УДК 539.129

ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ РАСПАДА МАССИВНОГО НЕЙТРИНО ВО ВНЕШНЕМ ПОЛЕ

М. Ю. Книжников, А. Н. Прокопеня

(кафедра теоретической физики)

После экспериментального указания на наличие у электронного нейтрино ненулевой массы покоя ~ 30 эВ [1] появилось много работ, исследующих различные процессы с участием массивных нейтрино в приложении к астрофизике и космологии (см., например, [2, 3]).

В настоящей работе вычисляется вероятность распада нейтрино на электрон и W-бозон. Использование точных волновых функций электрона и W-бозона в магнитном поле [4, 5] позволило установить зависимость указанной вероятности от поляризации конечных частиц.

Матричный элемент данной реакции имеет вид

$$M = i\frac{g}{2\sqrt{2}}\int d^4x\bar{\psi}_e(x)\gamma^\mu(1+\gamma^5)\psi_\nu(x)W_\mu^+(x), \tag{1}$$

где $\psi_e(x)$, $\psi_\nu(x)$, $W_\mu(x)$ — соответственно волновые функции электрона, нейтрино и W-бозона. Тип взаимодействия (1) определяется соответствующим членом в полном лагранжиане модели Вайнберга—Салама [6]. Волновые функции частиц удовлетворяют уравнениям

$$\begin{gathered}((D^2+M^2)g^{\mu\nu}+2ieF^{\mu\nu})W_\nu^+(x)=0,\\ (i\gamma^\mu\partial_\mu-m_\nu)\psi_\nu(x)=0,\\ (i\gamma^\mu D_\mu-m)\psi_e(x)=0,\end{gathered} \tag{2}$$

где $D_\mu=\partial_\mu+ieA_\mu(x)$. Потенциал $A_\mu(x)=(0,\ 0,-Hx,\ 0)$ соответствует однородному магнитному полю, направленному по оси z. Волновая функция W-бозона подчинена условию $D_\mu W^\mu=0$. Решив (2), для волновой функции W-бозона найдем следующее выражение (см. [5]):

$$W^\mu(x)=\left(\frac{\gamma}{\pi}\right)^{1/4}\frac{1}{L\sqrt{2p_0n!}}e^{-ip_0t+ip_2y+ip_3z}\times$$

$$\times\begin{pmatrix} C_0\sqrt{n}D_{n-1}(\rho)\\ \frac{1}{\sqrt{2}}(C_1D_n(\rho)+C_2\sqrt{n(n-1)}D_{n-2}(\rho))\\ \frac{i}{\sqrt{2}}(C_1D_n(\rho)-C_2\sqrt{n(n-1)}D_{n-2}(\rho))\\ C_3\sqrt{n}D_{n-1}(\rho)\end{pmatrix}, \tag{3}$$

где $\gamma=|e|H$, $\rho=\sqrt{2/\gamma}(\gamma x-p_2)$, $D_n(\rho)$ — функция параболического цилиндра [5], p_2, $p_3=0,\ \pm1,\ \pm2,\ldots$, причем $p_0^2=M^2+p_3^2+(2n-1)\gamma$. Здесь M — масса покоя W-бозона, а $n=0,\ 1,\ 2,\ldots$. Коэффициенты C_0, C_1, C_2, C_3 для различных проекций спина на фиксированную ось равны

$$C_0=\frac{p_0\sqrt{\gamma(n-1)}}{p_0^2-p_3^2}(2n-1)\tau,\quad C_3=C_0\frac{p_3}{p_0},\quad C_2=in\tau,$$

$$C_1=-i(n-1)\sqrt{\frac{n-1}{n}}\tau,\quad \tau=\left(\frac{(p_0^2-p_3^2)n}{(2n-1)(p_0^2-p_3^2+M^2n(n-1))}\right)^{1/2}$$

при $\chi=0$ и

$$C_0=C_3\frac{p_3}{p_0},\quad C_3=\frac{p_0}{\sqrt{2(p_0^2-p_3^2)}},\quad C_1=i\chi\sqrt{\frac{n-1}{2(2n-1)}},\quad C_2=i\chi\sqrt{\frac{n}{2(2n-1)}}$$

при $\chi=\pm 1$.

Решение уравнения Дирака для электрона в однородном магнитном поле хорошо известно [4].

Для волновой функции нейтрино соответственно получаем

$$\psi_\nu(x)=\frac{1}{L^{3/2}}e^{-i\varepsilon t+iqx}b, \tag{4}$$

где

$$\varepsilon^2=m_\nu^2+q^2,$$

$$b=\begin{pmatrix}\dfrac{q}{\sqrt{2\varepsilon(\varepsilon-m_\nu)}}\\ 0\\ 0\\ \sqrt{\dfrac{\varepsilon-m_\nu}{2\varepsilon}}\end{pmatrix}$$

в случае ориентации спина по направлению поля ($\lambda=1$) и

$$b=\begin{pmatrix}0\\ \dfrac{q}{\sqrt{2\varepsilon(\varepsilon-m_\nu)}}\\ \sqrt{\dfrac{\varepsilon-m_\nu}{2\varepsilon}}\\ 0\end{pmatrix}$$

в случае противоположной ориентации спина ($\lambda=-1$). Волновая функция $\psi_\nu(x)$ соответствует распространению нейтрино вдоль оси x. Ввиду аксиальной симметрии такой выбор не ограничивает общности.

