

Для учета возможного влияния молекулярных ионов на результаты эксперимента мы оценили скорости их генерации в наших условиях. Эффективные сечения ассоциативной ионизации при столкновении двух резонансно возбужденных атомов щелочных металлов экспериментально определены многими авторами и приведены в [8]. Константы образования молекулярных ионов с использованием эффективных сечений ассоциативной ионизации из [8] оказались в наших условиях на 2—3 порядка ниже соответствующих констант генерации атомарных ионов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Sugawara M., Chen C. J. Phys. Rev. A, 1970, 1, p. 1674. [2] Грановский В. Л. Электрический ток в газе. Т. 1. М.—Л., 1952, с. 252. [3] Девятков А. М., Волкова Л. М., Соловьев Т. Н. ТВТ, 1974, 12, с. 705. [4] Visconti P. J., Slevin J. A., Rubin K. Phys. Rev. A, 1971, 3, p. 1310. [5] Kasdan A., Miller T., Bederson B. Phys. Rev. A, 1973, 8, p. 1562. [6] Solovyev T. J. Phys. D: Appl. Phys., 1980, 13, p. 1291. [7] Девятков А. М., Соловьев Т. Н., Волкова Л. М. ТВТ, 1975, 13, с. 264. [8] Huennekens J., Gallagher A. Phys. Rev. A, 1983, 28, p. 1276.

Поступила в редакцию
19.12.85

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1985, Т. 26, № 4

ОПТИКА И СПЕКТРОСКОПИЯ

УДК 621.373.826

САМОВОЗДЕЙСТВИЕ СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ СО СЛУЧАЙНОЙ ФАЗОВОЙ МОДУЛЯЦИЕЙ

А. С. Чиркин, Ф. М. Юсубов

(кафедра научной информации МГУ; кафедра общей физики и волновых процессов)

1. **Введение.** Интерес к изучению явления самовоздействия световых пучков со случайной модуляцией вызван прежде всего проблемой подавления нежелательных эффектов, которые сопровождают это явление и ограничивают мощность пучков, распространяющихся в среде без искажения.

Для анализа самовоздействия случайных пучков с гауссовской статистикой использовались приближение сохранения статистики в нелинейной среде [1], приближение заданного канала [2] и метод статистических испытаний [3]. Исследование самовоздействия пучков со случайной фазовой модуляцией к настоящему времени выполнено с помощью кинетического уравнения для функции Вигнера, полученного в геометрикооптическом приближении [4—5]. Такой подход не учитывает, однако, дифракционный эффект на апертуре пучка.

В предлагаемой работе для анализа самовоздействия пучков со случайной фазой использован метод Фейнмана интегрирования по траекториям. Получено выражение для критической мощности волноводного распространения случайного пучка в случае произвольного соотношения между радиусом пучка и радиусом корреляции. Рассмотрена эволюция случайного пучка в нелинейной среде.

2. **Основные соотношения.** В общем случае самовоздействие световых пучков описывается следующим нелинейным параболическим уравнением:

$$-i \frac{\partial A(\mathbf{r}, z)}{\partial z} + \frac{1}{2k} \Delta_{\perp} A(\mathbf{r}, z) + kA(\mathbf{r}, z) \int H(\mathbf{r}, \rho) |A(\rho, z)|^2 d^2\rho = 0 \quad (1)$$

для медленно меняющейся комплексной амплитуды $A(\mathbf{r}, z)$ электрического поля.

Функция $H(\mathbf{r}, \rho)$ учитывает нелокальность кубичного отклика нелинейной среды, на входе которой $A(\mathbf{r}, z=0) = A_0(\mathbf{r})$.

Уравнение (1) можно представить в континуально-интегральном виде [2, 6]:

$$A(\mathbf{r}, z) = \int_{-\infty}^{\infty} A_0(\rho) G(\mathbf{r}, \rho; z) d^2\rho, \quad (2)$$

где

$$G(\mathbf{r}, \rho; z) = \int \exp \left\{ -ik \int_0^z \mathcal{L}(\mathbf{r}(\xi), \dot{\mathbf{r}}(\xi)) d\xi \right\} D^2\mathbf{r}(\xi), \quad \dot{\mathbf{r}}(\xi) = \frac{d\mathbf{r}}{d\xi}, \quad (3)$$

$$\mathcal{L}(\mathbf{r}(\xi), \dot{\mathbf{r}}(\xi)) = \frac{1}{2} (\dot{\mathbf{r}}(\xi))^2 + \int H(\mathbf{r}(\xi), \rho) |A(\rho, \xi)|^2 d^2\rho. \quad (4)$$

Дифференциал $D^2\mathbf{r}(\xi)$ означает интегрирование по множеству траекторий, проходящих через точки с координатами $x(\xi)$ и $y(\xi)$; в конечных точках траекторий $\mathbf{r}(\xi=0) = \rho$ и $\mathbf{r}(\xi=z) = \mathbf{r}$.

