

ОПТИКА И СПЕКТРОСКОПИЯ

УДК 535.21:532.783

К ТЕОРИИ ОРИЕНТАЦИОННОЙ САМОФОКУСИРОВКИ СВЕТОВОЙ ВОЛНЫ ОБЫКНОВЕННОГО ТИПА

А. С. Золотько, В. Ф. Китаева, Н. Н. Соболев, А. П. Сухоруков

(кафедра общей физики и волновых процессов)

Предметом настоящей статьи является изложение теории переориентации директора нематического жидкого кристалла (НЖК) в поле световой волны обыкновенного типа. В работах [1—3] было обнаружено, что в этом случае при воздействии на гомеотропный образец НЖК непрерывным оптическим излучением возникают незатухающие осцилляции директора, свидетельством которых служат осциллирующие кольцевой картины аберрационной самофокусировки. Период, амплитуда осцилляций и сам их характер (периодические, стохастические, аперриодические) зависят от угла падения и мощности светового пучка. Кроме того, с увеличением угла падения растет и пороговая мощность ориентационной самофокусировки. Эффекту возникновения осцилляций ранее было дано лишь качественное объяснение. Создание полной теории взаимодействия обыкновенной волны с директором НЖК наталкивается на серьезные трудности в связи со сложностью исходных уравнений. Нами развита простая теоретическая модель, объясняющая возникновение периодических колебаний директора, и рассчитан порог ориентации в узком наклонно падающем световом пучке.

Вместо наклонного падения светового пучка на гомеотропный ориентированный кристалл будем рассматривать нормальное падение гауссова пучка на кристалл, в котором директор лежит в горизонтальной плоскости XU и образует с нормалью к стенке угол α_0 (рис. 1). При

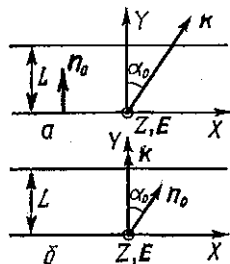


Рис. 1. Геометрия эксперимента (а) и теоретической модели (б) при наклонном падении обыкновенной световой волны на НЖК; L — толщина кристалла, n_0 — невозмущенное положение директора

этом сохраняется взаимная ориентация векторов k , n и E , однако теоретическое рассмотрение существенно упрощается.

Самосогласованное поведение поля световой волны E и директора n в одноконстантном приближении описывается системой уравнений [4]

$$\text{rot rot } E + \frac{\omega^2}{c^2} \hat{\epsilon} E = 0, \tag{1}$$

$$\gamma_1 \frac{\partial n_i}{\partial t} + \Delta n_i + \frac{\Delta \epsilon}{4\pi k} E_i n_i E_i = \lambda(r) n_i, \tag{2}$$

где тензор диэлектрической проницаемости имеет вид

$$\epsilon_{ij} = \epsilon_{\perp} \delta_{ij} + \Delta \epsilon n_i n_j, \quad (3)$$

$\Delta \epsilon = \epsilon_{\parallel} - \epsilon_{\perp}$, δ_{ij} — символ Кронекера, Δ — оператор Лапласа, $\gamma_1 = (\mu_3 - \mu_2)/K$, K — константа Франка, $\lambda(\mathbf{r})$ — неизвестная функция, n_i , E_i — декартовы компоненты директора n и поля E . Декартовы компоненты директора будем выражать через азимутальный угол β и полярный угол δ :

$$n_x = \sin \beta \cos \delta, \quad n_y = \cos \beta, \quad n_z = \sin \beta \sin \delta. \quad (4)$$

Выражая электрическое поле световой волны через медленно меняющуюся амплитуду $A(\mathbf{r})$:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} \mathbf{A}(\mathbf{r}) \exp \left\{ i \sqrt{\epsilon_{\perp}} \frac{\omega}{c} y - i \omega t \right\} \quad (5)$$

и представляя его в виде суперпозиции обыкновенной A_0 и необыкновенной A_e волн:

$$A_e = A_x \cos \delta + A_z \sin \delta, \quad (6)$$

$$A_0 = -A_x \sin \delta + A_z \cos \delta,$$

из (1) получим

$$\frac{\partial A_e}{\partial y} = \frac{\partial \delta}{\partial y} A_0 + i \frac{\omega}{c} \Delta n A_e, \quad (7)$$

$$\frac{\partial A_0}{\partial y} = -\frac{\partial \delta}{\partial y} A_e.$$

Здесь $\Delta n = \frac{\Delta \epsilon \epsilon_{\perp}^{1/2}}{2 \epsilon_{yy}} \sin^2 \beta$.

