Найдем теперь сечение спонтанного рассеяния (20), которое усредним и просуммируем по поляризациям и проинтегрируем по переменным τ', δ, ρ. Учитывая, что $d^3k'=\omega' u\ddot{u} v dv d\delta d\rho$, получим

$$d\sigma^{\text{сп}}=4\sqrt{\pi}\,r_0^2\,\frac{dv}{\eta}\left\{\left[1+\frac{2v}{\eta}\left(\frac{v}{\eta}-1\right)-8\frac{v^2}{\eta^4}\right]\int\limits_z^\infty\Phi(y)\,dy+\right.$$

$$\left.+8\frac{v^{2/3}}{\eta^2}\left(1-\frac{v}{\eta}\right)\Phi(z)-\frac{16v^{4/3}}{\eta^4}\Phi'(z)+(\eta\to-\eta)\right\},\qquad(26)$$

где $z=v^{2/3}(1-\eta/v)$, $\eta=2ku/\sqrt{\ddot{u}\ddot{u}}$, r_0 — электромагнитный радиус электрона. При рассеянии низкочастотных волн ($\eta\ll v$) сечение (26) пропорционально интенсивности излучения (15) [14].

В отсутствие внешнего поля из (20), (24) найдем просуммированное по поляризациям сечение томсоновского рассеяния

$$d\sigma^{\text{сп}}=r_0^2\left[1-\left(\frac{f_{\alpha\beta}k'^{\alpha}u^{\beta}}{(ku)^2}\right)^2\right]\frac{d^3k'}{\omega' ku}\,\delta(k'u-ku).\qquad(27)$$

Это выражение совпадает с сечением эффекта Комптона, вычисленным в классическом пределе [7, 10]. Усредняя по поляризациям падающей волны и интегрируя (27) по азимутальному углу вектора k', получим

$$d\sigma^{\text{сп}}=2\pi r_0^2(1-2x+2x^2)\,dx,\quad x=\frac{kk'}{2\,(ku)^2}.$$

Сечение индуцированного рассеяния следует из формул (21), (24).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Соколов А. А., Тернов И. М. Релятивистский электрон. М.: Наука, 1974. [2] Байер В. Н., Катков В. М., Фадин В. С. Излучение релятивистских электронов. М.: Атомиздат, 1973. [3] Тернов И. М., Халилов В. Р., Родионов В. Н. Взаимодействие заряженных частиц с сильным электромагнитным полем. М.: Изд-во МГУ, 1982. [4] Собельман И. И., Тютин И. В. УФН, 1963, **79**, с. 595. [5] Павленко Ю. Г. ТМФ, 1981, **49**, с. 92. [6] Боголюбов Н. Н., Ширков Д. В. Введение в теорию квантованных полей. М.: Наука, 1976. [7] Соколов А. А., Тернов И. М., Жуковский В. Ч., Борисов А. В. Квантовая электродинамика. М.: Изд-во МГУ, 1983. [8] Перина Я. Когерентность света. М.: Мир, 1974. [9] Боголюбов Н. Н. Избранные труды. Т. 2. Киев, 1971, с. 14. [10] Ритус В. И. Тр. ФИАН, т. 111. М.: Наука, 1979. [11] Shwinger J. Phys. Rev., 1949, **75**, N 12, p. 1912. [12] Цытович В. Н. ДАН СССР, 1962, **142**, с. 319; Изв. вузов. Радиофизика, 1963, № 6, с. 841. [13] Павленко Ю. Г., Мусса А. Х. Ядерная физика, 1976, **24**, с. 396. [14] Жуковский В. Ч., Херрманн И. Ядерная физика, 1971, **14**, с. 150.