Будем рассматривать самовоздействие пучка с гауссовым профилем интенсивности и случайной фазой $\varphi(\mathbf{r})$:

$$A_0(\mathbf{r}) = I_0^{1/2} \exp \{ -(\mathbf{r}/a_0)^2 + i\varphi(\mathbf{r}) \},$$

где a_0 — радиус пучка. В случае сильных фазовых флуктуаций пространственную корреляционную функцию поля (ПКФП) исходного пучка можно представить как

$$\Gamma_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \langle A_0(\mathbf{r}_1) A_0^*(\mathbf{r}_2) \rangle = I_0 \exp \left\{ -\frac{\mathbf{r}_1^2 + \mathbf{r}_2^2}{a_0^2} - \frac{(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)^2}{r_0^2} \right\}, \quad (5)$$

где r_0 — радиус корреляции.

Решение уравнений (2) — (4), как и исходного уравнения (1), представляет значительные трудности. Но формальная запись решения в виде (2) оказывается удобной для приближенного анализа статистических характеристик случайных пучков в нелинейной среде. Именно такой подход нами уже использовался [2] при решении задачи о самовоздействии пучков с гауссовской статистикой.

Будем искать решение (2) — (4) в приближении заданного канала, т. е. заменим в функции Лагранжа (4) интенсивность $I(\rho, \xi)$ на входное значение:

$$I_0(\rho) = I_0 \exp \{ -2\rho^2/a_0^2 \}. \quad (6)$$

Выражение (6) соответствует решению нелинейного уравнения (1) без учета явления дифракции, и его можно считать первым, бездифракционным приближением. При этом

$$\mathcal{L}(\mathbf{r}(\xi), \dot{\mathbf{r}}(\xi)) = \mathcal{L}_1(\mathbf{r}(\xi), \dot{\mathbf{r}}(\xi)) = \frac{1}{2} (\dot{\mathbf{r}}(\xi))^2 + \int H(\mathbf{r}(\xi), \rho) I_0(\rho) d^2\rho. \quad (7)$$

В соответствии с (2) — (4), (7) ПКФП пучка в нелинейной среде равна

$$\Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; z) = \int \Gamma_0(\rho_1, \rho_2) G(\mathbf{r}_1, \rho_1; z) G^*(\mathbf{r}_2, \rho_2; z) d^2\rho_1 d^2\rho_2. \quad (8)$$

При расчете интеграла по траекториям (3) будем следовать мето-

ду, изложенному в [7, 8]. Максимальный вклад в (3) и (8) дают траектории, удовлетворяющие уравнению Эйлера:

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\partial \mathcal{L}(r_j(\xi), \dot{r}_j(\xi))}{\partial \dot{r}_j} - \frac{\partial \mathcal{L}(r_j(\xi), \dot{r}_j(\xi))}{\partial r_j} = 0, \quad (\eta = x_j, y_j; j = 1, 2),$$

которое для функции (7) имеет вид

$$\ddot{\eta} - \frac{\partial}{\partial \eta} \int H(r_j, \rho) I_0(\rho) d^2 \rho = 0. \quad (9)$$

Оптимальные траектории, являющиеся решением (9), обозначим как $r_{j0}(\xi)$ ($r_{j0}(0) = \rho_j$, $r_{j0}(z) = r_j$), а отклонение от оптимальной траектории через $v_j(\xi)$: $v_j(\xi) = r_j(\xi) - r_{j0}(\xi)$ ($v_j(0) = v_j(z) = 0$).

Дальнейшее рассмотрение возможно лишь при конкретизации вида функции $H(r_j(\xi), \rho)$. Поэтому отдельно проанализируем случай локальной и нелокальной нелинейностей.

