УДК 533.951.7

ОСОБЕННОСТИ КВАЗИЛИНЕЙНОЙ ДИФФУЗИИ В РЕЛЯТИВИСТСКОЙ МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМЕ

Л. С. Кузьменков, М. И. Ситнов

(кафедра теоретической физики)

Введение. Одним из важнейших результатов квазилинейной теории свободной бесстолкновительной плазмы [1—3] стал вывод о возможности образования плато на функции распределения частиц по скоростям за счет возбужденных в плазме колебаний. Однако затем в работах [4—8] было показано, что плато образуется лишь в рамках одномерной задачи, поскольку для неодномерных пакетов волн функция распределения в результате квазилинейной релаксации должна была бы быть постоянной в бесконечной области пространства скоростей, а для такой ее перестройки необходима бесконечно большая энергия волн. В рамках теории [4—8] это справедливо и для магнитоактивной плазмы. Но теория [4—8] не лоренц-инвариантна. И она таким образом не описывает взаимодействие волна — частица, когда волна распространяется поперек магнитного поля или в направлении, близком к поперечному. С другой стороны, релятивистская линейная теория показывает, что в таком случае магнитное поле, даже относительно слабое, качественно меняет резонансное взаимодействие частиц плазмы с волной (эффект квантования затухания Ландау, описанный в [9]). В данной работе мы хотим показать, что поперечное магнитное поле радикально изменяет и картину квазилинейной релаксации: в таком поле возможно образование серии плато на трехмерной функции распределения.

Важно отметить, что указанный эффект не является простым следствием релятивистского обобщения анализа [4—8] на случай распространения волн поперек поля, поскольку релятивистское условие циклотронного резонанса $\omega=n\Omega(1-v^2/c^2)^{1/2}$ не содержит явной зависимости от волнового вектора $\mathbf{k}$ (за исключением дисперсионной $\omega=\omega(\mathbf{k})$), а значит, и от числа измерений пакета волн. Но релятивистские циклотронные резонансы имеют конечную ширину. Поэтому для них возможно явление интерференции (и оно заведомо имеет место: в пределе бесконечно слабого поля циклотронные резонансы формируют черенковский резонанс). Оказывается, что исследования интерференционных явлений для циклотронных резонансов позволяет обнаружить ранее неизвестные особенности процесса квазилинейной диффузии. Они описываются ниже.

1. **Уравнение квазилинейной диффузии.** Рассмотрим пакет электростатических волн, распространяющихся поперек или почти поперек внешнего магнитного поля в релятивистской плазме большого давления:

$$\omega_p T(m_e c^2\omega_H)^{-1}\gg 1, \tag{1}$$

где $\omega_p=(4\pi e^2N/m_e)^{1/2}$ и $\omega_H=eH/(m_e c)$ — плазменная и циклотронная частоты электронов, T и N — их температура и числовая плотность. В то же время поле H достаточно велико:

$$\omega_H\gg\tau_{\text{кв}}^{-1}, \tag{2}$$

где $\tau_{кв}$ — характерный масштаб времени квазилинейной диффузии. Будем считать, что фазовые скорости $v_ф=\omega(\mathbf{k})/k$ волн пакета значительно больше тепловой скорости электронов плазмы $v_т=(T/m_e)^{1/2}$. Дисперсия $\omega=\omega(k)$ таких волн при условии (1) практически не отличается от дисперсии ленгмюровских волн в свободной плазме [9] (чего нельзя сказать о декременте затухания γ, когда $|\gamma|\ll\omega_H$), а потому само условие (1) свидетельствует о перекрытии циклотронных резонансов.

Разделим функцию распределения на медленную компоненту $f_0(P_\alpha,\ t)$ — функцию обобщенного импульса $P_\alpha=(\mathscr{E}/c,\ \mathbf{p}-m_e[\mathbf{r}\times\boldsymbol{\omega}_H])$ и высокочастотный шум, образованный собственными колебаниями плазмы:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},\ t)=\sum_{\mathbf{k}}\mathbf{E}_{\mathbf{k}}(t)\exp[i\mathbf{k}\mathbf{r}-i\omega(\mathbf{k})t],\ \ \mathbf{E}_{\mathbf{k}}\parallel\mathbf{k},$$

фазы которых случайны. Из уравнения Власова с помощью усреднения по фазам и линеаризации получим

$$\frac{\partial f_0}{\partial t}(P_\alpha,\ t)=-e\left\langle\mathbf{E}\frac{\partial f_1}{\partial\mathbf{p}}\right\rangle; \tag{3}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\mathbf{v}\frac{\partial}{\partial\mathbf{r}}+\frac{e}{c}[\mathbf{v}\times\mathbf{H}]\frac{\partial}{\partial\mathbf{p}}\right)f_1=e\mathbf{E}(\mathbf{r},\ t)\frac{\partial f_0}{\partial\mathbf{p}}(P_\alpha,\ t). \tag{4}$$

