СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Адаптивная оптика. Под ред. Э. А. Витриченко. М.: Мир, 1980. [2] Карамзин Ю. Н., Сухоруков А. П. Изв. АН СССР, сер. физ., 1978, 42, с. 2547. [3] Ахманов С. А. и др. Изв. вузов. Радиофизика, 1980, 23, № 1, с. 3. [4] Карамзин Ю. Н., Сухоруков А. П., Трофимов В. А. Квант. электроника, 1984, 11, с. 693. [5] Аскарьян Г. А., Студенов Б. В. Письма в ЖЭТФ, 1969, 10, с. 113. [6] Сухоруков А. П., Тимофеев В. В., Трофимов В. А. Изв. АН СССР, сер. физ., 1984, 48, с. 1400.

Поступила в редакцию
14.12.84

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1985, Т. 26, № 3

АКУСТИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

УДК 534.222.2

ПОДАВЛЕНИЕ НЕЛИНЕЙНОГО ЗАТУХАНИЯ ЗВУКОВОЙ ВОЛНЫ В СРЕДЕ, СОДЕРЖАЩЕЙ РЕЗОНАНСНЫЙ ПОГЛОТИТЕЛЬ С КОНЕЧНОЙ ШИРИНОЙ ЛИНИИ

В. Г. Андреев, О. В. Руденко, О. А. Сапожников, В. А. Хохлова

(кафедра общей физики и волновых процессов)

Протекание нелинейных волновых процессов, как известно, зависит от дисперсионных свойств среды [1]. В предельных случаях систем с сильной и слабой дисперсией имеются специфические трудности повышения эффективности нелинейных взаимодействий. В первом случае возникает проблема отыскания таких сред, которые обеспечивают резонансный характер избранного процесса за счет выполнения условий фазового синхронизма. В средах со слабой дисперсией (рассматриваемых, например, в акустике) резонансными оказываются почти все разрешенные взаимодействия. Это приводит к ослаблению «полевых» процессов за счет генерации большого числа спектральных составляющих. Энергия распределяется по широкой области спектра, и осуществить эффективное взаимодействие лишь нескольких волн не удается.

Новая возможность ограничения числа взаимодействий в средах без дисперсии обсуждается в работе [2]. В применении к подавлению нелинейного затухания идея состоит в следующем. Пусть на входе в среду задана гармоническая волна с частотой ω_0. Нелинейность приводит к увеличению крутизны передних фронтов и формированию периодической последовательности слабых ударных волн, испытывающих сильное затухание. Образование ударных волн связано с эффективной генерацией большого числа гармоник с частотами $n\omega_0$. При этом высшие гармоники в квадратично-нелинейных средах образуются в результате каскадных процессов с непременным участием второй гармоники $2\omega_0$. Если гармоника $2\omega_0$ выводится из взаимодействия (например, селективно поглощается), высшие гармоники расти не будут. Исходная волна ω_0, несмотря на большую интенсивность, должна распространяться почти без искажения формы.

Очевидно, введение поглотителя на частоте $2\omega_0$ имеет смысл, если передача энергии от первой гармоники второй и далее тепловым движениям среды будет меньше, чем поток энергии в высшие гармоники в среде без поглотителя. Расчет [3] показал, что достаточно сильное

селективное поглощение гармоники $2\omega_0$ существенно ослабляет нелинейное затухание основной волны ω_0.

Однако реальные поглотители — газовые пузырьки в воде [4], резонаторы Гельмгольца в воздухе, селективные фильтры и т. д. — имеют конечную ширину линии поглощения. Это может привести к дополнительной линейной диссипации волны ω_0, маскирующей эффект подавления. Поэтому нужно использовать поглотители с достаточно высокой добротностью линии.

Для постановки экспериментов необходимо иметь количественные оценки добротности и пикового значения коэффициента поглощения на резонансной частоте. Следует учесть также, что введение поглотителя приведет к появлению дисперсии, которая может влиять на нелинейный энергообмен.

