ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

УДК 539.123.17

ФОТОРАСПАД МЮОНА В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В. Ч. Жуковский, Г. В. Кормильцев, П. А. Эминов

(кафедра теоретической физики)

Значительный интерес для астрофизики представляют исследования различных механизмов образования нейтринных пар [1].

В настоящей работе рассматривается фотораспад релятивистского лептона в магнитном поле. Для определенности условимся говорить о реакции $\gamma+\mu\to e+\nu+\bar{\nu}$, хотя результаты, как мы увидим, будут применимы и для других подобных процессов.

Вычисление вероятности указанного процесса проводится на основе квазиклассического метода работы [2].

Будем исходить из вероятности распада мюона во внешнем поле, представляющем собой суперпозицию постоянного магнитного поля $\mathbf{H}\| Oz$ и поля циркулярно поляризованной электромагнитной волны, распространяющейся вдоль направления магнитного поля. Потенциал A^μ, задающий внешнее электромагнитное поле редмондовской конфигурации, выберем в виде

$$A^\mu=A^\mu+A^\mu{}_W,\quad A^\mu{}_H=\{0,\ 0,\ xH,\ 0\},$$
$$A^\mu{}_W=\{0,\ -A_0\cos\omega\tau,\ lA_0\sin\omega\tau,\ 0\}, \tag{1}$$

где $l=\pm1$ характеризует направление круговой поляризации волны, а A_0 является амплитудой векторного потенциала волны. Амплитуда реакции распада $\mu\to e+\nu+\bar{\nu}$ в поле (1) в низкоэнергетическом приближении модели Вайнберга—Салама имеет вид

$$M_{fi}=\frac{G}{\sqrt{2}}\int[\bar{\psi}_f\gamma_n(g_V+g_A\gamma_5)\,\psi_i]\,[\bar{\psi}_\nu\gamma_n(1+\gamma_5)\,\psi_\nu]\,d^4x. \tag{2}$$

Здесь G — константа слабого взаимодействия, ψ_f, ψ_i — волновые функции электрона и начального лептона во внешнем поле (1) [3], ψ_ν — волновая функция безмассового нейтрино. В случае распада мюона, когда вклад в амплитуду (2) дают только заряженные токи, $g_V=g_A=1$ (если начальный лептон является электроном, амплитуда обусловлена взаимодействием как заряженных, так и нейтральных токов и следует положить $g_A=1/2$, $g_V=1/2+2\sin^2\theta_W$).

В квазиклассической области

$$E\gg m,\quad E'\gg m',\quad H\ll H_0, \tag{3}$$

где $E(E')$ и $m(m')$ — энергия и масса начального (конечного) лептона, воспользуемся аппроксимацией решений уравнения Дирака в поле (1) через функции Эйри [2].

Проводя также разложение по параметру интенсивности волны $\gamma=eA_0/m'\ll1$, что соответствует учету падающей волны по теории возмущений, для амплитуды реакции (2) получим следующий ряд:

$$M_{fi}=M^0{}_{fi}+\gamma M'{}_{fi}+\gamma M_{fi}{}^{-1}+\gamma^2M_{fi}{}^{1,-1}+\ldots \tag{4}$$

Первое слагаемое в (4) описывает распад $\mu\to e+\nu+\bar{\nu}$ в магнитном поле

[3]. Слагаемые $\gamma M'_{fi}$ и γM_{fi}^{-1} имеют следующий смысл. Для правополяризованной волны ($l=+1$) первое из них описывает процесс фотораспада лептона в магнитном поле, а второе — распад лептона, сопровождающийся индуцированным излучением фотона, тождественного фотонам волны (для $l=-1$ — наоборот). В случае левополяризованной волны ($l=-1$) спектрально-угловое распределение вероятности фотораспада лептона в магнитном поле определяется формулой

