

Влияние нагрева газа существенно лишь на конечной стадии пробоя, когда формируется стационарный контрагированный разряд. Учет фотоионизации и диффузии резонансных квантов, возможно, приведет к некоторому увеличению скорости распространения разряда, однако не влияет на качественный характер наблюдаемого явления.

Проведем в заключение оценку параметров разряда в типичных условиях: $\lambda = 10$ см, $P = 200$ Тор, $v/\omega = 50$, $D = 10^4/P$, $v_a = 2 \cdot 10^4 P$, $(\mathcal{E}_0/E_0) = 2$. Время достижения критической плотности в сферическом плазмоеде $t \approx 10^{-4}/P = 0,5$ мкс, радиус нити $R \approx 2\sqrt{Dt_0} \approx 10^{-2}$ см. Скорость распространения нити вдоль поля

$$v = 2(Dv_a\{(3\mathcal{E}_0/E_0)^{2\beta} - 1\})^{1/2} \approx 10^6 \text{ см/с.}$$

Эта скорость несколько меньше, чем скорость распространения стримера, так как в переменном поле отсутствует направленный дрейф электронов. Максимальную плотность плазмы в сформировавшейся нити можно оценить, считая, что ослабление поля в плазме обусловлено скин-эффектом, откуда следует $n_e \approx n_c(1 + v^2/\omega^2)^{1/2}\lambda/R \approx 10^{15}$ см $^{-3}$.

Данный механизм, по-видимому, описывает процесс пробоя и в ВЧ разряде. Условия применимости модели со стороны низких частот имеют вид $x_0 = e\mathcal{E}_0/(m(\omega^2 + v^2)) \ll L$ (L — расстояние между электродами); $\omega \gg (2m/M)v$ (M — масса иона); $\omega \gg v_i$. Используемое в работе условие локальности энергетического баланса означает $R \gg \lambda_e/(2m/M)^{1/2}$ (λ_e — длина свободного пробега электрона).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Вихарев А. Л., Гильденбург В. Б., Иванов О. А., Степанов А. Н. Физика плазмы, 1984, 10, с. 155. [2] Грицинин С. И., Косый И. А., Тарасова Н. М. В кн.: Тез. докл. II Всесоюз. совещ. по физ. электрического пробоя газов. Ч. 2. Тарту, 1984, с. 434. [3] Лозанский Э. Д., Фирсов О. Б. Теория искры. М.: Атомиздат, 1975. [4] Гильденбург В. Б., Ким А. В. Физика плазмы, 1980, 6, с. 904. [5] Ким А. В., Фрайман Г. М. Физика плазмы, 1983, 9, с. 613. [6] Игнатьев А. В., Рухадзе А. А. Физика плазмы, 1983, 9, с. 1317. [7] Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1972. [8] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. [9] Зельдович Я. Б., Баренблатт Г. И., Либрович В. Б., Махвиладзе Т. М. Математическая теория горения и взрыва. М.: Наука, 1980. [10] Колмогоров А. Н., Петровский И. Г., Пискунов И. С. В кн.: Вопросы кибернетики. Вып. 12. М.: Изд-во АН СССР, 1975, с. 3.

Поступила в редакцию
10.01.85

УДК 537.87:534.21

ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА РАССЕЯНИЯ В СЛОИСТОЙ СРЕДЕ

В. Е. Куницын

(кафедра общей физики для физического факультета)

В ряде задач теории волн требуется по рассеянному волновому полю восстановить структуру неоднородностей, расположенных на фоне регулярной слоистой среды, свойства которой известны. Примерами таких сред могут быть ионосфера, атмосфера, океан, земная кора и т. д. Задачу о распространении гармонической волны в неоднородной среде можно свести во многих случаях к нахождению решения уравнения Гельмгольца, тогда обратная задача (ОЗ) рассеяния

сводится к определению по данным о решении коэффициента уравнения Гельмгольца. В силу сказанного представляет интерес ОЗ восстановления $q(\mathbf{r}, \omega)$ для уравнения

$$\Delta U + \frac{\omega^2}{c^2} U - q_0(z, \omega) U - q(\mathbf{r}, \omega) U = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0), \quad (1)$$

которая формулируется следующим образом: по измеренному полю $U(\mathbf{r}, \omega)$ на ограниченном куске заданной поверхности в ограниченном диапазоне частот и положений точечного зондирующего источника восстановить финитную кусочно-непрерывную функцию $q(\mathbf{r}, \omega)$, описывающую структуру ограниченных неоднородностей среды. Волновое поле измеряется за пределами области, содержащей неоднородности, ω — частота волн, c — скорость волн в свободном пространстве, дельта-функция $\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)$ соответствует точечному зондирующему источнику с радиус-вектором \mathbf{r}_0 , $q_0(z, \omega)$ — заданная функция одной координаты z .