Получим эволюционное уравнение для анализа этой задачи. В линейном приближении волну, бегущую вдоль оси x, представим как суперпозицию невзаимодействующих гармоник:

$$u(x, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_0(\omega) \exp\left\{-\alpha(\omega) x - i\omega \left(t - \frac{x}{c(\omega)}\right)\right\} d\omega.$$

Здесь u — колебательная скорость в акустической волне, S_0 — исходная спектральная плотность, $\alpha(\omega)$ — коэффициент затухания, $c(\omega)$ — фазовая скорость. Введем коэффициент $\beta(\omega) = c^{-1}(\omega) - c_0^{-1}$, характеризующий дисперсионные свойства среды; c_0 — скорость звука в среде без поглотителя. Тогда удобно записать

$$u(x, \tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(x, \omega) \exp(-i\omega\tau)\, d\omega, \quad S = S_0 \exp\{-\alpha(\omega) x + i\beta(\omega) x\}. \quad (1)$$

Здесь $\tau = t - x/c_0$ — время в «бегущей» системе координат, $S = \int_{-\infty}^{\infty} u(x, \tau) \exp(i\omega\tau)\, d\tau$. Из представления (1) следует уравнение

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} u(x, \tau')\, d\tau' \int_{-\infty}^{\infty} [\beta(\omega) \sin\omega(\tau - \tau') - \alpha(\omega) \cos\omega(\tau - \tau')]\, d\omega. \quad (2)$$

Учтем теперь интегральные связи между $\alpha(\omega)$ и $\beta(\omega)$, следующие из принципа причинности [5, 6]. При $\omega \to \infty$ влиянием резонансного поглощения можно пренебречь и $\alpha(\omega \to \infty) \sim b\omega^2/(2c_0^3\rho_0)$, где ρ_0 — плотность, b — диссипативный параметр [1]. Такое поведение α не позволяет получить связь между α и β способом, используемым в электродинамике при выводе формул Крамерса и Кронига [5]. Однако развита теория [6], дающая дисперсионные соотношения для более широкого класса функций. В частности, в акустике связь $\alpha(\omega)$ и $\beta(\omega)$ выписывается на основе дисперсионных соотношений с двумя вычитаниями.

Обозначая коэффициент дополнительного поглощения за счет введения резонансного поглотителя как

$$\alpha_п(\omega) = \alpha(\omega) - \frac{b\omega^2}{2c_0^3\rho_0},$$

получим

$$\beta(\omega) = \frac{\omega}{\pi} v.\ p. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\alpha_п(\omega')\, d\omega'}{\omega'(\omega' - \omega)}, \quad \alpha_п(\omega) = -\frac{\omega}{\pi} v.\ p. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\beta(\omega')\, d\omega'}{\omega'(\omega' - \omega)}. \quad (3)$$

Соотношения (3) позволяют представить уравнение (2) в виде

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{b}{2c_0^3\rho_0}\frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} + \int_{-\infty}^{\tau} K(\tau-\tau')\,u(x,\tau')\,d\tau',$$

где ядро K рассчитывается на основе модельных представлений либо экспериментальных данных для любой из двух функций $\alpha_п(\omega)$ или $\beta(\omega)$ по формуле

$$K(\tau) = -\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\alpha_п(\omega)\cos\omega\tau\cdot d\omega = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\beta(\omega)\sin\omega\tau\cdot d\omega. \qquad (4)$$

Учитывая обычным способом квадратичную нелинейность акустической среды, придем к интегродифференциальному уравнению

$$\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\varepsilon}{c_0^2}u\frac{\partial u}{\partial \tau} = \frac{b}{2c_0^3\rho_0}\frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} + \int_{-\infty}^{\tau} K(\tau-\tau')\,u(x,\tau')\,d\tau', \qquad (5)$$

где ε — параметр нелинейности [1]. Уравнение (5) описывает искажение формы возмущения и взаимодействия волн в нелинейной среде с дополнительным поглощением $\alpha_п(\omega)$.