Подставляя (3), (4) в (1) и интегрируя по пространственно-временному объему, получаем

$$M=i\frac{g}{2\sqrt{2}}\frac{2\pi}{L^{3/2}}\frac{1}{\sqrt{2p_0}}\delta(\varepsilon-E-p_0)\,\delta_{k_2,-p_2}\delta_{k_3,-p_3}e^{-iqk_2/\gamma+i(l-n)\pi/2}Y, \tag{5}$$

где

$$Y=\frac{q}{\sqrt{2\varepsilon(\varepsilon-m_\nu)}}\left(\frac{C_0+C_3}{\sqrt{2}}B_3A_4I_{l-1,n-1}+iB_4A_3C_1I_{l,n}\right)+$$
$$+\sqrt{\frac{\varepsilon-m_\nu}{2\varepsilon}}\left(-iC_2B_3A_4I_{l-1,n-2}+B_4A_3\frac{C_0-C_3}{\sqrt{2}}I_{l,n-1}\right)$$

в случае $\lambda=1$ и

$$Y=\frac{q}{\sqrt{2\varepsilon(\varepsilon-m_\nu)}}\left(iC_2B_3A_4I_{l-1,n-2}-\frac{C_0-C_3}{\sqrt{2}}B_4A_3I_{l,n-1}\right)+$$
$$+\sqrt{\frac{\varepsilon-m_\nu}{2\varepsilon}}\left(-\frac{C_0+C_3}{\sqrt{2}}B_3A_4I_{l-1,n-1}-iC_1B_4A_3I_{l,n}\right)$$

в случае $\lambda=-1$. Здесь $I_{l,n}(x)$ — функция Лагерра [4, 7], $x=q^2/2\gamma$,

$$B_3=\sqrt{1+\xi m/\sqrt{E^2-k_3^2}},\quad B_4=\xi\sqrt{1-\xi m/\sqrt{E^2-k_3^2}},$$

$$A_3=\sqrt{1+k_3/E},\quad A_4=\xi\sqrt{1-k_3/E},$$

E, m, k_3 — соответственно энергия, масса покоя и продольный импульс электрона, причем $E^2=m^2+k_3^2+2l\gamma$, $l=0,\ 1,\ 2,\dots$. Проекция спина электрона на ось z равна $\xi=\pm 1$.

Вероятность распада нейтрино на электрон и W-бозон определяется квадратом матричного элемента (1):

$$w=\frac{g^2}{32\pi^2}\frac{(2\pi)^2}{L^3}\delta(\varepsilon-E-p_0)\,\delta_{k_2,-p_2}\delta_{k_3,-p_3}\frac{1}{p_0}Y^2. \tag{6}$$

Нас интересует выражение для вероятности распада, в котором явно выделена зависимость от ориентации спина электрона. Поэтому необходимо просуммировать (6) по конечным энергетическим состояниям электрона и W-бозона k_2, p_2, k_3, p_3, l, n, а также по поляризациям W-бозона. Заметим, что непосредственное интегрирование выражения (6) по конечным состояниям затруднительно. Поэтому разумно ограничиться квазиклассическим приближением сравнительно слабого поля $H\ll H_0=m^2/e$ и больших поперечных импульсов $\sqrt{2\gamma n}$, $\sqrt{2\gamma l}\gg\gg M$, m, k_3. В этом случае функции Лагерра $I_{l,n}$ выражаются через известную функцию Эйри и ее производную (см. [7, 8]). И далее преобразованное выражение (6) можно написать в следующем виде:

$$w=\frac{g^2}{32\pi^2}\frac{\sqrt{\pi}}{\varepsilon}\int_0^1 du\cdot u\left(-\varepsilon\frac{H}{H_0}(\varkappa u(1-u))^{-2/3}(1+u)\left(\xi\frac{m}{u}-m_\nu\right)\Phi(\theta)-\right.$$

$$\left.-\left(\frac{H}{H_0}\right)^2(\varkappa u(1-u))^{-4/3}q^2\left(\frac{1}{3}(1+u)(2+u)-\frac{7}{6}\frac{mm_\nu(1-u)^2}{M^2}\right)\Phi'(\theta)\right) \tag{7}$$

в случае $\lambda=1$ и

$$w=\frac{g^2}{32\pi^2}\frac{\sqrt{\pi}}{\varepsilon}\int_0^1 du\cdot u\left(-\varepsilon\frac{H}{H_0}(\varkappa u(1-u))^{-2/3}(1+u)\left(\xi\frac{m}{u}+m_\nu\right)\Phi(\theta)-\right.$$

$$\left.-\left(\frac{H}{H_0}\right)^2(\varkappa u(1-u))^{-4/3}q^2\left(\frac{1}{3}(1+u)(2+u)+\frac{7}{6}\frac{mm_\nu(1-u)^2}{M^2}\right)\Phi'(\theta)\right) \tag{8}$$

в случае $\lambda=-1$, где $\theta=(\varkappa u(1-u))^{-2/3}(1-u+M^2/m^2\cdot u)$, $\varkappa=$ $=qH/(mH_0)=e/m^3[-(F^{\mu\nu}p_\nu)^2]^{1/2}$ — инвариантный параметр, характерный для процессов во внешнем поле [9], $\Phi(\theta)$ — функция Эйри. Дальнейшее интегрирование точно провести не удается. Из (7), (8) можно получить асимптотические выражения при больших и малых значениях параметра $\varkappa$.