Недавно получены фундаментальные результаты [1, 2] по решению трехмерной ОЗ восстановления потенциала в уравнении Шрёдингера по амплитуде рассеяния плоских волн на бесконечности. Применить данные результаты к решению сформулированной выше ОЗ рассеяния не представляется возможным в связи с наличием слоистой структуры. Однако результаты работ [1, 2] указывают на то, что без использования определенных приближений решение ОЗ типа (1), если возможно его найти, будет весьма сложным и вряд ли удобным для приложений. Приближенный подход к данной ОЗ оправдан тем, что во многих практически интересных случаях распространение волн в упомянутых средах на фоне регулярной слоистой структуры можно описать в рамках приближения геометрической оптики [3, 4]. Кроме того, нередко объемные неоднородности среды, расположенные на фоне слоистой структуры, являются слабыми ($|q| \ll |q_0|$) и поле u рассеянной волны можно получить в борновском приближении; такое приближение называют иногда обобщенным борновским приближением (обобщение на искаженные волны) [5]:

$$\Delta u + (\omega^2/c^2) u - q_0(z, \omega) u = q(\mathbf{r}, \omega) u_0. \quad (2)$$

Поле зондирующего источника u_0 удовлетворяет в свою очередь уравнению

$$\Delta u_0 + (\omega^2/c^2) u_0 - q_0(z, \omega) u_0 = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0). \quad (3)$$

Напомним, что равномерная сходимость борновского ряда последовательных приближений имеет место ($q_0 = \text{const}$) при условии [6] $\max \int |q(\mathbf{r}')| |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^{-1} d^3r' < 4\pi$, которое можно использовать и в рассматриваемом случае слабого изменения $q_0(z)$ на длине неоднородности. Для оценок применим следующее из этого неравенства приближенное условие на размеры R и характерные значения q неоднородностей: $qR^2 \ll 1$. Например, в случае рассеяния на неоднородностях ионосферы $q(\mathbf{r}, \omega)$ пропорциональна возмущению электронной концентрации $N'(\mathbf{r})$, $q = 4\pi e^2 N' / (mc^2)$ (в константу пропорциональности входят скорость света, заряд и масса электрона) и типичные значения $N' \sim (10^2 \div 10^4) \text{ см}^{-3}$, тогда равномерная сходимость борновского ряда имеет место для неоднородностей размерами $R \ll (10^2 \div 10^3) \text{ м}$. Отметим, что, поскольку использованные ограничивающие неравенства дают грубую и заниженную оценку R и, кроме того, первый член борновского ряда может хорошо приближать решение, даже если весь

ряд расходится, следует ожидать, что обобщенное борновское приближение применимо и для рассеяния на неоднородностях больших размеров.

Таким образом, в работе рассматривается ОЗ восстановления структуры объемных неоднородностей $q(\mathbf{r}, \omega)$ в рамках борновского приближения (рассеяние волн на неоднородностях) и геометрической оптики (распространение волн на фоне регулярной слоистой среды). Далее под объектом регистрации понимается ограниченная группа неоднородностей, которой соответствует финитная $q(\mathbf{r}, \omega)$. Введем систему декартовых координат $\mathbf{r} = (\rho, z)$, $\rho = (x, y)$, начало которой связано с объектом; ввиду ниже координаты источника \mathbf{r}_0 и приемников \mathbf{r}_1 отмечаются индексами «0» и «1»; $\lambda = 2\pi c/\omega$ — длина волны излучения в свободном пространстве. Для решения указанной ОЗ нужна следующая априорная информация: максимальные размеры объекта x_m, y_m, z_m ($\rho_m^2 = x_m^2 + y_m^2$, $r_m^2 = \rho_m^2 + z_m^2$) по соответствующим осям и расстояния между объектом, зондирующим источником, приемниками. Рассмотрим решение ОЗ рассеяния по полю, регистрируемому в зоне Френеля, важной для большинства практических приложений; считаем выполненными следующие условия:

$$z_1, z_0 \gg \rho_1, \rho_0, r_m; z_1^2, z_0^2 \gg r_m^2/\lambda, z_m \rho_1^2/\lambda; z_1^3, z_0^3 \gg \rho_1^4/\lambda, \rho_m^4/\lambda. \quad (4)$$