Пусть линия поглощения имеет лоренцевский контур:

$$\alpha_п(\omega) = d\frac{\Delta^2}{\Omega}\left[\frac{\omega}{\Delta^2+(\omega-\Omega)^2} - \frac{\omega}{\Delta^2+(\omega+\Omega)^2}\right]. \qquad (6)$$

Здесь Δ — полуширина линии, d — величина $\alpha_п$ при резонансе. В дальнейшем мы будем считать, что центр линии — на частоте второй гармоники и $\Omega=2\omega_0$. Ядро (4) для линии (6) имеет вид

$$K(\tau) = -\frac{2d\Delta}{\Omega}e^{-\Delta\tau}(\Omega\cos\Omega\tau - \Delta\sin\Omega\tau).$$

Когда на входе задана гармоническая волна $u(x=0,\tau)=u_0\sin\omega_0\tau$, удобно перейти к безразмерным переменным

$$V = \frac{u}{u_0},\ z = \frac{x}{x_р} = \frac{\varepsilon}{c_0^2}\omega_0 u_0 x,\ \theta = \omega_0\tau,\ Q = \frac{\omega_0}{\Delta},\ D = dx_р.$$

Эффект подавления нелинейного затухания зависит от добротности линии Q и безразмерного параметра D — отношения нелинейной длины $x_р$ к расстоянию селективного поглощения d^{-1} второй гармоники. Исследуем его численными методами. Уравнение (5) можно свести к системе укороченных уравнений, если положить

$$V(z,\theta) = \sum_{n=1}^{\infty}[A_n(z)\cos n\theta + B_n(z)\sin n\theta].$$

Система имеет вид

$$\frac{dB_n}{dz} + \frac{n}{4}\sum_{m=1}^{\infty}[A_m(A_{m+n}+A_{m-n}) + B_m(B_{m+n}+B_{m-n})] =$$

$$= -x_р\alpha(n\omega_0)[B_n + Q(n-2)A_n],$$

$$\frac{dA_n}{dz} - \frac{n}{4}\sum_{m=1}^{\infty}[A_m(B_{m+n}-B_{m-n}) - B_m(A_{m+n}-A_{m-n})] =$$

$$= -x_p\alpha(n\omega_0)[A_n - Q(n-2)B_n], \qquad (7)$$

$$B_{-m} = -B_m, \; A_{-m} = A_m.$$

Уравнения (7) решались численно с граничными условиями $B_1(x=0) = 1$; $A_1(0) = B_n(0) = A_n(0) = 0$, $n > 1$. Не равными нулю считались амплитуды гармоник с номерами $n \leqslant 6$.

Расчет проводился для значений параметра $2 \leqslant D \leqslant 10$ и добротностей $Q = 5$, 10, 15, 20, 25. На рис. 1 изображены зависимости от D и Q амплитуды первой гармоники на расстоянии $z = 1$, соответствующем длине образования разрыва в недиссипативной среде. В случае небольших добротностей ($Q = 5$) наблюдается немонотонная зависимость амплитуды от D. При малых D амплитуда волны ω_0 растет благодаря подавлению нелинейного затухания, но затем падает, поскольку низкочастотное «крыло» линии поглощения с центром на частоте

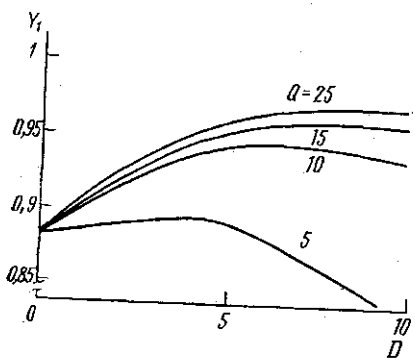

Рис. 1. Зависимость амплитуды 1-й гармоники $Y_1 = (A_1^2 + B_1^2)^{1/2}$ от коэффициента поглощения D при различных добротностях линии на расстоянии $z = 1$

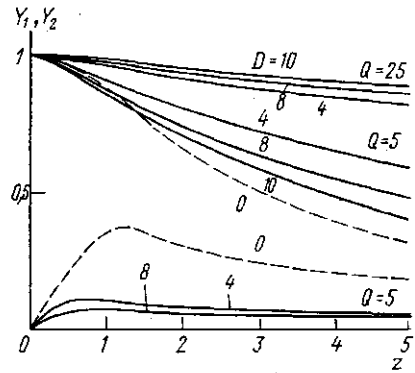

Рис. 2. Зависимость амплитуды 1-й и 2-й гармоник $Y_i = (A_i^2 + B_i^2)^{1/2}$ от расстояния при различных D и Q

$2\omega_0$ оказывает все большее влияние на первую гармонику. Если линия более узкая ($Q = 10$), немонотонность также заметна, но полезный эффект выражен сильнее. Наконец, для линий с $Q = 15$ и 25 при увеличении резонансного поглощения D амплитуда первой гармоники только растет.

