

(5), где сингулярные числа $\alpha_\mu^{1/2}$, $\mu = 1, \dots, n$, определяются равенствами

$$\alpha_\mu = \begin{cases} \sqrt{\sigma_\mu/\omega} - \sigma_\mu/\varphi_\mu, & \text{если } \varphi_\mu > \sqrt{\omega\sigma_\mu}, \\ 0, & \text{если } \varphi_\mu \leq \sqrt{\omega\sigma_\mu}, \end{cases}$$

а $\omega = \omega(\delta)$ — корень уравнения

$$\sum_{\mu: \omega^{-1/2} \geq \sqrt{\sigma_\mu/\varphi_\mu}} (V\sigma_\mu/\omega - \sigma_\mu/\varphi_\mu) = \delta.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Пытьев Ю. П. Матем. сб., 1983, 120, № 2, с. 240. [2] Пытьев Ю. П. Матем. сб., 1982, 118, № 1(5), с. 19. [3] Ширяев А. Н. Вероятность. М.: Наука, 1980.

Поступила в редакцию
23.01.85

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1985, Т. 26, № 6

АТОМНАЯ И ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА

УДК 539.12.01; 539.123.17

РАССЕЯНИЕ МАССИВНЫХ ДИРАКОВСКИХ НЕЙТРИНО В ПОЛЕ МАГНИТНОГО ДИПОЛЯ *

Б. К. Керимов, Э. Н. Халилов, В. П. Цветков

(кафедра теоретической физики)

1. В калибровочных теориях массы нейтрино, как и других фермионов, могут возникнуть в результате спонтанного нарушения симметрии. Подобный механизм имеет место в большинстве моделей большого объединения фундаментальных взаимодействий, которые предсказывают для нейтрино ненулевую массу (см., например, [1]). Результаты экспериментов группы ИТЭФ по измерению спектра электронов в β -распаде трития указывают на наличие у электронного антинейтрино массы $20 < m(\bar{\nu}_e) < 46$ эВ [2]. Астрофизические и космологические следствия ненулевой массы нейтрино рассмотрены в обзоре [3].

Появление экспериментальных указаний на возможность существования ненулевой массы у нейтрино повысило интерес к физическим явлениям, в которых это обстоятельство может оказаться существенным. В частности, в случае ненулевой массы становятся возможными переходы с изменением спиральности нейтрино, в то время как спиральность безмассового нейтрино является сохраняющимся квантовым числом в нейтринных реакциях.

В стандартной теории электрослабого взаимодействия магнитный момент массивного дираковского нейтрино μ_ν в однопетлевом приближении имеет величину [4, 5]

$$\mu_\nu = \frac{3cG_F m_\nu}{4\pi^2 \sqrt{2} \hbar^3} m_e \mu_0 \cong 3,13 \cdot 10^{-19} \left(\frac{m_\nu c^2}{\text{эВ}} \right) \mu_0, \quad (1)$$

где $\mu_0 = e\hbar/(2m_e c)$ — магнитный момент электрона; G_F — константа

* Работа доложена на сессии по физике высоких энергий Отделения ядерной физики АН СССР (Москва, 17—21 октября 1983 г.).

Ферми. При массе покоя нейтрино $m_\nu = 30$ эВ из (1) получим $\mu_\nu \approx \approx 10^{-17} \mu_0$. В [6, 7] изучались космологические следствия возможного наличия магнитного дипольного момента (МДМ) [6], а также электрического дипольного момента (ЭДМ) [7] у нейтрино, и для них получены верхние пределы: $\mu_\nu \leq (1 \div 2) \cdot 10^{-11} \mu_0$, $d_\nu \leq 2,5 \cdot 10^{-22} e \cdot \text{см}$. Опытные данные по нейтринным реакциям $\nu_e N \rightarrow \nu_e X$ и $\nu_e (\bar{\nu}_e) e^- \rightarrow \nu_e (\bar{\nu}_e) e^-$ дают верхний предел для МДМ нейтрино: $\mu_\nu < 0,81 \cdot 10^{-8} \mu_0$ [8]. Из анализа экспериментов по рассеянию $\nu_e e^- \rightarrow \nu_e e^-$ получен верхний предел $\mu_\nu < 1,4 \cdot 10^{-9} \mu_0$ [9].