3. Локальная нелинейность. В этом случае $H(r(\xi), \rho) = \frac{\epsilon_2}{2\epsilon_0} \delta(\rho - r(\xi))$, где ϵ_0 и ϵ_2 — линейная и кубическая части диэлектрической проницаемости среды. Тогда в параксиальном приближении уравнение (9) принимает вид (индекс j опускаем)

$$\ddot{r}(\xi) + q^2 r = 0 \quad (q^2 = 2\epsilon_2 I_0 / a_0^2). \quad (10)$$

Решением уравнения (10), удовлетворяющего граничным условиям, при $\epsilon_2 > 0$ является

$$r_0(\xi) = \rho \cos q\xi + (r - \rho \cos qz) \operatorname{cosec} qz \sin q\xi. \quad (11)$$

Функцию (3) можно преобразовать к виду

$$G(r, \rho; z) = C(z) \exp \left\{ -i \frac{k}{2} \int_0^z [r_0^2(\xi) - q^2 r_0^2(\xi)] d\xi \right\},$$

где $C(z)$ определяется интегралом по траекториям:

$$C(z) = \int \exp \left\{ -i \frac{k}{2} \int_0^z [v^2(\xi) - q^2 v^2(\xi)] d\xi \right\} D^2 v(\xi).$$

Значение $C(z)$ нетрудно рассчитать, но для рассматриваемой нами задачи оно несущественно.

Принимая во внимание (11), получим

$$G(r, \rho; z) = C(z) \exp \left\{ -i \frac{kq}{2 \sin qz} ([r^2 + \rho^2] \cos qz - 2\rho r) \right\}. \quad (12)$$

Подстановка выражений (12) и (5) в (8) дает следующее выражение для модуля ПКФП пучка:

$$|\Gamma(r_1, r_2; z)| = \pi^2 |C(z)|^2 V^{-2}(z) I_0 \exp \left\{ -F^{-2}(z) \left[\frac{r_1^2 + r_2^2}{a_0^2} - \frac{(r_2 - r_1)^2}{r_0^2} \right] \right\}, \quad (13)$$

где введены обозначения

$$V^2(z) = \frac{1}{a_0^4} + \frac{2}{a_0^2 r_0^2} + \left(\frac{kq}{2} \right)^2 \operatorname{ctg}^2 qz, \quad F(z) = 2 \frac{\sin qz}{kq} V(z). \quad (14)$$

Из (13) следует одинаковое поведение в рассматриваемом приближении радиуса пучка $a(z)$ и радиуса корреляции $r_K(z)$ в нелинейной среде:

$$\frac{a(z)}{a_0} = \frac{r_K(z)}{r_0} = F(z) = \left[\cos^2 qz + \left(\frac{\sin qz}{ql_d} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (15)$$

где l_d — дифракционная длина для частично когерентного пучка:

$$l_d = \frac{1}{2m} ka_0^2, \quad m = [1 + 2(a_0/r_0)^2]^{1/2}.$$

При $q \rightarrow 0$ (15) переходит в выражение для линейной среды. В такой среде на расстоянии $z = l_d$ фазовые флуктуации существенно сказываются на распределении интенсивности, а именно: площадь пучка увеличивается в 2 раза.

Прежде чем обратиться к детальному анализу полученных результатов, рассмотрим еще случай нелокальной нелинейности.

4. **Нелокальная нелинейность.** Ограничимся здесь анализом стационарного теплового самовоздействия. При этом в (1) функция

$$H(r, \rho) = -(\kappa n' / (8\pi n)) \ln(r - \rho)^2, \quad (16)$$

где $n' = \partial n / \partial T$ — температурный градиент показателя преломления, κ — коэффициент теплопроводности. Выражение (16) есть результат решения уравнения

$$\Delta_{\perp} T = -\kappa I_0(\rho)$$

для отклонения температуры T от равновесной, которое определяет величину нелинейности среды $(n' / (2n)) T$.