На рис. 2 изображены зависимости амплитуд первой и второй гармоник от расстояния. Штриховые кривые соответствуют обычной нелинейной среде ($D = 0$). Цифры у кривых указывают величину резонансного поглощения D. Видно, что при малой добротности $Q = 5$ увеличение D ведет к ослаблению основной волны, так как начинает играть роль линейное затухание на частоте ω_0. При $Q = 25$ эффект обратный — увеличение D ведет к росту амплитуды волны ω_0: нелинейное затухание сильно подавляется, а быстро спадающее «крыло» линии поглощения не оказывает существенного влияния на распространение «полезной» волны.

Таким образом, для наблюдения эффекта нужно использовать поглотители с добротностью линии $Q \geqslant 10$ и поглощением $D \sim 5 \div 10$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Виноградова М. Б., Руденко О. В., Сухоруков А. П. Теория волн. М.: Наука, 1979. [2] Руденко О. В. Акуст. журн., 1983, 29, с. 398. [3] Андреев В. Г., Руденко О. В. В кн.: Докл. X Всесоюз. акуст. конф. Секция Б. М.: Изд. Акуст. ин-та, 1983, с. 24. [4] Ван-Вейгарден Л. В кн.: Реология суспензий. М.: Мир, 1975, с. 68. [5] Гинзбург В. Л. Акуст. журн., 1955, 1, № 1, с. 31. [6] Нуссенцвейг Х. М. Причинность и дисперсионные соотношения. М.: Мир, 1976.

Поступила в редакцию
06.06.84

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1985, Т. 26, № 3

УДК 534.222.2

КОЛИЧЕСТВЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНОЙ ТРАНСФОРМАЦИИ ЗВУКОВЫХ ИМПУЛЬСОВ В ЖИДКОСТИ ПРИ ТЕРМООПТИЧЕСКОМ ВОЗБУЖДЕНИИ

А. А. Карабутов, Н. Н. Омельчук, О. В. Руденко, В. А. Чупрына

(кафедра общей физики и волновых процессов)

Наиболее характерным явлением, возникающим при воздействии лазерного излучения на вещество, является термооптическое возбуждение звука. В обзоре [1] подробно обсуждены результаты теоретических и экспериментальных исследований генерации звука в жидкостях, когда основным является тепловой механизм.

Эксперименты показывают, что тепловой механизм позволяет получать короткие и мощные акустические импульсы; это может быть использовано для измерения таких параметров жидкости, как скорость звука, коэффициент поглощения оптического излучения, нелинейный акустический параметр [2]. Исследование распространения в жидкости коротких звуковых импульсов показало, что можно непосредственно наблюдать искажение формы волны [3, 4] и изменение спектра звукового импульса [5].

Целью данной работы является количественное сопоставление теоретических и экспериментальных форм и спектров звуковых импульсов, полученных в результате термооптического эффекта.

Рассмотрим следующую схему термооптического преобразования. Пусть из прозрачной среды на границу раздела с поглощающей средой падает модулированная световая волна. Будем считать пучок достаточно широким: его радиус a много больше толщины поглощающего слоя x_0 и, кроме того, $a^2/\lambda \gg x_0$ (λ — характерная пространственная длина акустического сигнала). При этих условиях задачу термооптического возбуждения можно считать плоской.

Функция

$$f(T) = \begin{cases} 1 - T & \text{при } 0 \leqslant T \leqslant 1, \\ 0 & \text{при } T < 0 \text{ и } T > 1 \end{cases}$$

хорошо аппроксимирует имеющийся в эксперименте лазерный импульс. Согласно [6], возникающий звуковой импульс имеет одну из следующих форм: для жесткой границы (стекло—жидкость)

$$p_{ж} = \frac{\beta I_0 c_0}{2c_p} A \begin{cases} e^{A\tilde{T}}(1/A - 1/A^2 + e^{-A}/A^2), & \tilde{T} < 0, \\ e^{-A\tilde{T}}(1/A + 1/A^2) + e^{A(\tilde{T}-1)}/A^2 + 2(1/A - \tilde{T}/A), & 0 \leqslant \tilde{T} \leqslant 1, \\ e^{-A\tilde{T}}(e^{A}/A^2 - 1/A - 1/A^2), & \tilde{T} > 1, \end{cases} \quad (1)$$