Исключая из (2) функцию $\lambda(\mathbf{r})$, находим уравнения для угловых координат β и δ :

$$\frac{\partial \beta}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \beta}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial \delta}{\partial y} \right)^2 \sin \beta \cos \delta + \frac{\Delta \epsilon}{8 \pi k} \frac{\epsilon_{\perp} \epsilon_{\parallel}}{\epsilon_{yy}^2} |A_e|^2 \sin \beta \cos \beta, \quad (8)$$

$$\sin \beta \frac{\partial \delta}{\partial \tau} = \sin \beta \frac{\partial^2 \delta}{\partial y^2} + 2 \cos \beta \frac{\partial \beta}{\partial y} \frac{\partial \delta}{\partial y} + \frac{\Delta \epsilon}{16 \pi k} \frac{\epsilon_{\perp}}{\epsilon_{\parallel}} (A_e A_0^* + A_e^* A_0) \sin \beta,$$

где $\tau = t \pi^2 / (\gamma_1 L^2)$. Систему (7) — (8) нужно дополнить граничными условиями

$$\begin{aligned} \beta|_{y=0} = \beta|_{y=L} = \alpha_0, \quad \delta|_{y=0} = \delta|_{y=L} = 0, \\ A_e|_{y=0} = 0, \quad A_0|_{y=0} = A_0. \end{aligned}$$

Из системы (7) — (8) следует уравнение для малых отклонений директора от плоскости XY , описываемых углом δ :

$$\frac{\partial \delta}{\partial \tau} = \frac{L^2}{\pi^2} \Delta \delta + \frac{L^2}{\pi^2 \xi^2} e^{-2\rho^2/\omega_0^2} \int_0^y \frac{\partial \delta}{\partial y'} \cos \mu (y - y') dy'. \quad (9)$$

Здесь $\frac{1}{\xi^2} = \frac{\Delta \epsilon |A_0|^2}{16 \pi k} \frac{\epsilon_{\perp}}{\epsilon_{\parallel} - \Delta \epsilon \sin^2 \alpha_0}$,

$$\mu = \frac{\epsilon_{\perp}^{1/2} \Delta \epsilon}{2(\epsilon_{\parallel} - \Delta \epsilon \sin^2 \alpha_0)} \frac{\omega}{c} \sin^2 \alpha_0.$$

Аналогичные уравнения, описывающие переориентацию директора в поле плоской обыкновенной световой волны, были получены в [5, 6].

Переходу Фредерикса соответствует появление в решении уравнения (9) экспоненциально растущего во времени с инкрементом Γ отклонения директора (выход из плоскости XY):

$$\delta = \delta_m(x, y, z) e^{\Gamma t} \quad (\Gamma > 0). \quad (10)$$

При переориентации директора широким световым пучком (ширина пучка $\omega_0 \gg L$) можно пренебречь поперечной неоднородностью поля. В этом случае уравнение (9) имеет точное решение, которое при $\Gamma = 0$ (порог перехода Фредерикса) имеет вид

$$\delta_m = \frac{\mu^2}{\mu^2 + 1/\xi^2} y + \frac{1}{\xi^2} \frac{\sin \sqrt{\mu^2 + 1/\xi^2} y}{(\mu^2 + 1/\xi^2)^{3/2}}, \quad (11)$$

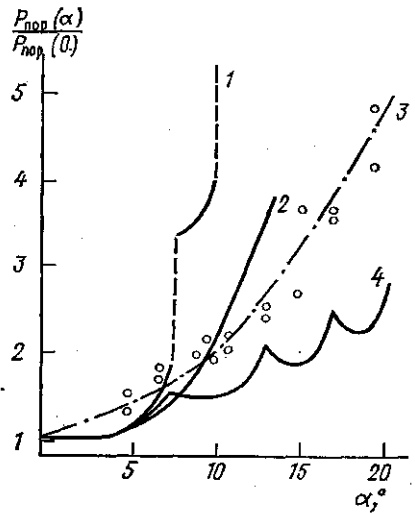
причем величины, входящие в (11), связаны соотношением

$$\frac{\sin \sqrt{\mu^2 + 1/\xi^2} L}{\sqrt{\mu^2 + 1/\xi^2} L} = -\mu^2 \xi_{\text{пор}}^2. \quad (12)$$

Для каждой заданной величины $\mu \sim \sin^2 \alpha_0$ имеем пороговое значение поля $E_{\text{пор}} \sim 1/\xi_{\text{пор}}(\mu)$, т. е. появляется зависимость порога Фредерикса от угла падения светового пучка на слой НЖК. Соотношение (12) неявно определяет порог перехода Фредерикса в поле плоской волны ($\omega_0 \ll L$) и при $\mu L/\pi \ll 1$ совпадает с результатом, ранее полученным в [7].