Функцию f_1 находим, решая (4) методом интегрирования по траекториям. С учетом (2) имеем

$$f_1(\mathbf{r},\ \mathbf{p},\ t)=\sum_{\mathbf{k}}f_{1\mathbf{k}}(P_\alpha,\ t)\exp[i\mathbf{k}\mathbf{r}-i\omega(\mathbf{k})t], \tag{5}$$

$$f_{1k}=-\frac{eu_0}{\omega_H}\mathbf{E}_{\mathbf{k}}(t)\frac{\partial f_0}{\partial\mathbf{p}}(P_\alpha,\ t)\int_0^\infty d\xi\exp\left(i\frac{kc}{\omega_H}\Delta\right), \tag{6}$$

$$\Delta=(u_0z-u_zn_z)\xi-u_\perp n_\perp[\sin(\xi-\psi)+\sin\psi]. \tag{7}$$

Система координат здесь определена векторами $\mathbf{h}=\mathbf{H}/H=(0,0,1)$

и $\mathbf{n}=\mathbf{k}/k=(n_\perp,\ 0,\ n_z)$; $\mathbf{u}=\mathbf{p}/(m_ec)=\ (u_\perp\cos\psi,\ u_\perp\sin\psi,\ u_z)$,

$u_0=\mathscr{E}/(m_ec^2)=(1+u^2)^{1/2}$; $z=\omega'/(kc)$, $\omega'=\omega+i0$.

Подставляя (5) и (6) в (3), получим уравнение квазилинейной диффузии

$$\frac{\partial f_0}{\partial t}=\frac{e^2}{\omega_H}\sum_k|\mathbf{E}_{\mathbf{k}}|^2\left(\mathbf{n}\frac{\partial}{\partial\mathbf{p}}\right)u_0\left(\mathbf{n}\frac{\partial f_0}{\partial\mathbf{p}}\right)\mathrm{Re}\int_0^\infty d\xi\exp\left(i\frac{kc}{\omega_H}\Delta\right). \tag{8}$$

2. **Особенности квазилинейной релаксации в релятивистской плазме большого давления.** Найдем изменение среднего значения кинетической энергии электронов в единице объема плазмы. Согласно (8) имеем

$$W\equiv\frac{\partial}{\partial t}\int d\mathbf{p}\mathscr{E}f_0(P_\alpha,\ t)=$$

$$=-\frac{e^2}{m_e\omega_H}\sum_k|\mathbf{E}_{\mathbf{k}}|^2\,\mathrm{Re}\int d\mathbf{p}\int_0^\infty d\xi(\mathbf{n}\mathbf{p})\left(\mathbf{u}\frac{\partial f_0}{\partial\mathbf{p}}\right)\exp\left(i\frac{kc}{\omega_H}\Delta\right). \tag{9}$$

В области (I) экспонента в правой части (9) является быстроосциллирующей функцией переменных $\mathbf{u}$ и ξ, так что это уравнение можно упростить, используя метод стационарной фазы [9, 10]. В результате (9) примет вид

$$W = W^{(0)} + W^{(1)B} + W^{(1)i}. \tag{10}$$

Здесь слагаемое $W^{(0)}$ отвечает свободной плазме:

$$W^{(0)} = -\pi e^2 c^2 \sum_k |\mathbf{E_k}|^2 \int \frac{d\mathbf{p}}{\mathscr{E}} (\mathbf{np}) \left(\mathbf{u} \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{p}}\right) \delta(\omega' - \mathbf{kv}). \tag{11}$$

Нерезонансное слагаемое $W^{(1)B}$:

$$W^{(1)B} = \frac{1}{2} \omega_H m_e c^2 e^2 \sum_{\mathbf{k}} |\mathbf{E_k}|^2 \frac{\partial^2}{\partial \omega^2} \operatorname{Re} \int \frac{d\mathbf{p}}{\mathscr{E}^2} (\mathbf{np}) \left(\mathbf{n} \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{p}}\right) (\mathbf{v}\,[\mathbf{h}\times\mathbf{k}])\,(\omega' - \mathbf{kv})^{-1} \tag{12}$$

благодаря множителю $\mathbf{v}[\mathbf{h}\times\mathbf{k}]$ пренебрежимо мало в большинстве случаев (аксиально-симметричные распределения, плазма с пучком, трехмерные структуры настоящей задачи). Третье слагаемое $W^{(1)i}$ можно назвать «суперрезонансным». Оно определяется видом функции f_0 в отдельных точках резонансной плоскости $\omega = \mathbf{kv}$. Координаты этих точек определяются из условия равенства нулю четырехмерного градиента функции $\Delta(\mathbf{u}, \xi)$:

$$u_\perp^2/(1+u_\perp^2) = 2\operatorname{tg}(\xi/2)/\xi; \tag{13}$$

$$u_z^2 = (1+u_\perp^2)\, n_z^2/(z^2 - n_z^2); \tag{14}$$

$$\psi = \xi/2 - 2\pi m;\ \ m = 1,\ 2, \ldots;\ \ \psi \in (0, \pi/2). \tag{15}$$