Как видно из (1), магнитный момент нейтрино мал, он много меньше существующих экспериментальных и астрофизических ограничений. Однако малый по величине магнитный момент μ_ν может явиться причиной изменения спиральности нейтрино при движении в очень сильных магнитных полях сверхновых и нейтронных звезд [4].

В настоящей работе нами показано, что причиной изменения спиральности нейтрино может явиться наряду с μ_ν также и возможный ЭДМ нейтрино d_ν . В данной работе рассматривается процесс рассеяния массивных дираковских нейтрино с магнитным и электрическим дипольными моментами в поле вращающегося магнитного диполя. Вычислены дифференциальное и полное сечения процесса, идущего за счет μ_ν и d_ν , исследованы угловая и энергетическая зависимости. На основе полученных формул рассмотрено рассеяние нейтрино в магнитном поле пульсара, проведена оценка полного сечения процесса, что представляет интерес как для физики нейтринных взаимодействий, так и для астрофизического изучения электромагнитных свойств нейтрино.

2. Взаимодействие дираковского нейтрино с электромагнитным полем за счет его магнитного и электрического дипольных моментов может быть описано с помощью вершинного оператора:

$$\Gamma_\mu(p_\nu, p_\nu') = \bar{u}(p_\nu', s_\nu') [\mu_0 F_2(q^2) \sigma_{\mu\nu} q_\nu + + \mu_0 G_2(q^2) \sigma_{\mu\nu} q_\nu \gamma_5] u(p_\nu, s_\nu). \quad (2)$$

Здесь p_ν, s_ν и p_ν', s_ν' — 4-импульсы и спиральности начального и конечного нейтрино; $q = p_\nu - p_\nu'$ — 4-импульс виртуального фотона; $\sigma_{\mu\nu} = (i/2) (\gamma_\mu \gamma_\nu - \gamma_\nu \gamma_\mu)$; $\gamma_{\mu,0}$ и γ_5 — дираковские матрицы; F_2 и G_2 — форм-факторы распределений магнитного и электрического дипольных моментов, значения которых при $q^2 = 0$ определяют статические величины моментов дираковского нейтрино $\mu_\nu = \mu_0 F_2(0)$, $d_\nu = \mu_0 G_2(0)$. Возможность наличия у нейтрино ЭДМ (член $\sim G_2(q^2)$ в (1)) отвечает нарушению CP -инвариантности в предполагаемом взаимодействии нейтрино с электромагнитным полем. Магнитный и электрический дипольные моменты майорановского нейтрино ($\nu = \bar{\nu}$) запрещены ($\mu_\nu = d_\nu = 0$) в силу CPT -инвариантности [10].

3. Движение массивного дираковского нейтрино с МДМ μ_ν и ЭДМ d_ν во внешнем поле может быть описано с помощью уравнения Дирака

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = [-i\hbar c (\alpha \nabla) + \rho_3 m_\nu c^2 + V_{em}] \psi, \quad (3)$$

в котором

$$V_{em} = (\mu_\nu - id_\nu \rho_1) [\rho_3 (\sigma \mathbf{H}) + \rho_2 (\sigma \mathbf{E})] \quad (4)$$

описывает взаимодействие нейтрино с электромагнитным полем (\mathbf{H}, \mathbf{E}).

Вращающийся магнитный диполь (МД) считаем протяженным, что соответственно сказывается на структуре как магнитного поля (рис. 1)

$$\mathbf{H} = \begin{cases} \mathbf{H}_0 = \text{const}, & r \leq R, \\ \frac{3r(\vec{\mathcal{M}}r) - r^2\vec{\mathcal{M}}}{r^3}, & r > R, \end{cases} \quad (5)$$

так и возникающего в результате вращения электрического поля диполя

$$\mathbf{E} = \begin{cases} -\frac{[\vec{\mathcal{M}}r]}{R^3}, & r \leq R, \\ -\frac{[\vec{\mathcal{M}}r]}{r^3}, & r > R. \end{cases} \quad (6)$$

Здесь $\vec{\mathcal{M}}$ — магнитный момент, R — радиус диполя, $\dot{\vec{\mathcal{M}}} = d\vec{\mathcal{M}}/dt$. На магнитном полюсе диполя имеет место соотношение $H_0 = 2\mathcal{M}/R^3$.