В узких световых пучках ($\omega_0 \leq L$) закономерности переориентации директора могут претерпевать значительные изменения. Для учета влияния ограниченности пучка на порог воспользуемся тем результатом, что

Рис. 2. Зависимость отношения пороговой мощности $P_{\text{пор}}(\alpha)$ перехода Фредерикса в поле обыкновенной световой волны при наклонном падении светового пучка на кристалл под углом α к пороговой мощности при нормальном падении $P_{\text{пор}}(0)$: теоретическая зависимость, рассчитанная с помощью плосковолнового приближения (1), методом возмущений (2), вариационным методом (4); 3 — экспериментальная зависимость. Величина перетяжки $\omega_0 = 44$ мкм, $P_{\text{пор}}(0) = 50$ мВт



в узких пучках [8] пороговая напряженность электрического поля на оси пучка в $(1 + \sqrt{2} L/(\pi \omega_0))$ раз превышает пороговую напряженность в плоской волне. В нашем случае вместо толщины кристалла при вычислении этой поправки используем величину L/m , где m — номер моды (11). Рассчитанная с помощью (11) зависимость с учетом указанной выше поправки приведена на рис. 2 (кривая 1).

С увеличением параметра μ порог четных мод растет, а нечетных — уменьшается. При достижении определенной критической величины $\mu_{\text{кр}}$ мода перестает возбуждаться, т. е. при больших μ возбуждаются моды высокого порядка. При приближении к $\mu_{\text{кр} m}$ соответствующая мода $\delta_m(y)$ сильно искажается по сравнению с модой при нормальном падении

$$\delta_m \sim \sin \frac{\pi m}{L} y.$$

Порог переориентации директора в поле узкого светового пучка можно определить с помощью вариационного метода Ритца [9] в одно-модовом приближении. Если задать пространственную моду в виде

$$\delta_m = e^{-\rho^2/a^2} \sin \frac{\pi m y}{L}, \quad (13)$$

то можно получить для пороговой мощности формулу

$$\frac{P_{\text{пор}}(\alpha)}{P_{\text{пор}}(0)} = \frac{(m^2 - \eta^2)^2}{m^2 - \eta^2 + (-1)^m \frac{2\eta}{\pi} \sin \pi \eta} \left(1 + \frac{g}{m}\right)^2, \quad (14)$$

где $\eta = \frac{\mu L}{\pi}$; $g = \frac{\sqrt{2} L}{\pi \omega_0}$. Зависимость (14) изображена на рис. 2 (кривая 4). Соответствующая кривая идет значительно ниже пороговой кривой 1. Это связано, во-первых, с тем обстоятельством, что не учитываются искажения продольного синусоидального профиля поля директора, вызванные изменениями продольной структуры ориентирующего директор электрического поля светового пучка (изменение поляризации волны), и, во-вторых, с понижением точности использованного метода Ритца при переходе к «резонансу» $m \sim \eta$.

Для определения порога перехода в узком световом пучке можно также применить метод возмущений. Для этого перепишем (9) в виде

$$\frac{\pi^2}{L^2} \frac{\partial \delta}{\partial \tau} = \Delta \delta + \frac{1}{\xi^2} e^{-\frac{2\rho^2}{\omega_0^2}} - \frac{\mu}{\xi^2} e^{-\frac{2\rho^2}{\omega_0^2}} \int_0^y \delta(y') \cos \mu(y-y') dy'. \quad (15)$$

При $\mu L \ll \pi$ последний член (15) можно считать малым возмущением. Используя в качестве $\delta(y)$ найденную в [10] функцию

$$\delta(\rho, y) = \frac{2}{\Delta} e^{-\rho^2/\Delta^2} \sin \frac{\pi y}{L}, \quad (16)$$