В соответствии с (16), (3) и (4) получаем

$$J = G(r_1, \rho_1; z) G^*(r_2, \rho_2; z) = \iint_{\rho} \exp \left\{ -ik \int_0^z \left[\frac{1}{2} (\dot{r}_1(\zeta))^2 - \frac{1}{2} (\dot{r}_2(\zeta))^2 - \frac{\kappa n'}{8\pi n} \int_{-\infty}^{\infty} I_0(\rho) \ln[(r_1(\zeta) - \rho)^2 / (r_2(\zeta) - \rho)^2] d^2 \rho \right] d\zeta \right\} D^2 r_1(\zeta) D^2 r_2(\zeta). \quad (17)$$

Для приосевой части пучка

$$\ln \frac{(r_1 - \rho)^2}{(r_2 - \rho)^2} = \ln \left[\frac{(r_1 - \rho)^2}{a_0^2} : \frac{(r_2 - \rho)^2}{a_0^2} \right] \approx \frac{r_1^2 - r_2^2}{a_0^2} - 2 \frac{\rho}{a_0^2} (r_1 - r_2).$$

С учетом этого соотношения и (6) выражение (17) упрощается:

$$J = \iint \exp \left\{ -i \frac{k}{2} \int_0^z \left[(\dot{r}_1(\zeta))^2 - (\dot{r}_2(\zeta))^2 - \frac{\kappa n'}{8n} I_0(r_1^2(\zeta) - r_2^2(\zeta)) \right] d\zeta \right\} D^2 r_1(\zeta) D^2 r_2(\zeta). \quad (18)$$

Согласно (18) оптимальные траектории в данном случае удовлетворяют уравнению

$$\ddot{r}_j(\zeta) + \frac{\kappa n'}{8n} I_0 r_j(\zeta) = 0 \quad (j = 1, 2), \quad (19)$$

которое аналогично (10). Следовательно, если тепловая нелинейность

является фокусирующей ($n' > 0$), то можно полностью воспользоваться результатами предыдущего раздела, беря $q = (\kappa n' / (8n)) I_0$.

Однако для сред с тепловой нелокальной нелинейностью наиболее характерно $n' < 0$. При этом решением (19) является выражение

$$r_0(\xi) = \rho \operatorname{ch} p \xi + [r - \rho \operatorname{ch} p z] \operatorname{sh}^{-1} p z \operatorname{sh} p \xi$$

($p = (\kappa |n'| / (8n)) I_0$), которое можно получить из (11) с помощью замены $q \rightarrow ip$. Аналогичная замена в (12) — (15) дает выражение для соответствующих характеристик случайного пучка в дефокусирующей среде.

Таким образом, в самодефокусирующихся нелинейных средах изменение радиуса пучка $a(z)$ и радиуса корреляции $r_K(z)$ определяется соотношением

$$\frac{a(z)}{a_0} = \frac{r_K(z)}{r_0} = \Phi(z) = \left[\operatorname{ch}^2 p z + \frac{\operatorname{sh}^2 p z}{(p l_d)^2} \right]^{1/2} \quad (20)$$

5. Обсуждение. Сначала сравним выражения (20) и (15), которые показывают существенно различное поведение радиусов пучка и корреляции в дефокусирующей и фокусирующей нелинейных средах. В самодефокусирующей среде при любом значении параметра $p \neq 0$ указанные величины монотонно растут. Причем этот рост происходит быстрее, чем для детерминированного пучка, поскольку для пучка со случайной фазой дифракционная длина меньше.

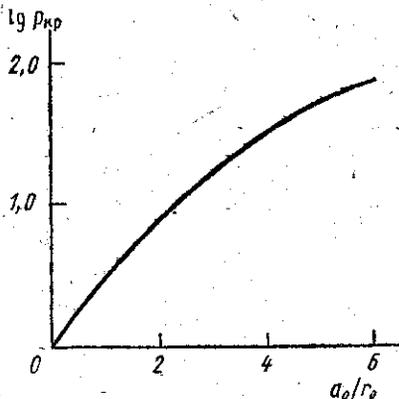
В самофокусирующей среде согласно (15) радиус пучка и радиус корреляции изменяются в общем случае периодически. Они не меняются только при $q l_d = 1$. Отсюда находим выражение для критической мощности волноводного распространения пучка со случайной фазовой модуляцией

$$P_{\text{кр}}^{\text{ФМ}} = m^2 P_{\text{кр}}^0, \quad P_{\text{кр}}^0 = c n_0 \lambda^2 / (32 \pi^2 \epsilon_2) \quad (21)$$

(для q использовано (10)). Здесь $P_{\text{кр}}^0$ — критическая мощность для самофокусировки детерминированного гауссова пучка; это значение в точности совпадает с результатом безабберационного приближения для квазиоптического уравнения (1) (см. [9]).

Из (21) видно, что конечное значение радиуса корреляции пучка увеличивает его критическую мощность: появляется зависимость последней от отношения радиуса пучка к радиусу корреляции. Эта зависимость показана на рисунке.