Согласно (3) — (6) для фурье-компоненты потенциала взаимодействия нейтрино с полем МД $V_q = \int V_{em}(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r}} d^3r$ находим выражение

$$V_q = 12\pi F(x) (\mu_\nu - id_\nu \rho_1) \left(\rho_3 - i \frac{\omega}{qc} \rho_2 \right) \left\{ (\sigma \vec{\mathcal{M}}) - \frac{(\sigma \mathbf{q})(\mathbf{q} \vec{\mathcal{M}})}{q^2} \right\}, \quad (7)$$

где

$$F(x) = (\sin x - x \cos x) / x^3, \quad x = qR,$$

можно рассматривать в качестве фактора, учитывающего структуру МД; ω — угловая скорость вращения МД, ось вращения которого направлена вдоль оси z ($\omega \parallel oz$): $\vec{\mathcal{M}} = (\mathcal{M}_x, \mathcal{M}_y, \mathcal{M}_z) = (\mathcal{M} \sin \theta \cos \omega t, \mathcal{M} \sin \theta \sin \omega t, \mathcal{M} \cos \theta)$; θ — угол между моментом $\vec{\mathcal{M}}$ и осью вращения ω МД, $\hbar \mathbf{q} = \mathbf{p}_\nu - \mathbf{p}'_\nu$ — переданный импульс, $q = |\mathbf{q}|$. Не приводя явных выражений для фурье-компонент \mathbf{H}_q и \mathbf{E}_q магнитного и электрического полей, отметим, что $\mathbf{E}_q = -i \frac{\omega}{cq} \mathbf{H}_q$. Для астрофизики [11] практический интерес представляет случай $\omega \ll cq$, или $|\mathbf{E}_q| \ll |\mathbf{H}_q|$.

Дифференциальное сечение процесса рассеяния нейтрино определяется выражением

$$d\sigma = \frac{E_\nu E'_\nu}{16\pi^2 (c\hbar)^4} |M_{if}|^2 d\Omega dE'_\nu, \quad (8)$$

где E_ν и E'_ν — энергии начального и конечного нейтрино, $d\Omega = \sin \theta d\theta d\varphi$ — телесный угол рассеяния, а матричный элемент перехода M_{if} в первом порядке теории возмущений дается выражением

$$M_{if} = \int \psi'^+(\mathbf{r}, t) V_{em} \psi(\mathbf{r}, t) d^3r dt, \quad (9)$$

где $\psi(\mathbf{r}, t)$ и $\psi'(\mathbf{r}, t)$ — четырехкомпонентные волновые функции дираковского нейтрино [12] в начальном и конечном состояниях соответственно.

Из (7) — (9) после интегрирования по азимутальному углу φ получаем выражение для дифференциального сечения упругого рассеяния нейтрино в поле вращающегося МД в виде суммы трех составляющих:

$$d\sigma = d\sigma^{(1)} + d\sigma^{(2)} + d\sigma^{(3)}, \quad (10)$$

где ($\hbar = c = 1$)

$$d\sigma^{(1), (2)} = \frac{9\pi^2}{8} F^2 (qR) \mathfrak{M}^2 \sin^2 \vartheta E_\nu (E_\nu \pm \omega) \times$$

$$\times \left\{ \left(\mu_\nu^2 + \frac{\omega^2}{q^2} d_\nu^2 \right) \left[1 - s_\nu s'_\nu \frac{p_\nu}{E_\nu} \sqrt{1 - \left(\frac{m_\nu}{E_\nu \pm \omega} \right)^2} + \frac{m_\nu^2}{E_\nu (E_\nu \pm \omega)} \right] + \right. \\ \left. + \left(d_\nu^2 + \frac{\omega^2}{q^2} \mu_\nu^2 \right) \left[1 - s_\nu s'_\nu \frac{p_\nu}{E_\nu} \sqrt{1 - \left(\frac{m_\nu}{E_\nu \pm \omega} \right)^2} - \frac{m_\nu^2}{E_\nu (E_\nu \pm \omega)} \right] \right\} \times \\ \times \Phi^{(1), (2)}(s_\nu, s'_\nu, \theta_1, \theta) d(\cos \theta), \quad (11)$$

