

Непрерывный спектр. Если  $n \rightarrow \infty$ , т. е. область стоячей волны не ограничена по  $z$ , то условие на  $\Phi$  имеет вид  $|\Phi| < \infty$ . С другой стороны, из свойств функций Флоке следует, что  $\nu$  действительно лишь в случае  $a_0 \leq \bar{a} \leq b_1$ ,  $a_1 \leq \bar{a} \leq b_2$  (при  $\bar{q} > 0$ ). Поэтому спектр энергий имеет зонную структуру, причем ширина запрещенных зон уменьшается с ростом их порядкового номера. Качественный вид спектра показан на рис. 2, а. Линии на рис. 2, б соответствуют дискретному спектру.

В случае, если границы области стоячей волны проницаемы для частицы, все предыдущие ограничения на волновую функцию снимаются и спектр оказывается полностью непрерывным.

Остается добавить, что дисперсионное соотношение во всех случаях одинаково и имеет вид

$$a = v^2 + \bar{q}^2/2(v^2 - 1) + O(\bar{q}^4), \quad v \geq 3,$$

а спектр энергий симметричен относительно нулевого уровня и  $|E| \geq mc^2 + O(A^2)$ .

Решения классических и квантовых уравнений в поле типа (1), построенные с учетом граничных условий, могут служить основой для вычисления вероятностей спонтанного и вынужденного излучений, а также для расчета параметров источников индуцированного излучения.

В заключение авторы выражают благодарность И. М. Тернову и В. Р. Халилову за полезные обсуждения и внимание к работе.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Андреев Ю. А., Давыдовский В. Я., Даниленко В. Н. ЖТФ, 1976, 46, с. 2380. [2] Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции. М.: Наука, 1968. [3] Мак-Лахлан Н. Теория и приложения функций Матье. М.: ИЛ, 1953, с. 14.

Поступила в редакцию  
29.10.84

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1985, Т. 26, № 5

УДК 574.872

### СПЕКТРАЛЬНОЕ И УГЛОВОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ КОГЕРЕНТНОГО СИНХРОТРОННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Н. П. Клепиков, А. К. Яценко

(кафедра теоретической физики)

Совместное излучение группы электронов, движущихся в магнитном поле, давно было предметом теоретических исследований [1—4], однако поскольку частицы предполагались движущимися по одной и той же окружности, был сделан вывод о том, что излучение частиц может быть когерентным только на тех достаточно низких частотах, для которых расстояния между частицами сгустка имеют порядок длины волны. Достигнуть же большой плотности частиц в сгустке трудно. Опираясь на недавно построенную общую теорию [5] излучения систем релятивистских частиц, мы покажем, что существуют и другие, легче достигаемые возможности для генерации когерентного синхротронного излучения на достаточно высоких частотах.

Гармоники векторного потенциала, который создается системой  $N$  частиц с зарядами  $e_a$ , движущихся по замкнутым орбитам с одинаковой частотой  $\omega_0$ , в момент  $t$  в точке, находящейся на расстоянии  $R$  от системы в направлении единичного вектора  $n$ , имеют вид

$$A_n^{(N)} = \frac{\omega_0}{c\pi R} e^{ikz} \sum_{a=1}^N e_a \oint \exp(i\omega t - ikr_a) dr_a, \quad (1)$$

где  $\omega = n\omega_0$ ,  $n$  — номер гармоники,  $k = \omega/c$  и  $kR \gg 1$ .

Назовем одну из окружностей радиуса  $a$ , по которой могут двигаться частицы, центральной и предположим, что все частицы имеют одинаковые заряды  $e$  и движутся с одинаковой скоростью  $v$ , а их круговые орбиты смещены относительно центральной окружности следующими способами: 1) частицы движутся по одной окружности, но смещены по фазе на углы  $\varphi_a$  относительно стандартной точки, оббегающей

центральную окружность с частотой  $\omega_0$ , причем  $\sum_{a=1}^N \varphi_a = 0$ ; 2) плоскости орбит параллельны и смещены в направлении перпендикуляра к ним на величины  $h_a$ , причем

$\sum_{a=1}^N h_a = 0$ ; 3) орбиты смещены в плоскости центральной орбиты на величины  $r_a$  в на-

правлении углов  $\alpha_a$ , причем  $\sum_{a=1}^N r_a \cos \alpha_a = 0$ ,  $\sum_{a=1}^N r_a \sin \alpha_a = 0$ .

Тогда, как легко видеть из (1), потенциал для системы  $N$  электронов просто выражается через потенциал, создаваемый одним электроном, движущимся по центральной окружности:

$$A_n^{(N)} = A_n^{(1)} \sum_{a=1}^N e^{-ind_a}, \quad (2)$$

где

$$d_a = \varphi_a + \frac{\beta}{\alpha} (r_a \sin \theta \cos(\psi - \alpha_a) + h_a \cos \theta), \quad (3)$$

$\beta = v/c$ , а  $\theta$  и  $\psi$  — углы между направлением  $\mathbf{n}$  и соответственно нормалью к центральной окружности и одним из направлений в ее плоскости.

Из (2) для интенсивности излучения, отнесенной к элементу телесного угла, на частоте  $\omega = n\omega_0$  в направлении  $\mathbf{n}$  находим

$$dI_n^{(N)} = dI_n^{(1)} S_{N,n}, \quad (4)$$

где фактор когерентности имеет вид

$$S_{N,n} = \sum_{a=1}^N \sum_{b=1}^N \cos n(d_a - d_b), \quad (5)$$

а выражение для интенсивности излучения одного электрона можно найти, например, в [4].

