температурную часть согласно (7), после замены $E_l\Rightarrow -im$ и интегрирования по d^3k получим

$$\frac{\Delta m_\beta}{m}=\alpha\left[\frac{1}{3}\pi\left(\frac{T}{m}\right)^2+\frac{2}{\pi}\left(\frac{T}{m}\right)^2I_0(m\beta)\right]+\frac{\alpha eH}{2m^2}\left[\frac{2\pi}{9}\left(\frac{T}{m}\right)^2+\frac{4}{\pi}I_1(m_\beta)\right]. \tag{15}$$

Здесь

$$I_0(a)=\int_0^\infty dx\frac{x^2-a^2}{(x^2+a^2)^{1/2}}\frac{1}{\exp[(x^2+a^2)^{1/2}]+1},$$

$$I_1(a)=\int_0^\infty x^2dx\left\{\frac{e^y}{(e^y+1)^2y^2}-\frac{a^2}{x^2y^3}\cdot\frac{1}{e^y+1}+\frac{1}{3}\frac{(x^2-a^2)}{y}\left[\frac{1}{a^2x^2(e^y+1)}+\right.\right.$$

$$+\frac{\operatorname{sh} y}{4y^2(1+\operatorname{ch} y)^2}+\frac{3}{2y^4(e^y+1)}+\frac{3}{4y^3(1+\operatorname{ch} y)}\Big]\Big]\Big\}, \quad a=m\beta, \quad y=\sqrt{x^2+a^2}.$$

Первое слагаемое в (15) описывает температурную поправку к массе электрона в отсутствие внешнего поля ($H=0$) и согласуется с результатом работы [5]. Второе же слагаемое содержит одновременно температурные и полевые поправки к сдвигу массы электрона. Аномальный магнитный момент электрона равен

$$\Delta\mu_\beta=\mu\left[-1+2\pi\left(\frac{2\pi}{9}\left(\frac{T}{m}\right)^2+\pi J_1(m\beta)\left(\frac{T}{m}\right)^2\right)\right], \tag{16}$$

где в обычных единицах $\mu=\frac{\alpha}{2\pi}\frac{e\hbar}{2mc}$ — швингеровский аномальный магнитный момент электрона при $T=0$.

В предельных случаях $T\gg m$ и $T\ll m$ из (16) следует (см. также [5—6])

$$\frac{\Delta\mu_\beta}{\mu}=\begin{cases}-1+\frac{4\pi^2}{9}\left(\frac{T}{m}\right)^2, & T\ll m,\\ -1+\frac{2}{3}\pi^2\left(\frac{T}{m}\right)^2, & T\gg m.\end{cases} \tag{17}$$

Как видно из (16)—(17), учет температурных эффектов приводит к увеличению полного аномального магнитного момента.

Авторы выражают благодарность А. В. Борисову и А. С. Вшивцеву за полезное обсуждение результатов работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Dolan L., Jackiw R. Phys. Rev., 1974, **D9**, p. 3320. [2] Weinberg S. Phys. Rev., 1974, **D9**, p. 3357. [3] Kiguchi M. Progr. Theor. Phys., 1980, **63**, p. 146. [4] Ojima I. Ann. Phys., 1981, **137**, p. 1. [5] Peressutti G., Skagerstam B. S. Phys. Lett., 1982, **B110**, p. 406. [6] Fujimoto Y., Yee J. H. Phys. Lett., 1982, **B114**, p. 359. [7] Ueda Y. Phys. Rev., 1981, **D23**, p. 1383. [8] Wu-yang Tsai, Yildiz A. Phys. Rev., 1973, **D8**, p. 3446. [9] Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Статистическая физика. Ч. 2. М.: Наука, 1978. [10] Magpantay J. A., Mukku C., Sayed W. A. Ann. Phys., 1983, **145**, p. 27. [11] Соколов А. А., Тернов И. М. Релятивистский электрон. М.: Наука, 1983.

Поступила в редакцию
11.06.84

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1985, Т. 26, № 3

УДК 539.12.00

НЕСТАБИЛЬНОСТЬ ВАКУУМА ВО ВНЕШНЕМ ХРОМОЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Ш. С. Агаев, А. С. Вшивцев, В. Ч. Жуковский, П. Г. Мидодашвили

(кафедра теоретической физики)

В последние годы изучение свойств вакуума калибровочных теорий, а также явлений, связанных с ним, вызывает большой интерес. Это обусловливается тем, что основное состояние имеет нетривиальную структуру. Действительно, как показано в работе [1], энергия хромомагнитного поля с учетом вакуумной поляризации оказалась меньше, чем энергия вакуума теории возмущений. Из сказанного следует, что уже такое внешнее поле может служить моделью истинного вакуума,