$$d\sigma^{(3)} = \frac{9\pi^2}{2} F^2 (qR) \mathfrak{M}^2 \cos^2 \vartheta E_\nu^2 \left\{ \left(\mu_\nu^2 + \frac{\omega^2}{q^2} d_\nu^2 \right) \left[(1 - s_\nu s'_\nu) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{m_\nu^2}{E_\nu^2} (1 + s_\nu s'_\nu) \right] + \left(d_\nu^2 + \frac{\omega^2}{q^2} \mu_\nu^2 \right) (1 - s_\nu s'_\nu) \frac{p_\nu^2}{E_\nu^2} \right\} \times \\ \times \Phi^{(3)}(s_\nu, s'_\nu, \theta_1, \theta) d(\cos \theta). \quad (12)$$

Здесь

$$\Phi^{(1), (2)} = (1 - s_\nu s'_\nu) \left(\frac{3 + \cos 2\theta_1}{4} - 2 \right) \mp s_\nu (1 - s_\nu s'_\nu) \cos \theta_1 + \\ + 4(1 \pm s_\nu \cos \theta_1) - \left[(1 - s_\nu s'_\nu) \frac{3 \cos 2\theta_1 + 1}{4} \pm s_\nu (1 - s_\nu s'_\nu) \cos \theta_1 \pm \right. \\ \left. \pm 4s'_\nu \cos \theta_1 (1 \pm s_\nu \cos \theta_1) \right] \cos \theta, \quad (11a)$$

$$\Phi^{(3)} = 2 - (1 - s_\nu s'_\nu) \frac{3 + \cos 2\theta_1}{4} + \left[2s_\nu s'_\nu \cos 2\theta_1 + (1 - s_\nu s'_\nu) \frac{3 \cos 2\theta_1 + 1}{4} \right] \cos \theta. \quad (12a)$$

В приведенных формулах верхние знаки относятся к $\Phi^{(1)}(d\sigma^{(1)})$, нижние — к $\Phi^{(2)}(d\sigma^{(2)})$; s_ν (s'_ν) и p_ν (p'_ν) — спиральность и импульс начального (конечного) нейтрино, $E_\nu = \sqrt{p_\nu^2 + m_\nu^2}$, θ — угол рассеяния, $\cos \theta = p_\nu p'_\nu / (p_\nu p'_\nu) = \cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sin \theta_1 \sin \theta_2 \cos \varphi$; θ_1 (θ_2) — угол между импульсом начального (конечного) нейтрино и осью вращения ω МД.

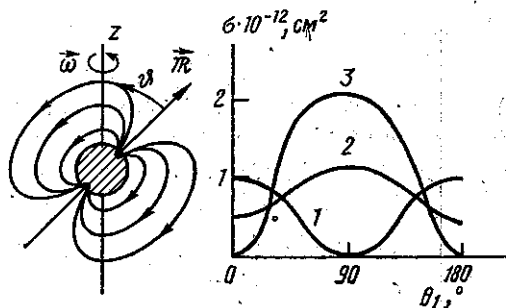


Рис. 1. Модель вращающейся нейтронной звезды с дипольным магнитным полем

Рис. 2. Зависимость сечения рассеяния σ от угла падения нейтрино $\theta_1 = (\mathbf{p}_\nu, \boldsymbol{\omega})$, вычисленная из (13) при $H_0 = 10^{13}$ Гс, $E_\nu \gg m_\nu$ для трех значений угла ϑ между осью вращения ω и моментом \mathfrak{M} магнитного диполя: $\vartheta = 0$ (1), 45° (2) и 90° (3)

Формулы (10) — (12) определяют зависимость сечения рассеяния от состояний спиральности нейтрино в начальном и конечном состояниях (члены $\sim s_\nu s'_\nu$, $s_\nu (1 - s_\nu s'_\nu)$, ...). Значение $s_\nu = -1$ ($s'_\nu = -1$) отно-