$$dw=\frac{G^2m^6\gamma^2}{48\pi^3E}\left(\frac{u}{2\chi}\right)^{1/3}\Delta^2\frac{u^4}{(u+1)^4}\,du\,d\rho\,d\delta\cdot\Big\{g_A^2(1+\xi\xi')\Big[Q_1+\frac{\rho}{u+1}\times$$
$$\times(F_2^{+}+\xi u[+]C_0)\Big]+g_A^2(1-\xi\xi')\Big[Q_2+\frac{\xi[-]}{u}(1+\Delta)^2C_0+$$
$$+\frac{\rho}{u+1}(F_2^{+}+4(u+1)(\Delta A^2+F)-\xi K^{+}C_0)\Big]+g_V^2(1+\xi\xi')\Big[Q_3+\xi C_3+$$
$$+\frac{\rho}{u+1}(F_2^{-}+4(u+1)(-\Delta A^2+F)-\xi K^{-}C_0)\Big]+$$
$$+g_V^2(1-\xi\xi')\Big[Q_4+\frac{\rho}{u+1}(F_2^{-}+\xi u[-]C_0)\Big]+2g_Ag_V(1+\xi\xi')\Big[P_1+\xi P_3+$$
$$+\frac{\rho}{u+1}(u(u+2)D_0+\xi D^{-})\Big]+2g_Ag_V(1-\xi\xi')\Big[P_2+\xi P_4+$$
$$+\frac{\rho}{u+1}(u(u+2)D_0+\xi D^{+})\Big]\Big\}. \qquad (5)$$

Спиновое квантовое число $\xi(\xi')$ определяет состояние начального (конечного) лептона с ориентацией спина вдоль ($\xi=+1$) или против ($\xi=-1$) направления магнитного поля, а величины D_0, Q_i, $F_2^{\pm}$, F, C_0, P_i, $D^{\pm}$, $K^{\pm}$ в формуле (5) равны

$$Q_1=(1+\Delta)^2\Big[A^2\delta^2-A\delta\Delta\Phi(z)+\frac{1}{4}\Delta^2\Phi^2(z)\Big],\quad Q_4=A^2\delta^2(1-\Delta)^2,$$
$$Q_2=(1+\Delta)^2\Big[\frac{A^2[-]^2}{u^2}+\frac{\Delta^2}{4}\Phi^2(z)-\left(\frac{2\chi}{u}\right)^{1/3}\Delta B\Phi(z)+\left(\frac{2\chi}{u}\right)^{2/3}B^2\Big],$$
$$Q_3=(1-\Delta)^2\Big[\frac{A^2[+]^2}{u^2}+\left(\frac{2\chi}{u}\right)^{2/3}B^2\Big],\quad C_0=2\left(\frac{2\chi}{u}\right)^{1/3}AB-A\Delta\Phi(z),$$
$$F_2^{\pm}=A^2([\pm]^2+u^2\delta^2)-A\Phi(z)\Delta u^2\delta+\left(\frac{2\chi}{u}\right)^{2/3}B^2u^2-\left(\frac{2\chi}{u}\right)^{1/3}\Delta u^2B\Phi(z)+$$
$$+\frac{1}{2}\Delta^2u^2\Phi^2(z),$$
$$F=\left(\frac{2\chi}{u}\right)^{2/3}CA-\left(\frac{2\chi}{u}\right)^{1/3}\Delta A\Phi'(z)+\left(\frac{2\chi}{u}\right)^{2/3}B^2-\left(\frac{2\chi}{u}\right)^{1/3}\Delta B\Phi(z)+$$
$$+\frac{\Delta^2}{2}\Phi^2(z),$$
$$D_0=2A\left(\frac{2\chi}{u}\right)^{1/3}B\delta-\Delta\delta A\Phi(z)-\left(\frac{2\chi}{u}\right)^{1/3}\Delta B\Phi(z)+\frac{\Delta^2}{2}\Phi^2(z),$$
$$D^{\pm}=-2A^2u\delta[\pm]+\frac{\Delta A\Phi(z)}{2}[-[u+2)[\mp]+u[\pm]+2(u+1)(1\mp\Delta)],$$
$$P_1+\xi P_3=(1-\Delta^2)\Big[\delta AB\left(\frac{2\chi}{u}\right)^{1/3}-\frac{\Delta}{2}\left(\frac{2\chi}{u}\right)^{1/3}B\Phi(z)+$$
$$+\frac{\xi[+]}{2}\Big(A^2\delta-\frac{\Delta}{2}A\Phi(z)\Big)\Big], \qquad (6)$$

$$P_2 + \xi P_4 = (1-\Delta^2)\left[-\frac{\Delta\delta A\Phi(z)}{2} + \delta AB\left(\frac{2\chi}{u}\right)^{1/3} + \frac{\xi A^2\delta[-]}{u}\right],$$