где параметр Δ определяется соотношением

$$\Delta^2 = \frac{\omega_0^2}{\omega_0/(\sqrt{2}\xi) - 1}, \quad (17)$$

порог перехода Фредерикса определим из условия

$$\int_0^L dy \int_0^\infty \rho d\rho \left\{ \delta \Delta \delta + \frac{1}{\xi^2} \delta^2 e^{-2\rho^2/\omega_0^2} - \delta \frac{\mu}{\xi^2} e^{-2\rho^2/\omega_0^2} \int_0^y \delta(y') \cos \mu(y-y') dy' \right\} = 0. \quad (18)$$

Выполняя в (18) интегрирование, получим при $\eta = \mu L/\pi \ll 1$

$$-1 + \left(\frac{E_{\text{пор}}}{E_{\text{пор одн}}} - g \right)^2 - \eta^2 \frac{E_{\text{пор}}}{E_{\text{пор одн}}} \left(\frac{E_{\text{пор}}}{E_{\text{пор одн}}} - g \right) = 0. \quad (19)$$

Из (19) находим

$$\frac{P_{\text{пор}}(\eta)}{P_{\text{пор}}(0)} = 1 + \eta^2. \quad (20)$$

Этот результат совпадает с полученным для плоской волны [7]. Зависимость (20) представлена на рис. 2 (кривая 2). Она формально приведена и вне области применимости метода возмущений. Из рис. 2 видно, что теоретическая кривая качественно правильно передает ход экспериментальной зависимости.

Для анализа движения директора систему четырех уравнений (7) — (8) сведем к системе двух обыкновенных дифференциальных уравнений. Для этого функции $\beta(y)$ и $\delta(y)$ разложим в ряд Фурье, ограничимся первыми гармониками:

$$\beta(y) = \alpha_0 + \beta_1 \sin \frac{\pi y}{L}, \tag{21}$$

$$\delta(y) = \delta_1 \sin \frac{\pi y}{L}$$

и выразим медленно меняющиеся амплитуды A_0 и A_e через две вещественные функции Ω и Φ :

$$\sin \Omega = \frac{i(A_e A_0^* - A_e^* A_0)}{|A_0|^2 + |A_e|^2}, \tag{22}$$

$$\operatorname{tg} \Phi = \frac{A_e A_0^* + A_e^* A_0}{|A_0|^2 - |A_e|^2}.$$

Тогда получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial \beta_1}{\partial \tau} = & -\beta_1 - \delta_1^2 (a_1 f_1(\beta_1) + a_2 f_2(\beta_1) \beta_1) + \\ & + d (b_1 \delta_1^2 F_1(\beta_1, \delta_1) + b_2 \beta_1 \delta_1^2 F_2(\beta_1, \delta_1)), \end{aligned} \tag{23}$$

$$\frac{\partial \delta_1}{\partial \tau} = -\delta_1 + 2\beta_1 \delta_1 \frac{a_5 f_5(\beta_1) - a_6 f_6(\beta_1)}{a_3 f_3(\beta_1) + a_5 \beta_1 f_4(\beta_1)} + d \frac{b_3 \delta_1 F_3(\beta_1, \delta_1) + b_4 \delta_1 \beta_1 F_4(\beta_1, \delta_1)}{a_3 f_3(\beta_1) + a_5 \beta_1 f_4(\beta_1)}.$$

Здесь $d = \frac{\Delta \varepsilon |A_0|^2}{8\pi K} \frac{L^2}{\pi^2}$, a и β — коэффициенты, зависящие от угла α_0 , $f_i(\beta_1)$ и $F_i(\beta_1, \delta_1)$ — функции β_1 и δ_1 , имеющие достаточно сложный вид.