Зависимость приведенной критической мощности волноводного распространения пучка со случайной фазой $P_{\text{кр}} = P_{\text{кр}}^{\text{ФМ}} / P_{\text{кр}}^0$ от отношения радиуса пучка a_0 к радиусу корреляции r_0



Интересно обратить внимание на следующее обстоятельство. Расходимость пучка с конечным радиусом корреляции равна $\theta = m \theta_d$, где $\theta_d = \sqrt{2} \lambda / (\pi a_0)$ — дифракционная расходимость регулярного пучка [10]. С учетом этого выражение (21) можно переписать как

$$P_{\text{кр}}^{\text{ФМ}} = (\theta / \theta_d)^2 P_{\text{кр}}^0. \quad (22)$$

Последнее означает, что отношение критической мощности для пучка

со случайной фазой к таковой для гауссова пучка равно квадрату отношения расходимости пучка к дифракционной расходимости. Заметим, что аналогичный результат в [4, 5] получен при $\theta \gg \theta_d$. Развитая же нами теория показывает его справедливость для произвольного отношения θ/θ_d .

Если мощность пучка отличается от критической, то радиус пучка и радиус корреляции изменяются периодически. Такая периодичность в изменении радиуса пучка сохраняется и при переходе к детерминированному пучку ($r_0 \rightarrow \infty$). Вместе с тем на относительно малых расстояниях z ($qz < 1$) для функции $F(z)$ с учетом $z < l_d$ имеем,

$$F^2(z) = 1 + (l_d^{-2} - q^2)z^2. \quad (23)$$

Вид функции (23) совпадает с безабберационным приближением для детерминированных пучков. Таким образом, пучок со случайной фазой и мощностью $P > P_{кр}^{ФМ}$ будет в среднем фокусироваться в нелинейной среде. Напротив, при мощности пучка $P < P_{кр}^{ФМ}$ имеет место его расфокусировка.

В заключение подчеркнем, что основной результат настоящей работы состоит в нахождении критической мощности для волноводного пространства пучка со случайной фазой при произвольном соотношении между расходимостью пучка и дифракционной расходимостью.

Авторы благодарят А. М. Фаттахова за полезные обсуждения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Пасманик Г. А. ЖЭТФ, 1974, 66, с. 490. [2] Чиркин А. С., Юсубов Ф. М. Квант. электроника, 1983, 10, с. 1833. [3] Кандидов В. П. Изв. АН СССР, сер. физ., 1983, 47, с. 1583. [4] Коробкин В. В., Сазонов В. Н. ЖЭТФ, 1981, 81, с. 1195. [5] Ольхов В. М. ЖЭТФ, 1982, 83, с. 916. [6] Маслов В. П. Комплексные марковские цепи и континуальный интеграл Фейнмана. М.: Наука, 1976. [7] Фейнман Р., Хибс А. Квантовая механика и интегралы по траекториям. М.: Мир, 1968. [8] Фейнман Р. Статистическая механика. М.: Мир, 1977. [9] Виноградова М. Б., Руденко О. В., Сухоруков А. П. Теория волн. М.: Наука, 1979, с. 291. [10] Ахманов С. А., Дьяков Ю. Е., Чиркин А. С. Введение в статистическую радиофизику и оптику. М.: Наука, 1981, с. 270.

Поступила в редакцию
12.07.84

УДК 535.375.5

ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ РАССЕЯНИЕ СВЕТА В ИОДНОВАТОЙ КИСЛОТЕ В ОБЛАСТИ ВАЛЕНТНЫХ КОЛЕБАНИЙ ОН- и ОD-ГРУПП

Т. В. Лантинская, А. Г. Михайловский, А. Н. Пенин

(кафедра квантовой радиофизики)

В работе исследуется параметрическое рассеяние света на поляритонах в кристаллах иодноватой ($\alpha\text{-HfO}_3$) и дейтерированной иодноватой ($\alpha\text{-DfO}_3$) кислот в диапазоне частот 1200—5000 см^{-1} . Выбор диапазона определялся наличием в нем валентных колебаний гидроксильных групп ОН и ОD, богатым спектром колебаний второго порядка и сильно выраженным взаимодействием колебаний первого и второго порядков — резонансом Ферми.

Частотно-пространственный спектр параметрического рассеяния света на поляритонах (спектр ПР) обладает высокой чувствительно-