$$K^{\pm} = (u+2)[\pm] + 2(u+1)(1\pm\Delta),\ G = -\frac{u}{\varkappa}\left(\frac{2\chi}{u}\right)^{1/3}\Delta,\ H = $$

$$= \frac{u}{\varkappa}\Delta\left(\delta - 2\frac{\chi}{\varkappa}\right),$$

$$A = H\Phi(z) + G\Phi'(z),\ B = H\Phi'(z) + zG\Phi(z),\ C = zA + G\Phi(z),$$

$$[\pm] = 1 \pm (u+1)\Delta,\ \Delta = m'/m,\ \chi = \Delta^2\chi',\ \chi' = \frac{EH}{mH_0},\ \varkappa = \frac{2\omega E}{m^2}.$$

В формулах (5) и (6) введены спектральные переменные

$$\rho = \frac{1}{u+1}\left(1 - \frac{\mathbf{q}^2}{q_0^2}\right)\left(\frac{E}{m}\right)^2,\ u = \frac{p_\perp - p'_\perp}{p'_\perp}, \tag{7}$$

где $\mathbf{q}$ и q_0 — суммарные импульс и энергия нейтринной пары, а также угловая переменная

$$\delta = \frac{E}{m}\cos\theta, \tag{8}$$

где θ — угол между суммарным импульсом нейтринной пары и магнитным полем $\mathbf{H}\| Oz$.

Аргумент функции Эйри в (6) равен

$$z = \left(\frac{u}{2\chi}\right)^{2/3}\left(1 + \delta^2 + \rho - \frac{\chi}{u} - (1-\Delta^2)\frac{u+1}{u}\right). \tag{9}$$

Наличие слагаемых, пропорциональных нечетным степеням δ, в формуле (5) указывает на то, что угловое распределение нейтринных пар асимметрично относительно направления магнитного поля. Это может приводить к ряду астрофизических эффектов [4].

Спектрально-угловое распределение вероятности процесса в случае правополяризованной волны отличается от (5)—(6) знаком слагаемых, пропорциональных нечетным степеням δ, во вкладах векторной и аксиально-векторной частей амплитуды (2) в вероятность процесса, а также, за счет несохранения пространственной четности в слабых процессах, знаком слагаемых, пропорциональных четным степеням δ в интерференционном члене.

После интегрирования по δ и ρ в (5) получим спектральное распределение вероятности процесса ($l = \pm 1$):

$$dw = \frac{G^2 m^6 \gamma^2 \Delta^2 u^4 du}{192\varkappa^2\pi^{5/2}E(u+1)^4}\{g_A^2(1+\xi\xi')[D_1 + \xi D_A] + g_A^2(1-\xi\xi')[D_3 + \xi D'_A] +$$
$$+ g_V^2(1+\xi\xi')[D_4 + \xi D_V] + g_V^2(1-\xi\xi')[D_5 + \xi D'_V] +$$
$$+ 2g_A g_V l(1-\xi\xi')[D_6 + \xi D'_{AV}] + 2g_A g_V l(1+\xi\xi')[D_7 + \xi D_{AV}]\}. \tag{10}$$

Здесь

$$D_5 = D^-,\ D^{\pm} = vu^2S_0 + v[\pm]^2 S_1 + (1\pm\Delta)^2 u^2 S_2,$$

$$D_4 = D^- + (1-\Delta)^2 u^2 S_6 + (1-\Delta)^2[+]^2 S_5 + u^2(S_3 - S_4),$$

$$D_1 = D^+ - u^2(1+\Delta)^2\frac{t}{2}\left[x(x+t)\Phi_1 + \left(\frac{\chi}{u}\right)^{2/3}(x+t)\Phi' + \left(\frac{\chi}{u}\right)^{4/3}\Phi\right],$$

$$D_3 = D^{+} + u^2 (S_3 + S_4) + (1+\Delta)^2 u^2 S_6 + (1+\Delta)^2 [-]^2 S_5 -$$

$$-(1+\Delta)^2 u^2 \frac{t}{2}\left[\left(x^2 + xt + 8\frac{\chi^2}{\varkappa^2} t\right)\Phi_1 + \left(\frac{\chi}{u}\right)^{2/3}\Phi'(x+t) - 3\left(\frac{\chi}{u}\right)^{4/3}\Phi\right],$$