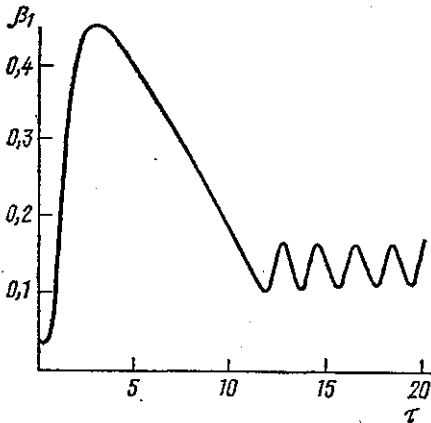


Рис. 3. Зависимость параметра β_1 от τ при $\alpha = 5$, $\alpha_0 = 1^\circ$

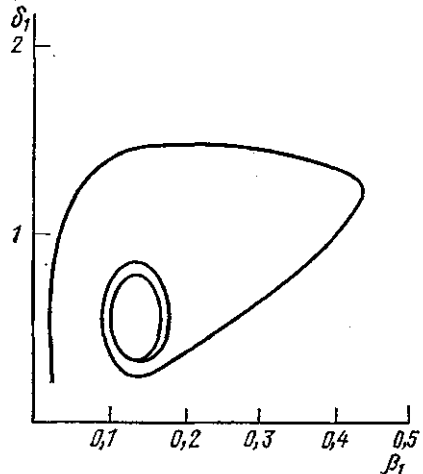


Рис. 4. Предельный цикл колебаний директора в переменных δ_1 , β_1

Система (23) решалась численно. При этом значения коэффициентов f и F заранее вычислялись для сетки переменных β_1 и δ_1 . Результаты расчета для $d=5$, $\alpha_0=1^\circ$ приведены на рис. 3. Из рис. 3 видно, что изменения величины β_1 носят колебательный характер, причем амплитуда первого колебания существенно превышает амплитуду последующих. Средний период колебаний, начиная со второго, $T=60$ с, что по порядку величины совпадает с наблюдавшимся в эксперименте. Процесс установления предельного цикла в переменных β_1 , δ_1 показан на рис. 4.

Расчеты в рамках описанной модели дают завышенные значения мощностей для возникновения достаточно большой амплитуды колебаний. На наш взгляд, это в основном связано с довольно грубой аппроксимацией функций δ и β синусоидальной зависимостью.

Приложение. Выражения для коэффициентов a , f , b и функций F :

$$a_1 = \frac{2}{3\pi} \sin 2\alpha_0, \quad a_2 = \frac{\cos 2\alpha_0}{4}, \quad a_3 = \sin \alpha_0, \quad a_4 = \frac{8}{3\pi} \cos \alpha_0,$$

$$a_5 = \frac{4}{3\pi} \cos \alpha_0, \quad a_6 = \frac{\sin \alpha_0}{4},$$

$$f_1 = \frac{3}{2} \int_0^\pi \sin x \cos^2 x \cos 2\Delta dx, \quad f_2 = \frac{4}{\pi} \frac{1}{\beta_1} \int_0^\pi \sin x \cos^2 x \sin 2\Delta dx,$$

$$f_3 = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \sin^2 x \cos \Delta dx, \quad f_4 = \frac{3}{4} \frac{1}{\beta_1} \int_0^\pi \sin^2 x \sin \Delta dx,$$

$$f_5 = \frac{3}{2} \int_0^\pi \sin x \cos^2 x \cos \Delta dx, \quad f_6 = \frac{8}{\pi} \frac{1}{\beta_1} \int_0^\pi \sin x \cos^2 x \sin \Delta dx.$$

Здесь $\Delta = \beta_1 \sin x$,

$$b_1 = \frac{4}{3\pi} \sin 2\alpha, \quad b_2 = \frac{3}{4} \cos 2\alpha_0, \quad b_3 = \sin \alpha_0, \quad b_4 = \frac{8}{3\pi} \cos \alpha_0,$$

$$F_1(\beta_1, \delta_1) = \frac{3}{4\delta_1^2} \int_0^\pi \frac{1 - \cos \Omega \cos \Phi}{2} \frac{1}{\left(1 - \frac{\Delta \epsilon}{\epsilon_{\parallel}} \sin^2 \beta\right)^2} \sin x \cos 2\Delta dx,$$

$$F_2(\beta_1, \delta_1) = \frac{4}{3\pi \beta_1 \delta_1^2} \int_0^\pi \frac{1 - \cos \Omega \cos \Phi}{2} \frac{1}{\left(1 - \frac{\Delta \epsilon}{\epsilon_{\parallel}} \sin^2 \beta\right)^2} \sin x \sin 2\Delta dx,$$

$$F_3(\beta_1, \delta_1) = \frac{2}{\pi} \frac{1}{\delta_1} \int_0^\pi \frac{\cos \Omega \sin \Phi}{2} \frac{\sin x \cos \Delta}{1 - \frac{\Delta \epsilon}{\epsilon_{\parallel}} \sin^2 \beta} dx,$$

$$F_4(\beta_1, \delta_1) = \frac{3}{4\beta_1 \delta_1} \int_0^\pi \frac{\cos \Omega \sin \Phi}{2} \frac{\sin x \sin \Delta}{1 - \frac{\Delta \epsilon}{\epsilon_{\parallel}} \sin^2 \beta} dx.$$