При $\varkappa\ll M^2/m^2$ используем асимптотику функции Эйри большого аргумента [9]:

$$\Phi(x)\cong+\frac{1}{2}x^{-1/4}\exp\left\{-\frac{2}{3}x^{3/2}\right\}.$$

В этом приближении выражение для вероятности приобретает следующий вид:

$$w=\frac{g^2}{16\pi\sqrt{3}}\frac{\varkappa m^2}{\varepsilon}\left(\frac{m}{M}\right)^2\left(1-\xi\frac{\sqrt{3}}{2}+\lambda\sqrt{3}\frac{m_\nu m}{M^2}\left(1-\frac{7}{4\sqrt{3}}\xi\right)\right)\times$$

$$\times\exp\left\{-\frac{\sqrt{3}}{\varkappa}\left(\frac{M}{m}\right)^2\right\}. \tag{9}$$

Если просуммировать (9) по $\xi=\pm1$, то получим выражение для полной вероятности распада, которое хорошо согласуется с результатом [10].

При больших $\varkappa$ основной вклад в (7), (8) дает область $u\sim0$ и $u\sim1$. Соответственно для вероятности получаем

$$w=\frac{g^2\sqrt{3}}{16\pi}\frac{\varkappa m^2}{\varepsilon}\frac{m}{M}(1+O(\varkappa^{-2/3})), \qquad (10)$$

причем (10) не зависит от λ.

Заметим, что выражение (9) имеет характерную экспоненциальную зависимость, что отражает пороговый характер процесса, а также характеризует квазиклассичность выбранного приближения. Следует отметить, что аналогичную зависимость имеет вероятность испускания массивного фотона [11].

Заметим также, что при малых $\varkappa$ в основном происходит рождение электронов со спином, направленным против поля. Аналогичное явление имеет место в случае синхротронного излучения [4].

При больших значениях $\varkappa$ имеется линейная зависимость от $\varkappa$, тогда как для электродинамики вероятность пропорциональна $\varkappa$ в степени 2/3. Такое отличие характерно для процессов с участием частиц с целыми значениями спинов [12]. Следует отметить также, что в этом случае вероятность не зависит от ориентации спина электрона.

Приведем оценку для времени жизни нейтрино относительно данного процесса. Для этого удобно формулу (10) преобразовать к следующему виду:

$$\tau=CH_0/H,$$

где $C=10^{11}$ с. Для $H/H_0=0{,}1$ получаем $\tau=10^{12}$ с.

В заключение авторы выражают искреннюю благодарность А. В. Борисову и В. Ч. Жуковскому за постоянную помощь и поддержку в работе, а также проф. А. А. Соколову за полезное обсуждение работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Козик В. С. и др. Ядерная физика, 1980, **32**, с. 301. [2] Зельдович Я. Б., Хлопов М. Ю. УФН, 1981, **135**, с. 45. [3] Алиев Т. М., Высоцкий М. И. Там же, с. 709. [4] Соколов А. А., Тернов И. М. Релятивистский электрон. М.: Наука, 1983. [5] Халилов В. Р., Обухов И. А., Перес-Фернандес В. К. В кн.: Тр. V Междунар. семинара по проблемам физ. высок. энерг. и квант. теор. поля. Т. 2. Протвино, 1982, с. 293. [6] Тейлор Дж. Калибровочные теории слабых взаимодействий. М.: Мир, 1978. [7] Тернов И. М., Халилов В. Р., Родионов В. Н. Взаимодействие заряженных частиц с сильным электромагнитным полем. М.: Изд-во МГУ, 1982, § 18. [8] Соколов А. А., Тернов И. М., Жуковский В. Ч., Борисов А. В. Квантовая электродинамика. М.: Изд-во МГУ, 1983. [9] Ритус В. И. Тр. ФИАН, т. 111. М.: Наука, 1979. [10] Борисов А. В., Жуковский В. Ч., Морозов И. Б., Соколов А. А. В кн.: Фундаментальные взаимодействия. Физика. М.: Изд. МГПИ, 1984, с. 24. [11] Жуковский В. Ч. Ядерная физика, 1978, **49**, с. 763. [12] Борисов А. В., Жуковский В. Ч., Книжников М. Ю. Ядерная физика, 1984, **39**, с. 1564.

Поступила в редакцию
08.10.84