$$D_6 = -vu(u+2)\left\{\Phi_1\left[L_6 x^2 + \frac{4}{3}\frac{\chi^2}{\varkappa^2}t^3 + 8x\frac{\chi^2}{\varkappa^2}t^2\right] + \left(\frac{\chi}{u}\right)^{2/3}\Phi'\left[L_6 x + \right.\right.$$

$$\left.\left. + 8\frac{\chi^2}{\varkappa^2}t^2\right] + \left(\frac{\chi}{u}\right)^{4/3}\Phi L_6\right\} + (1-\Delta^2)u^2\left\{\Phi_1\left[L_5 x - 2\frac{\chi^2}{\varkappa^2}t^2\right] + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{\chi}{u}\right)^{2/3}\Phi' L_5 - \left(\frac{\chi}{u}\right)^{4/3}\Phi\frac{t}{4}\right\}, \tag{11}$$

$$L_6 = \frac{tx}{3} + \frac{t}{2}\left[t + 8\frac{\chi^2}{\varkappa^2}\right], \quad L_5 = -\frac{tx}{4} - 4\frac{\chi^2}{\varkappa^2}t,$$

$$D_7 = D_6 - u^2(1-\Delta^2)\left[2 - \frac{\chi^2}{\varkappa^2}t^2\Phi_1 + t\left(\frac{\chi}{u}\right)^{4/3}\Phi\right],$$

$$S_0 = \Phi_1\left[L_0 x^2 + \frac{4}{3}\frac{\chi^2}{\varkappa^2}t^2\left(8\frac{\chi^2}{\varkappa^2} + t\right) - \frac{4}{3}\frac{\chi^2}{\varkappa^2}t^2 x\right] + \left(\frac{\chi}{u}\right)^{2/3}\Phi'\left[L_0 x - \right.$$

$$\left. - 3\frac{\chi^2}{\varkappa^2}t^2\right] + \left(\frac{\chi}{u}\right)^{4/3}\Phi\left[L_0 - 8\frac{\chi^2}{\varkappa^2}t\right], \; L_0 = \frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{6}x\left[2t - 8\frac{\chi^2}{\varkappa^2}\right] +$$

$$+ \frac{1}{2}\left[t^2 - 8\frac{\chi^2}{\varkappa^2}t\right],$$

$$S_1 = \Phi_1\left[L_1 x + \frac{8}{3}\frac{\chi^2}{\varkappa^2}t^2\right] + \left(\frac{\chi}{u}\right)^{2/3}\Phi' L_1 + \left(\frac{\chi}{u}\right)^{4/3}\Phi\cdot\left[-\frac{1}{3}x + 4\frac{\chi^2}{\varkappa^2}\right],$$

$$L_2 = -\frac{1}{3}x^2 + 2\frac{\chi^2}{\varkappa^2}x + 4\frac{\chi^2}{\varkappa^2}t, \quad L_1 = -\frac{1}{3}x^2 + 4\frac{\chi^2}{\varkappa^2}x + 8\frac{\chi^2}{\varkappa^2}t,$$

$$S_2 = \Phi_1\left[L_2 x + \frac{5}{3}\frac{\chi^2}{\varkappa^2}t^2\right] + \left(\frac{\chi}{u}\right)^{2/3}\Phi' L_2 + \left(\frac{\chi}{u}\right)^{4/3}\Phi\left[-\frac{1}{3}x + 2\frac{\chi^2}{\varkappa^2}\right],$$

$$L_4 = -\frac{4}{3}\Delta x^2 + 16\frac{\chi^2}{\varkappa^2}\Delta x + 32\frac{\chi^2}{\varkappa^2}t, \quad S_3 = 2\Phi_1 t^2\left[x^2 + \right.$$

$$\left. + 8\frac{\chi^2}{\varkappa^2}\left(x + 4\frac{\chi^2}{\varkappa^2} + t\right)\right] + \left(\frac{\chi}{u}\right)^{2/3}\Phi'\cdot 2t^2 x + 2\left(\frac{\chi}{u}\right)^{4/3}\Phi\left[t - 32\frac{\chi^2}{\varkappa^2}\right],$$

$$S_4 = \Phi\left[L_4 x + \frac{32}{3}\Delta\frac{\chi^2}{\varkappa^2}t^2\right] + \left(\frac{\chi}{u}\right)^{2/3}\Phi' L_4 +$$