Для каждой пары значений β_1 и δ_1 функции Ω и Φ определяются из системы уравнений

$$\frac{L}{\pi} \frac{d\Omega}{dy} = - \frac{\Delta \epsilon \epsilon_{\parallel}^{1/2}}{2\epsilon_{\parallel}} \frac{\sin^2 \beta}{1 - \frac{\Delta \epsilon}{\epsilon_{\parallel}} \sin^2 \beta} \frac{\sin \Phi}{\cos \alpha_0},$$

$$\frac{L}{\pi} \frac{d\Phi}{dy} = 2\delta_1 \cos x + \frac{\Delta\epsilon\epsilon^{1/2}}{2\epsilon_{\parallel}} \frac{\sin^2\beta}{1 - \frac{\Delta\epsilon}{\epsilon_{\parallel}} \sin^2\beta} \cdot \frac{\operatorname{tg} \Omega \cos \Phi}{\cos \alpha_0},$$

$$x = \frac{\pi y}{L}.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Золотько А. С. и др. Письма в ЖЭТФ, 1980, 32, с. 170. [2] Золотько А. С. и др. Особенности переориентации молекул НЖК в поле световой волны обыкновенного типа. Препринт ФИАН № 225. М., 1983. [3] Золотько А. С. и др. ЖЭТФ, 1984, 87, с. 859. [4] Чандрасекар С. Жидкие кристаллы. Гл. 3. М.: Мир, 1980. [5] Аракелян С. М., Караян А. С., Чилингарян Ю. С. Квант. электроника, 1982, 9, с. 2481. [6] Зельдович Б. Я., Табирян Н. Ф. ЖЭТФ, 1982, 82, с. 1126. [7] Зельдович Б. Я. и др. Письма в ЖЭТФ, 1983, 37, с. 563. [8] Золотько А. С., Китаева В. Ф., Соболев Н. Н., Сухоруков А. П. ЖЭТФ, 1981, 81, с. 933. [9] Цлаф Л. Я. Вариационное исчисление и интегрирование уравнения. М.: Наука, 1966. [10] Золотько А. С., Китаева В. Ф., Купомиян В. А., Соболев Н. Н. Письма в ЖЭТФ, 1982, 36, с. 66.

Поступила в редакцию
20.07.84

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1985, Т. 26, № 5

УДК 621.373.826

АВТОМАТИЗИРОВАННЫЙ ЛАЗЕРНЫЙ КОМПЛЕКС ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ НЕЛИНЕЙНОГО ПОГЛОЩЕНИЯ МОЛЕКУЛ

М. С. Джиджоев, А. В. Чугунов

(кафедра общей физики и волновых процессов)

В последние годы большое внимание уделяется исследованию селективного воздействия на молекулы [1, 2]. Интерес к процессам многофотонного возбуждения и диссоциации (МФВ и МФД) молекул связан с актуальными проблемами лазерного разделения изотопов, управления химическими реакциями, с необходимостью понимания процессов, происходящих в верхних слоях атмосферы, и т. п.

Традиционным инструментом для исследования процессов МФВ и МФД молекул служат ТЕА СО₂-лазеры. Применение наряду с ИК-лазерными импульсами перестраиваемого УФ-излучения открывает дополнительные возможности для изучения процессов в молекулах, находящихся как в основном, так и в электронно-возбужденных состояниях.

Современный эксперимент в этой области требует, как правило, проведения огромного количества измерений с вариацией ряда параметров. Использование сразу нескольких лазеров, работающих с частотой повторения, необходимость одновременной регистрации большого количества параметров приводят к неизбежности создания автоматизированных лазерных систем.

В настоящей работе описан лазерный комплекс с автоматизированной системой регистрации, предназначенный для исследования процессов в молекулах в условиях одно-(ИК, УФ), двух-(ИК—ИК, ИК—УФ) и трехчастотного (ИК—ИК—УФ) воздействия при плотностях мощности до 10 ГВт/см² для ИК- и до 100 МВт/см² для УФ-импульсов. Комплекс (рис. 1) включает в себя источники излучения (I);