Поступила в редакцию
03.09.84

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1985, Т. 26, № 4

УДК 530.145.7

ПОЛЯ МАТЕРИИ В ТЕОРИИ КАЛУЦЫ — КЛЕЙНА СО СПОНТАННЫМ НАРУШЕНИЕМ СИММЕТРИИ

А. П. Демичев, Н. Ф. Нелипа, М. Чайчиан (Финляндия)

(НИИЯФ)

1. В стандартном подходе к теории Калуцы—Клейна [1, 2, 3] для перехода к четырехмерному пространству-времени используется усреднение по дополнительным координатам. Мы предлагаем альтернатив-

ный подход, в котором пространство-время соответствует некоторому четырехмерному подмногообразию Y многомерного риманова пространства E. Задача построения лагранжиана калибровочных полей в таком подходе была решена нами в [4]. При этом оказалось, что получается единая теория со спонтанным нарушением и хиггсовским механизмом, причем роль голдстонионов играют координаты многообразия Y. В этой заметке решается вторая задача — определение трансформационных свойств и нахождение лагранжиана полей материи.

2. Поля материи, как всегда, принадлежат касательному пространству многообразия E, в качестве которого в теории Калуцы—Клейна рассматривается расслоенное пространство $E(M, G/H, G)$ [5] с четырехмерной базой M, структурной группой G и слоем — симметрическим факторпространством G/H, H — подгруппа G. В качестве метрики на слое берется форма Киллинга [2], а соответствующий ей ортогональный базис является базисом форм Маурера—Картана e^α [3, 5]; $\alpha=1,...,d=\dim G/H$. Поля материи $\Psi(x, y)$, зависящие от координат базы x^m и координат слоя y^μ, в ортогональном базисе преобразуются с помощью локальной группы $SO(1, d+3)$. Однако, как показано в [3], свойства форм e^α приводят к тому, что ортогональные матрицы $SO(d)\subset SO(1, d+3)$, преобразующие внутренние индексы, осуществляют представление локальной группы H

$$\Psi(x, y)\to D(h(y))\Psi(x, y). \tag{1}$$

В нашем подходе координаты y^μ на пространственно-временной поверхности являются скалярными полями $y^\mu(x)$ [4]. Покажем, что в этом случае преобразование (1) есть по существу нелинейная реализация [6] группы симметрии G. Для этого используем тот факт, что любой группе Ли G и ее подгруппе H можно сопоставить [5] главное расслоение $\hat{G}(G/H, H)$, структурной группой которого является H, а базой — G/H. Атлас этого расслоения определяется групповой структурой, причем в окрестности единицы его стандартное построение [5] приводит к представлению $g\in\hat{G}$ в виде

$$g=\exp(y^\alpha Q_\alpha)\exp(u^{\bar\beta}Q_{\bar\beta});\quad \bar\beta=1,...,\dim H, \tag{2}$$

где Q — генераторы группы G, y^α — координаты базы G/H, а $u^{\bar\beta}$ — слоя H. С другой стороны, (2) является стандартной параметризацией элементов группы в теории нелинейных реализаций.

Далее, если $K(G/H, F, H)$ — ассоциированное с $\hat{G}$ расслоение с типичным слоем F, то можно определить отображение

$$(g, \Psi)\in\pi^{-1}(U)\otimes F\to[g]\Psi=\Phi_y'(\Phi_y(g)\cdot\Psi)\in K;\quad y=\pi(g), \tag{3}$$

π — проекция расслоения K, $U\subset G/H$ — окрестность, соответствующая карте Φ. Причем это определение не зависит [5] от выбора карты Φ главного и карты Φ' ассоциированного расслоений. Значит, корректно определено отображение $[g]:\hat{G}\otimes F\to K$. Теперь ясно, что если существует группа $[B, \hat{G}]$ преобразований главного расслоения, то главное отображение $[g]$ индуцирует группу преобразований $[B, K]$. Для $\hat{G}$ естественной группой преобразований $[G, \hat{G}]$ являются левые сдвиги на группе. Тогда $[B, K]$ определяется так:

$$[g']\Psi\in E\to[l_g\cdot g']\Psi\in K, \tag{4}$$

где l_g — левый сдвиг на группе. Комбинируя (2), (3) и (4), получаем закон преобразования элементов $\Psi\in F$:

$$l_g\cdot g'=ge^{y^\alpha Q_\alpha}e^{u^{\bar\alpha}Q_{\bar\alpha}},$$

$$\Phi(l_g \cdot g') = e^{y' \cdot Q} e^{u' \cdot Q}; \; y' = y'(y, g), \; u' = u'(y, u, g), \tag{5}$$
$$\Phi(l_g \cdot g') \Psi = D(e^{u' \cdot Q}) \Psi,$$

где D — линейное представление H, соответствующее F. Очевидно, что (5) в точности совпадет с определением нелинейных реализаций группы G. Таким образом, нелинейные реализации представляют собой композицию группы левых сдвигов на G и главного отображения $[g]$.

В рассматриваемом нами случае роль F играет пространство ортогонального представления $D(h)$, и при замене карт поле $\psi \in F$ преобразуется по закону (1). Это значит, что каждый слой расслоения E является в свою очередь базой соответствующего расслоения $K(G/H, F, H)$. Таким образом, (1) действительно является нелинейной реализацией преобразований группы G.

3. Выясним связь полей, преобразующихся по (1) с линейными представлениями группы G. Рассмотрим для простоты и наглядности случай сферы: $G = SO(d+1)$, $H = SO(d)$. Тогда гармоническое разложение [3] приводит к анзацу

$$\Psi_i(x, y) = \sum_j D^l_{ij}(L_y^{-1}) \psi_j(x), \tag{6}$$

где D^l — матрица неприводимого представления $SO(d+1)$, L_y — представитель класса смежности G/H. На подмногообразии Y анзац (6) совпадает со стандартной формулой связи линейных ψ и нелинейных Ψ реализаций группы [6].

Свойства γ-матриц накладывают ограничения на возможный выбор полей материи, входящих в инвариантный лагранжиан. Действительно, из предыдущего следует, что в качестве мультиплета полей материи достаточно взять неприводимые представления группы H. Можно, однако, показать, что многомерные γ-матрицы вместе с их коммутаторами $\Sigma^{AB} = -\frac{1}{4}[\gamma^A, \gamma^B]$ образуют базис алгебры Ли $SO(d+1)$. Это приводит к тому, что для построения инвариантного лагранжиана необходимо брать неприводимые представления всей группы G и, значит, матрица D в (6) — квадратная. Последнее обстоятельство сильно упрощает вид лагранжиана.

4. Лагранжиан для спинорных полей материи легче всего найти в калибровке $y^\mu = \mathrm{const}$. Вычисляя связности $B_{A[BC]}$ локальной группы $SO(1, d+3)$ для ортогонального базиса, согласованного со структурой расслоения E [3, 4], получаем для нелинейно реализованных полей Ψ:

$$\mathcal{L}_M = \frac{i}{2} \overline{\Psi}(x) [\gamma^a \{E^m_a \partial_m + B_{a[bc]} \Sigma^{bc} - A^{\hat\beta}_a D^{\hat\alpha}_{\hat\beta}(L_y) Q_{\hat\alpha}\} - \rho^{-1} -$$
$$- \gamma^a E^m_a (\rho^{-1} \partial_m \rho) - \rho F^{\hat\gamma}_{ab} D_{\hat\gamma\alpha} \Sigma^{ab} \gamma^\alpha] \Psi(x), \tag{7}$$

а для линейных полей ψ

$$\mathcal{L}_M = \frac{i}{2} \overline{\psi}(x) [\gamma^a \{E^m_a \partial_m + B_{a[bc]} \Sigma^{bc} - A^{\hat\alpha}_a Q_{\hat\alpha}\} - \rho^{-1} - \gamma^a E^m_a (\rho^{-1} \partial_m \rho) -$$
$$- \rho F^{\hat\gamma}_{ab} D_{\hat\gamma\alpha} \Sigma^{ab} Q^{\hat\alpha} D^{-1\alpha}_{\hat\alpha}] \psi(x). \tag{8}$$