$$+ \left(\frac{\chi}{u}\right)^{4/3}\Phi\left[-\frac{4}{3}\Delta x + 16\frac{\chi^2}{\varkappa^2}\Delta\right],$$

$$S_5 = \Phi_1\left[x^2 - 8\frac{\chi^2}{\varkappa^2}(x+t)\right] + \left(\frac{\chi}{u}\right)^{2/3}\Phi'\left[x - 8\frac{\chi^2}{\varkappa^2}\right] + 3\left(\frac{\chi}{u}\right)^{4/3}\Phi,$$

$$S_6 = \Phi_1\cdot 2\frac{\chi^2}{\varkappa^2}t^2 + \left(\frac{\chi}{u}\right)^{2/3}8\frac{\chi^2}{\varkappa^2}t\Phi' + \left(\frac{\chi}{u}\right)^{4/3}\Phi\left[2x + 8\frac{\chi^2}{\varkappa^2}\right],$$

$$D_A = vu[+]D_2, \; D_v' = vu[-]D_2, \; L_8 = t\left(8\frac{\chi^2}{\varkappa^2} + t\right),$$

$$D_2 = 2\frac{\chi}{\varkappa}\left\{\Phi_1\left[L_8 x + 8\frac{\chi^2}{\varkappa^2}t^2\right] + \left(\frac{\chi}{u}\right)^{2/3}\Phi' L_8 - 2t\left(\frac{\chi}{u}\right)^{4/3}\Phi\right\},$$

$$D_V=[vu[+]-4v(u+[-])]D_2+(1-\Delta)^2u[+]\cdot 4\frac{\chi}{\varkappa}\left\{\Phi_1\left[-4\frac{\chi^2}{\varkappa^2}t+\right.\right.$$

$$\left.\left.+tx\right]+\left(\frac{\chi}{u}\right)^{2/3}\Phi'\cdot 2t+\left(\frac{\chi}{u}\right)^{4/3}\Phi\cdot 4\right\},$$

$$D'_A=-v[u[+]+4[+]+2u]D_2+(1+\Delta)^2u[-]\cdot 2\frac{\chi}{\varkappa}\left\{-\Phi_1 t\left[t+8\frac{\chi^2}{\varkappa^2}\right]+\right.$$

$$\left.+\left(\frac{\chi}{u}\right)^{2/3}\Phi'\cdot 2t+\left(\frac{\chi}{u}\right)^{4/3}\Phi\cdot 8\right\},\quad D_{AV}=vu[-]P-$$

$$-(1-\Delta^2)u[+]\cdot 2\frac{\chi}{\varkappa}\left\{\Phi_1\left[x^2+2xt+\frac{t^2}{2}\right]+\right.$$

$$\left.+\left(\frac{\chi}{u}\right)^{2/3}\Phi'(x+2t)+\left(\frac{\chi}{u}\right)^{4/3}\Phi\right\},$$

$$D'_{AV}=vu[+]P-(1-\Delta^2)u[-]\cdot 2\frac{\chi}{\varkappa}\left\{\Phi_1 x(x+t)+\right.$$

$$\left.+\left(\frac{\chi}{u}\right)^{2/3}\Phi'(x+t)+\left(\frac{\chi}{u}\right)^{4/3}\Phi\right\},$$

$$P=2\frac{\chi}{\varkappa}\left\{\Phi_1\left[L_9x+\frac{4}{3}\frac{\chi^2}{\varkappa^2}t^2\right]+\left(\frac{\chi}{u}\right)^{2/3}\Phi'L_9-\left(\frac{\chi}{u}\right)^{4/3}\Phi\cdot 2\left(\frac{1}{3}x+t\right)\right\},$$

$$L_9=-\frac{2}{3}x^2-2xt-t^2,\quad v=\frac{u^2}{u+1},\quad x=1-t-(1-\Delta^2)\frac{u+1}{u},\quad t=\frac{\varkappa}{u},$$

а аргумент функций Эйри в формуле (11) равен

$$y=\left(\frac{u}{\chi}\right)^{2/3}x. \tag{12}$$

Рассмотрим далее предельный случай относительно слабого магнитного поля, когда $\chi\ll 1$. Ограничиваясь случаем $\varkappa\gg 1\gg\Delta$, после усреднения по спину начального лептона и интегрирования по u в формулах (10) и (11) для полной вероятности процесса получим следующее выражение (с точностью до членов χ^2 включительно):

$$w=w_0+\frac{G^2\gamma^2m^6\Delta^2}{192\pi^2\varkappa^2E}[g_V^2F_V+g_A^2F_A+2g_Ag_VlF_{AV}]. \tag{13}$$