Здесь ξ — решение трансцендентного уравнения

$$\sin\xi/\xi = (z^2 - n_z^2)/n_\perp^2. \tag{16}$$

Поскольку решения уравнения (16) с учетом (13) расположены парами на интервалах $(2\pi m,\ 2\pi m + \pi)$, мы снабдим точки (13)—(16) четырехмерного пространства $y = (u,\ \xi)$ индексами $m = 1,\ 2, \ldots$ и $a = r,\ l$, так что $\xi_m^r > \xi_m^l$. Тогда слагаемое $W^{(1)i}$ можно записать в виде

$$W^{(1)i} = 4\pi^2 \omega_H e^2 m_e \sum_{\mathbf{k}} k^{-2} |\mathbf{E_k}|^2 \operatorname{Im} \sum_{m,a} \delta_a \left\{ \frac{P_\perp(\mathbf{np})}{|\det H(g)|^{1/2}} \times \right.$$

$$\left. \times \left(\mathbf{n} \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{p}}\right) \exp\left(i \frac{\omega}{\omega_H} \frac{\xi}{u_0}\right) \right\} \Bigg|_{y=y_m^a}, \tag{17}$$

где $H(y)$ — гессиан функции $\Delta: \delta_l = 1,\ \delta_r = i$. Если только температура плазмы не сравнима с собственной энергией электрона, это слагаемое экспоненциально мало по сравнению с $W^{(0)}$ всюду, кроме узкой области волновых векторов, угловые размеры которой определяются условием

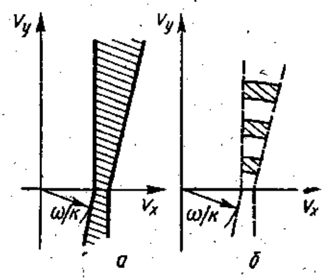
$$n_z^2 \leqslant z^2 T (m_e c^2)^{-1} \tag{18}$$

(при $T \sim m_e c^2$ форма этой области на плоскости $(z,\ n_z)$ качественно иная [9]). В этой области, т. е. когда угол между векторами $\mathbf{H}$ и $\mathbf{k}$ близок к $\pi/2$,

$$W^{(1)i} \sim \frac{\omega_H}{\omega} \cdot \frac{c^2}{v_T^2} W^{(0)}, \tag{19}$$

если вместо f_0 подставить максвелловское распределение. В то же время для слабонеравновесного распределения системы плазма — пучок слагаемое $W^{(1)i}$ может быть порядка и много больше $W^{(0)}$, поскольку плато на одномеризованной функции распределения, обращая в ноль $W^{(0)}$, лишь незначительно меняет производную трехмерной функции f_0 и, следовательно, величину слагаемого $W^{(1)i}$.

Таким образом, если пакет волн сосредоточен в области (18), передача энергии электростатических колебаний электронам плазмы сводится к двум процессам: изменению наклона одномеризованной функции распределения в точке $v_x = \omega/k$ и изменению наклона трехмерной функции f_0 в отдельных точках $\mathbf{v}_m{}^a$ резонансной плоскости $\omega = \mathbf{kv}$. Учет неодномерности пакета возбужденных волн для первого из этих процессов ведет к альтернативе [4—8]: либо должно установиться трехмерное плато на f_0 в бесконечной области пространства скоростей (рисунок, *а*), либо колебания затухнут до нуля. Этот последний вариант и реализуется, поскольку для образования плато, изображенного на рисунке, *а*, нужна бесконечно большая энергия. С другой стороны, число «суперрезонансов» $\mathbf{v}_m{}^a$ конечно. И при учете неодномерности пакета, как



Области пространства скоростей, где трехмерная функция распределения должна быть постоянной благодаря квазилинейной релаксации неодномерного волнового пакета в незамагниченной плазме (*а*) и в магнитоактивной плазме при условиях (1) и (2) (*б*)

видно из рисунка, *б*, на f_0 образуется цепочка трехмерных плато, меняющая энергию частиц на конечную величину. Более точно, плато устанавливаются в пространстве обобщенных импульсов $\mathbf{P}$, т. е. в смешанном пространстве координат и скоростей, как и должно быть в неоднородной плазме [11]. Тем не менее наличие малого параметра ω_H/ω позволяет говорить о локальных плато и в обычном пространстве скоростей.