Поскольку при  $1 - \beta^2 \ll 1$  вклад в излучение в направлении  $\mathbf{n}$  вносят фактически только частицы, находящиеся на дугах траекторий, касательные к которым мало отклоняются от направления  $\mathbf{n}$ , наш расчет применим и к более общим случаям движения быстрых частиц, но тогда рассматриваемые нами окружности являются соприкасающимися окружностями с соответствующими участками траекторий частиц.

При рассмотрении (3) и (5) легко видеть, что для достаточно больших энергий частиц отклонения  $h_a/a$  могут быть значительно больше, чем  $\varphi_a$ , оказывая то же влияние на  $d_a$  и, следовательно, на  $S_{N,n}$ , так как  $\cos \theta \sim \sqrt{1 - \beta^2}$ . Еще больше могут быть сдвиги  $r_a$ , так как  $\cos(\psi - \alpha_a)$  обращается в нуль при  $\psi - \alpha_a = \pm\pi/2$ . Если же частицы сгустка расположены так, что углы  $\alpha_a$  для них близки, то все  $d_a$  могут быть малы почти одновременно, что должно вызывать, при не слишком больших  $n$ , резкое увеличение интенсивности излучения под углами  $\psi = \pm\pi/2 + \alpha_a$ . Мы видим, что поперечные сдвиги орбит частиц могут при благоприятных условиях быть средством создания импульсных вспышек когерентного синхротронного излучения. Пример расчета подобного усиления интенсивности излучения для системы из двух частиц рассмотрен в [5].

Общая теория излучения электромагнитных волн системой заряженных частиц [5] в применении к рассматриваемой задаче позволяет получить отношение  $R$  мгновенной интенсивности излучения системы  $N$  частиц, проинтегрированной по направлениям излучения, к сумме  $N$  интенсивностей излучения одной частицы в тех же условиях. При достаточно малых значениях величин  $\varphi_a$ ,  $h_a/a$  и  $r_a/a$

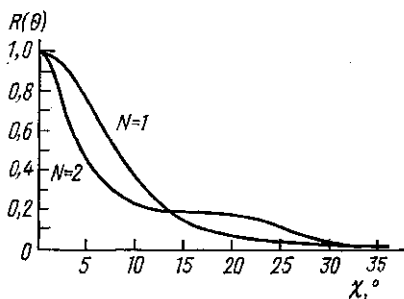
$$\begin{aligned}
 R = N & - \frac{2(5 + 21\beta^2 + 9\beta^4)}{5(1 - \beta^2)^3} \sum_{a=1}^N \varphi_a^2 - \frac{2\beta^2(7 - 16\beta^2)}{35(1 - \beta^2)^2} \sum_{a=1}^N \left(\frac{r_a}{a}\right)^2 \cos^2(\omega_0 t_0 - \alpha_a) - \\
 & - \frac{2\beta^2(2 + 3\beta^2)}{5(1 - \beta^2)^2} \sum_{a=1}^N \left(\frac{h_a}{a}\right)^2 - \frac{2\beta^2(14 + 163\beta^2 + 68\beta^4)}{35(1 - \beta^2)^3} \sum_{a=1}^N \left(\frac{r_a}{a}\right)^2 \sin^2(\omega_0 t_0 - \alpha_a) + \\
 & + \frac{2\beta^2(189 + 275\beta^2 + 26\beta^4)}{35(1 - \beta^2)^3} \sum_{a=1}^N \varphi_a \frac{r_a}{a} \sin(\omega_0 t_0 - \alpha_a) + \dots, \quad (6)
 \end{aligned}$$

где  $t_0$  — лабораторное время. При больших значениях параметров сдвига отношение  $R$  находится численно.

Если  $\varphi_a$ ,  $h_a/a$  и  $r_a/a$  малы, то, разлагая выражение (5) по их степеням, подставляя первые два члена этого разложения в (4), суммируя по спектру и интегрируя по углам излучения, для  $R$  найдем выражение, совпадающее со средним значением по времени  $t_0$  от правой части (6). Это доказывает согласованность двух использованных методов расчета.

Из (6) видно, что при близких  $\alpha_a$  и  $\beta^2 > 7/16$  величина отношения  $R$  больше  $N$  в некотором интервале изменения величин  $r_a$ , что подтверждается численным расче-

том при больших значениях  $r_a$ . Это может показаться удивительным, так как квадрат суммы полей  $N$  частиц не может больше чем в  $N^2$  раз превышать квадрат одного поля. Однако следует учесть, что угловое распределение совместного излучения системы частиц имеет более сложный характер, чем для отдельных частиц. На рисунке показано угловое распределение интенсивности излучения двух частиц при  $\beta = 2\sqrt{2}/3$ ,  $t_0 = \pi/2$ ,  $r_1 = -r_2 = 0,14 a$ ,  $\alpha_1 = \alpha_2 = \pi/2$ . Для сравнения показано также угловое распределение для одной частицы в тех же условиях. По оси абсцисс отложен угол  $\chi$ , отсчитываемый от касательной к центральной окружности, проведенной в точке с угловой координатой  $\omega_0 t_0 = \pi/2$ . Обе интенсивности проинтегрированы по азимутальному углу, отсчитываемому вокруг указанной касательной, и нормированы на их максимальное значение. В области малых углов распределение для системы уже, а в области больших углов шире, чем для некогерентного излучения частиц.



## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Schott G. A. Phil. Mag., 1907, 13, N 74, p. 189. [2] McMillan E. M. Phys. Rev., 1945, 68, N 5—6, p. 144. [3] Schiff L. I. Rev. Sci. Instr., 1946, 17, N 1, p. 16. [4] Соколов А. А., Иваненко Д. Д. Классическая теория поля. М., 1951, § 39, 43. [5] Клепиков Н. П., Соколов С. Н. Излучение системы релятивистских частиц. Препринт ИФВЭ 84-57. Серпухов, 1984.

Поступила в редакцию  
15.02.85