сится к левополяризованному начальному (конечному) нейтрину, а $s_v = +1$ ($s'_v = +1$) — правополяризованному. Как видно из (10)–(12), при $\omega \ll q$ в нерелятивистском пределе $E_v \rightarrow m_v$, рассеяние может идти практически только за счет МДМ μ_v , как с изменением ($s'_v = -s_v$), так и без изменения ($s'_v = s_v$) спиральности нейтрино. Формулы для дифференциальных сечений показывают, что из-за вращения магнитного диполя с угловой скоростью ω энергия рассеянных нейтрино принимает значения $E_v + \omega$, $E_v - \omega$ и E_v и соответствующие им сечения рассеяния зависят от конкретного значения угла ϑ между моментом \vec{M} и осью вращения ω МД (рис. 2).

Переходя от θ к переменной $x = qR$ по формуле $\sin \theta d\theta = R^{-2} (E_v^2 - m_v^2)^{-1/2} dx$, а затем интегрируя (10) по x , получим выражение для полного сечения рассеяния, которое при $2\rho_v R = 2\sqrt{E_v^2 - m_v^2} R \gg 1$ имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \sigma = 18\pi^2 \frac{\mathfrak{M}^2}{R^2} & \left\{ \left(\mu_v^2 + d_v^2 \left(1 - \frac{m_v^2}{E_v^2} \right) \right) (1 - s_v s'_v) \times \right. \\ & \times [\sin^2 \vartheta + (3 \cos^2 \vartheta - 1) \sin^2 \theta_1] + \mu_v^2 \frac{m_v^2}{E_v^2} (1 + s_v s'_v) \times \\ & \left. \times [\sin^2 \vartheta + (3 \cos^2 \vartheta - 1) \cos^2 \theta_1] \right\}. \end{aligned} \quad (13)$$

Отсюда видно, что полное сечение рассеяния с ростом энергии налетающих нейтрино выходит на постоянное значение, оставаясь при этом обратно пропорциональным квадрату радиуса рассеивающего центра. Далее рассеяние нейтрино в поле МД за счет только ЭДМ ($\mu_v = 0$) происходит лишь с изменением спиральности нейтрино ($\sigma \sim \sim d_v^2 (1 - m_v^2/E_v^2) (1 - s_v s'_v)$), тогда как при рассеянии нейтрино за счет только МДМ ($d_v = 0$) в сечение (13) дают вклады каналы рассеяния как с изменением спиральности нейтрино ($s'_v = -s_v$), т. е. переходы $\nu_L \rightleftharpoons \nu_R$, так и без ее изменения ($s'_v = s_v$; $\nu_{L,R} \rightarrow \nu_{L,R}$). Такое поведение спиральности имеет место, в частности, при упругом рассеянии ультрарелятивистских продольно-поляризованных электронов с аномальным магнитным моментом на ядрах с мультипольными моментами [13]. Как видно из (13), сечение рассеяния без изменения спиральности $\sigma(s'_v = s_v)$ подавлено по сравнению с сечением рассеяния с изменением спиральности $\sigma(s'_v = -s_v)$ множителем m_v^2/E_v^2 . В ультрарелятивистском случае, когда $E_v \gg m_v$, основной вклад в сечение обусловлен каналом рассеяния с изменением спиральности нейтрино — переходами $\nu_L \rightleftharpoons \nu_R$ ($\sigma \sim (\mu_v^2 + d_v^2) (1 - s_v s'_v)$). В нерелятивистском пределе $E_v \rightarrow m_v$ полное сечение рассеяния (13) обусловлено только магнитным моментом нейтрино μ_v .

Представляет интерес рассмотрение рассеяния нейтрино с возможными МДМ μ_v и ЭДМ d_v в сильном магнитном поле пульсара на основе полученных нами формул. Характерными параметрами нейтронной звезды являются магнитное поле $H_0 = 10^{13}$ Гс и радиус $R = 10^6$ см. При $d_v \ll \mu_v$ и $\mu_v \approx 10^{-17} \mu_0$ для полного сечения рассеяния нейтрино в поле нейтронной звезды получим оценку $\sigma \approx 10^{10}$ см². Из (13) с учетом условия унитарности $\sigma \leq \pi R^2$, где πR^2 — геометрическое сечение звезды, получаем $k_v H_0 \leq R^{-1}$, где $k_v = \sqrt{\mu_v^2 + d_v^2}$. Или, восстанавливая размерность, находим $k_v H_0 \leq 10^{-23}$ эрг.