Далее будут последовательно рассмотрены варианты рассеяния «вперед» и «назад», когда зондирующий источник и приемники расположены соответственно по разные стороны от объекта или примерно по одну сторону. Для решения уравнений (2), (3) нужно знать функцию Грина $G(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)$ данных уравнений, т. е. решение (3), тогда решение прямой задачи рассеяния имеет вид

$$u(\mathbf{r}) = \int G(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1) G(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_0) q(\mathbf{r}_1, \omega) d^3 r_1. \quad (5)$$

Найдем геометрикооптическое приближение для функции Грина в приближении малых углов при условиях (4). Пусть зондирующий источник имеет координаты $\mathbf{r}_0 = (0, -z_0)$; $z_0 > 0$. Поле в точке $\mathbf{r}_1 = (\rho_1, z_1)$ (рассеяние «вперед») точечного источника в слоистой среде с показателем преломления $n(z, \omega) = [1 - (c^2/\omega^2) q_0(z, \omega)]^{1/2}$ имеет вид [7]

$$u_0(\rho_1, z_1) \sim [n^2(z) - n_0^2 \sin^2 \theta]^{-1/4} \left(\frac{n_0 \sin \theta}{\rho \left| \frac{\partial \rho}{\partial \theta} \right|} \right)^{1/2} \exp\left(i \frac{\omega}{c} \Psi\right). \quad (6)$$

Здесь предполагается, что в точку наблюдения (ρ_1, z_1) приходит один луч, не касающийся каустики, $\theta \ll 1$ — угол выхода луча (с осью z) из точки $(0, -z_0)$, Ψ — эйконал волны, $n_0 \equiv n(-z_0)$. Угол выхода луча удовлетворяет следующему уравнению:

$$\rho_1 = \int_{-z_0}^{z_1} \frac{n_0 \sin \theta}{\sqrt{n^2(z) - n_0^2 \sin^2 \theta}} dz \simeq \sin \theta \int_{-z_0}^{z_1} \frac{n_0}{n} \left(1 + \frac{n_0^2 \sin^2 \theta}{2n^2} \right) dz.$$

Приближенный корень этого уравнения с точностью до $(\rho_m/z_0)^3 \ll 1$

$$\sin \theta \simeq \rho \left[\int_{-z_0}^{z_1} \frac{n_0}{n} dz \right]^{-1} + O\left(\frac{\rho_m^3}{z_m^3}\right).$$

Подставляя это значение для θ в (6) и производя аналогичные раз-

ложения по малому углу в амплитудном множителе, получим

$$u_0(\rho, z_1) \sim \sqrt{\frac{n_0}{n(z_1)}} \left(\int_{-z_0}^0 \frac{n_0 dz}{n} \right)^{-1} \exp\left(i \frac{\omega}{c} \Psi\right) \left(1 + O\left(\frac{\rho_m^2}{z_0^2} + \frac{z_m}{z_0}\right)\right).$$

Эйконал волны для нисходящей траектории без точек поворота

$$\begin{aligned} \Psi(\rho_1, z) &= \rho_1 n_0 \sin \theta + \int_{-z_0}^{z_1} \sqrt{n^2(z) - n_0^2 \sin^2 \theta} dz \simeq \\ &\simeq n_0 \rho_1^2 \left(\int_{-z_0}^{z_1} \frac{n_0 dz}{n} \right)^{-1} + \int_{-z_0}^{z_1} \left(n(z) - \frac{n_0^2 \sin^2 \theta}{2n(z)} \right) dz + O\left(\frac{\rho_m^4}{z_0^3}\right). \end{aligned}$$