Здесь w_0 — вероятность фотораспада лептона при $H=0$ [5], а второе слагаемое описывает поправку к вероятности процесса за счет магнитного поля. Величины F_A, F_V, F_{AV} в (13) равны

$$F_A=F_V=\frac{10}{3}\left(\frac{\chi}{\varkappa\Delta}\right)^2\varkappa^4-2\xi'\left(\frac{\chi}{\varkappa\Delta}\right)\varkappa^4,\quad F_{AV}=\left(\frac{\chi}{\varkappa\Delta}\right)^2\varkappa^4. \tag{14}$$

При $m=m'$, $g_A=1/2$, $g_V=1/2+2\sin^2\theta_W$ формулы (10)—(14) совпадают с результатом работы [6].

Из формулы (14) следует, что параметром, характеризующим относительное влияние магнитного поля и волны на процесс $\gamma+\mu\to e+\nu+\bar{\nu}$ при $\chi\ll 1$, является величина $\chi/(\varkappa\Delta)$, причем действие магнитного поля на процесс возрастает с увеличением разницы масс начальной и конечной частиц.

Внешнее магнитное поле приводит к увеличению полной вероятности процесса при любых Δ.

Отметим также, что слагаемое, указывающее на преимущественную ориентацию спина конечного лептона, в формуле (14) растет с уменьшением Δ и обусловлено как аксиально-векторным, так и векторным взаимодействием.

Авторы выражают благодарность проф. А. А. Соколову за внимание к работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Ритус В. И. Тр. ФИАН, т. 111. М.: Наука, 1979. [2] Жуковский В. Ч., Никитина Н. С. ЖЭТФ, 1973, **64**, с. 1169. [3] Тернов И. М., Родионов В. Н., Студеникин А. И. Ядерная физика, 1983, № 5, с. 37. [4] Leahy D. A., Unruh W. G. Phys. Rev. D, 1979, **19**, p. 3509. [5] Вшивцев А. С., Эминов П. А., ТМФ, 1980, **44**, № 2, с. 284. [6] Соколов А. А., Жуковский В. Ч., Кормильцев Г. В., Эминов П. А. Изв. вузов. Физика, 1983, № 12, с. 61.

Поступила в редакцию
13.06.84

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1985, Т. 26, № 4

УДК 530.145

О КВАНТОВЫХ ПРЕДЕЛАХ ОШИБОК ИЗМЕРЕНИЯ В РАСПРЕДЕЛЕННЫХ СИСТЕМАХ

Ю. И. Воронцов

(кафедра физики колебаний)

В последние десять лет в связи с разработкой детекторов гравитационного излучения много внимания уделялось квантовым ограничениям ошибок измерения различных наблюдаемых у механических осцилляторов и свободных масс [1—4]. Но рассматривались простейшие модели с одной степенью свободы. Реальные макроскопические системы всегда имеют множество степеней свободы, и практически невозможно связать измерительный прибор только с одной из них. В твердотельных гравитационных антеннах регистрируется либо движение торцов стержня, либо растяжение в его центре. В обоих случаях регистрируется суперпозиция нормальных колебаний, а не отдельное из них. Поэтому распространение результатов исследования систем с одной степенью свободы на реальные системы не всегда может быть оправданно. Выяснению квантовомеханических ограничений ошибок измерения наблюдаемых, являющихся суперпозицией нормальных движений в одномерной распределенной системе и посвящена данная работа.

При относительно малых амплитудах смещения гейзенберговский оператор смещения $\hat{Q}(x, t)$, относящийся к пространственной координате x системы, можно представить в следующем виде [5]:

$$\hat{Q}(x, t)=\sum_{n=0}^{N} Q_n(x)\,\hat{q}_n(t), \qquad (1)$$

где $\hat{q}_n(t)$ — гейзенберговские операторы нормальных координат, $Q_n(x)$ — собственные функции системы. В случае однородного свободного стержня

$$Q_n(x)=\sqrt{2}\cos(n\pi x/l), \qquad (2)$$

где N — число степеней свободы системы, l — средняя длина стержня.

Рассмотрим вначале идеализированный случай системы с беско-