Полученное ограничение можно рассматривать как условие применимости проведенных расчетов к рассеянию нейтрино в дипольном магнитном поле нейтронной звезды.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Georgi H., Nanopoulos D. V. Nucl. Phys., 1979, В 155, p. 52.
 [2] Любимов В. А. и др. Ядерная физика, 1980, 32, с. 301; ЖЭТФ, 1981, 81, с. 1158; In: Proc. Int. Europhys. Conf. on High Energy Phys., Brighton, 1983, p. 386.
 [3] Зельдович Я. Б., Хлопов М. Ю. УФН, 1981, 135, с. 45. [4] Fujikawa K., Shrock R. E. Phys. Rev. Lett., 1980, 45, p. 963. [5] Lee B. W., Shrock R. E. Phys. Rev., 1977, D 16, p. 1444. [6] Morgan J. A. Phys. Lett., 1981, 102B, p. 247. [7] Morgan J. A., Farrant D. B. Phys. Lett., 1983, 128B, p. 431.
 [8] Kim J. E. et al. Phys. Rev., 1974, D 9, p. 3050. [9] Beg M. A. et al. Phys. Rev., 1978, D 17, p. 1395; Cowan C. L., Reines F. Phys. Rev., 1957, 107, p. 528; Bernstein J., Ruderman M., Feinberg G. Phys. Rev., 1963, 132, p. 1227.
 [10] Kayser B. Phys. Rev., 1982, D 26, p. 1662. [11] Helfand D. J. Nature, 1982, 300, p. 573. [12] Sokolov A. A., Kerimov B. K. Ann. der Phys., 1958, 7, p. 46; Nuovo Cim., 1957, 5, p. 921; Соколов А. А., Керимов Б. К. ДАН СССР, 1955, 105, с. 961; Керимов Б. К. Изв. АН СССР, сер. физ., 1961, 25, с. 157.
 [13] Керимов Б. К., Арури Т. Р., Сафин М. Я. Изв. АН СССР, сер. физ., 1973, 37, с. 1768.

Поступила в редакцию
28.12.84

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1985. Т. 26. № 6

УДК 621.384.633

К ВЫВОДУ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ПРОТОНОВ И ИОНОВ ИЗ ЦИКЛОТРОНОВ НА ОСНОВЕ ЦЕЛЫХ РЕЗОНАНСОВ

Л. А. Саркисян, Т. А. Чернышенко

(НИИЯФ)

Механизм вывода релятивистских протонов и ионов из циклотронов на основе целого резонанса по свободным радиальным колебаниям Q_r связан с увеличением радиального искажения замкнутых орбит, возмущенных в зоне целого резонанса до его наступления [1]. Введение низшей гармоники магнитного поля ϵ_s индекса $S=Q_r$, созданной токовыми гармоническими катушками, приводит к вынужденным радиальным колебаниям (искажается замкнутая орбита) и возрастанию радиального разделения между последовательными орбитами (при сохранении эмиттанса пучка) в зоне целого резонанса до его достижения. Радиальное разделение между соседними орбитами

$$\Delta r = 1,18 \pi r \epsilon_s / S$$

должно превышать радиальные размеры пучка. Максимальная амплитуда вынужденных радиальных колебаний в зоне резонанса равна

$$\alpha = 1,18 \frac{\pi r \epsilon_s}{S} \left(\frac{W}{eV} \right)^{1/2},$$

где $[W/(eV)]^{1/2}$ — число оборотов в зоне резонанса. В магнитном поле с пространственной вариацией она приводит к нелинейному положительному сдвигу частоты из-за зависимости частоты свободных радиальных колебаний от амплитуды вынужденных радиальных колебаний [2]

$$\Delta Q_r = 0,0625 \frac{r e a^2}{\lambda^3 Q_{r0}},$$