Область параметров T, N, H, где имеет место описанное явление, определяется неравенствами (1) и (2), а угловые размеры пакета — условием (18). К ним следует добавить ограничение на ширину пакета по частоте:

$$\Delta(\omega/u^a{}_{0m}) \leqslant \omega_H/\xi, \tag{20}$$

которое следует из (17). В противном случае происходит дополнительное фазовое размешивание и слагаемое $W^{(1)i}$ обращается в нуль. Условие (20) благодаря (2) не противоречит общему допущению квазилинейной теории о кооперации захваченных частиц в достаточно широком по фазовым скоростям пакете волн [12].

Авторы глубоко благодарны проф. А. А. Рухадзе за полезные обсуждения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Веденов А. А., Велихов Е. П., Сагдеев Р. З. Nuclear Fusion, 1961, **1**, p. 82. [2] Веденов А. А., Велихов Е. П., Сагдеев Р. З. Nuclear Fusion Suppl., 1962, **2**, p. 465. [3] Drummond W., Pines D. Ibid., 1962, Pt 3, p. 1045. [4] Сизоненко В. Л., Степанов К. Н. ЖЭТФ, 1965, **49**, с. 1197. [5] Bernstein I. B., Engelmann F. Phys. Fluids, 1966, **9**, p. 937. [6] Роуландс Дж., Сизоненко В. Л., Степанов К. Н. ЖЭТФ, 1966, **50**, с. 994. [7] Kennel C. F., Engelmann F. Phys. Fluids, 1966, **9**, p. 2377. [8] David-

son R. C. Methods in nonlinear plasma theory. N. Y. and London, Acad. Press, 1972, p. 182. [9] Kuz'menkov L. S., Sitnov M. I. Phys. Lett., 1984, **100A**, p. 141. [10] Федорюк М. В. Метод перевала. М.: Наука, 1977, с. 92. [11] Bernstein I. B. Phys. Rev., 1958, **109**, p. 10. [12] Галеев А. А., Рудаков Л. И. ЖЭТФ, 1963, **45**, с. 647.

Поступила в редакцию
27.11.84

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1985, Т. 26, № 6

УДК 530.145

ИЗЛУЧЕНИЕ ЭЛЕКТРОНОМ СКАЛЯРНЫХ БОЗОНОВ В ТЕОРИИ ВАЙНБЕРГА—САЛАМА ПРИ ДЕЙСТВИИ ПОСТОЯННОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

В. Н. Родионов, А. И. Студеникин

(кафедра теоретической физики)

Виртуальное испускание и поглощение фотона лептоном во внешнем электромагнитном поле приводит к радиационным полевым эффектам: полевому изменению массы лептона (Δm) и появлению аномального магнитного момента ($\Delta\mu$), зависящего от напряженности внешнего поля [1].

Нужно отметить, что теоретический интерес к величинам радиационных эффектов объясняется прежде всего тем, что сами по себе Δm и $\Delta\mu$ являются важными характеристиками частицы. Кроме того, сравнение данных по измерению аномального магнитного момента лептонов с теоретическими расчетами (см., например, [2]), проведенными по теории возмущений в рамках квантовой электродинамики, позволяет получать наиболее точную информацию о величине фундаментальной константы теории — постоянной тонкой структуры $\alpha=e^2/(c\hbar)$.

Теория Вайнберга — Салама предсказывает существование новых частиц: нейтральных (Z) и заряженных (W) векторных бозонов *, нейтральных хиггсовских (σ) скалярных бозонов, и, таким образом, лептон, движущийся во внешнем электромагнитном поле, может испустить не только фотон, но и другие частицы (Z-, W- или σ-бозоны). Процессы с участием виртуальных Z-, W- (см. [4—7]) и σ-бозонов во внешнем поле должны вызвать изменение величин радиационных полевых эффектов.

Проведенные ранее [4—7] исследования Z-бозонных полевых радиационных эффектов показали, что из-за наличия большой массы у Z-бозонов ($M_Z\sim 90$ ГэВ) вакуумный вклад в аномальный магнитный момент лептона (т. е. вклад, не зависящий от напряженности внешнего электромагнитного поля) много меньше соответствующего фотонного вклада. Однако электромагнитное поле оказывает существенное влияние на величину отношения $|\Delta\mu^Z|/\Delta\mu^\gamma$ ($\Delta\mu^Z(\chi)<0$). В частности, в случае достаточно больших напряженностей внешнего постоянного поля для релятивистских частиц величина Z-бозонного вклада $|\Delta\mu^Z(\chi)|$ становится больше фотонного.

При аналогичных условиях Z-бозонный вклад в массу лептона, движущегося во внешнем поле, может превосходить фотонную поправку $\Delta m^\gamma(\chi)$.

Ниже будут рассмотрены процессы с участием реальных и виртуальных σ-бозонов в присутствии внешнего скрещенного поля. Не-

* Z- и W-бозоны недавно обнаружены экспериментально (см. [3]).