Здесь E_a — векторы тетрады, $A^{\hat\alpha}_m$ — калибровочное поле группы G, $D^{\hat\beta}_{\hat\alpha}$ — матрица присоединенного представления G. Поле $\rho(x)$ имеет смысл [4] радиуса d-мерной сферы в данной точке базы M, причем вакууму соответствует $\langle\rho\rangle_0=a\neq 0$, т. е. $m_\psi=a^{-1}$. Однако член $\overline{\Psi}\rho\Psi$ не эквивалентен обычному юкавскому взаимодействию в теориях Великого объединения и не обеспечивает расщепления масс частиц, входящих в G-мультиплет.

В произвольной калибровке в (7) появляется еще член $\sim\overline{\Psi}(x)E_a^m e_m^{\widehat{\alpha}} Q_{\widehat{\alpha}}\Psi(x)$, учитывающий кривизну расслоения $K(G/H, F, H)$. В (8) он компенсируется слагаемым $\overline{\psi}(x)[D(L)E_a^m\partial_m D(L^{-1})]\psi(x)$, так что лагранжиан линейно преобразующихся полей имеет вид (8) в произвольной калибровке.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Kaluza Th. Sitzungsber Preuss. Acad. Wiss. Berlin, Math. Phys., Kl, 1921, p. 966. [2] Cho Y. M. J. Math. Phys., 1975, **16**, p. 2029. [3] Abdus Salam, Strathdee J. Ann. Phys., 1982, **141**, p. 316. [4] Демичев А. П., Нелипа Н. Ф. Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон., 1985, **26**, № 3, с. 20. [5] Зуланке Р., Винтген П. Дифференциальная геометрия и расслоения. М.: Мир, 1975. [6] Coleman S., Wess J., Zumino B. Phys. Rev., 1969, **177**, p. 2239.

Поступила в редакцию
16.10.84

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1985, Т. 26, № 4.

УДК 539.141

ОДИН МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ СУЩЕСТВОВАНИЯ СЛАБОСВЯЗАННЫХ СОСТОЯНИЙ МНОГОЧАСТИЧНЫХ КВАНТОВЫХ СИСТЕМ

В. В. Комаров, А. М. Попова

(НИИЯФ)

1. Рассматривается оператор Шрёдингера H_N систем N попарно взаимодействующих частиц. В системе центра инерции этот оператор действует в пространстве размерностью (R^{3N-3}) и определяется выражением

$$H_N=H_{N0}+\sum_\alpha V_\alpha,\ \alpha=\{ij\},\ i\neq j\subset\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ \ldots,\ N\},\tag{1}$$

где H_{N0} — оператор кинетической энергии в $L^2(R^{3N-3})$, а V_α — оператор взаимодействия пары α, состоящей из частиц i и j. Операторы V_α действуют в пространстве размерностью (R^3), так как зависят от x_α — разности координат частиц i и j. Характерной особенностью многочастичного оператора Шрёдингера является то, что потенциал в (1) вида $\sum_\alpha V_\alpha$ не убывает при уходе системы на бесконечность в конфигурационном пространстве (R^{3N-3}), даже если каждый из потенциалов V_α является ограниченным и короткодействующим. Отмеченные выше свойства H_N приводят, как показано в работах [1—3], к сложной зависимости структуры его дискретного спектра и местоположения непрерывного спектра от вида потенциалов $V_\alpha(x_\alpha)$ и от величины константы связи τ, характеризующей силу двухчастичного взаимодействия.

В данной работе мы приводим достаточные условия существования слабосвязанных состояний оператора H_N в случае, когда ни одна из