Здесь член с $\sin^2 \theta$ должен сохраняться, поскольку он имеет тот же порядок малости, что и первое слагаемое. Подставим сюда значение $\sin \theta$, и формула принимает вид

$$\Psi(\rho_1, z) \simeq \int_{-z_0}^{z_1} n(z) dz + \frac{\rho_1^2}{2} \left(\int_{-z_0}^0 \frac{dz}{n(z)} \right)^{-1} + O\left(\frac{\rho_m^4}{z_0^3} + \frac{z_m \rho_m^2}{z_0^2}\right). \quad (7)$$

Верхний предел в интеграле $\int_{-z_0}^{z_1} dz/n$ замечен на 0 с точностью $z_m \rho_m^2 / z_0^2$. Отбросить оставшиеся члены в (7) можно в силу тех же условий (4). После чего поле точечного источника (6) можно записать так:

$$\begin{aligned} u_0(\rho_1, z_1) &\sim \sqrt{\frac{n_0}{n(z_1)}} \left(\int_{-z_0}^0 \frac{n_0 dz}{n(z)} \right)^{-1} \exp\left(i \frac{\omega}{c} \int_{-z_0}^{z_1} n dz + \right. \\ &\quad \left. + i \frac{\omega (\rho_0 - \rho_1)^2}{2c} \left(\int_{-z_0}^0 \frac{dz}{n(z)} \right)^{-1} \right). \end{aligned}$$

Тогда, очевидно, приближенная функция Грина — решение уравнения (3) в рамках условий (4) и при $\theta \ll 1$ — имеет вид

$$\begin{aligned} G(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_0) &\simeq \frac{-1}{4\pi} \sqrt{\frac{n_0}{n(z_1)}} \left(\int_{-z_0}^0 \frac{n_0 dz}{n(z)} \right)^{-1} \exp\left(i \frac{\omega}{c} \int_{-z_0}^{z_1} n(z) dz + \right. \\ &\quad \left. + i \frac{\omega}{2c} (\rho_0 - \rho_1)^2 \left(\int_{-z_0}^0 \frac{dz}{n(z)} \right)^{-1} \right). \quad (8) \end{aligned}$$

Подставляя в (5) данное соотношение, получим

$$\begin{aligned} u(\mathbf{r}_n, \omega) &= (4\pi)^{-2} \int \frac{q(\mathbf{r}_1, \omega)}{\sqrt{(z_n) n_0 n(0) z'_0 z'_n}} \exp\left(i \frac{\omega}{c} \left(\int_{-z_0}^{z_n} n dz + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{(\rho_n - \rho_1)^2}{2z'_n} + \frac{(\rho_0 - \rho_1)^2}{2z'_0} \right) \right) d^3 r_1. \quad (9) \end{aligned}$$

Здесь $z_0' = \int_{-z_0}^0 \frac{dz}{n}$, $z_n' = \int_0^{z_n} \frac{dz}{n}$ — известные групповые пути. Сделаем замену переменных, введем вектор s , определяемый через координаты приемников и источника: $s = \frac{z_0'}{z_0' + z_n'} \rho_n + \frac{z_n'}{z_0' + z_n'} \rho_0$; $\xi = \frac{z_0' z_n'}{z_n' + z_0'}$,

тогда $\frac{(\rho_n - \rho_1)^2}{2z_n'} + \frac{(\rho_0 - \rho_1)^2}{2z_0'} = \frac{(s - \rho_1)^2}{2\xi} + \frac{(\rho_n - \rho_0)^2}{2(z_n' + z_0')}$ и вместо

(9) имеем

$$V(s, \omega) = \int q(r_1, \omega) \exp\left(i \frac{\omega}{2\xi c} (s - \rho_1)^2\right) d^2 r_1', \text{ где } V(s, \omega) = \\ = (4\pi)^2 \sqrt{n(z_n) n_0} z_0' z_n' n(0) \exp\left(-i \frac{\omega}{c} \left(\int_{-z_0}^{z_n} n dz + \frac{(\rho_n - \rho_0)^2}{2(z_n' + z_0')}\right)\right) u$$

определяется по измеренному полю и известным z_n' , z_0' , $n(z)$. Выполняя обратное преобразование Френеля, получим формулу для интегральной по z структуры неоднородностей:

$$q_z(\rho, \omega) \equiv \int q(r, \omega) dz = \left(\frac{\omega}{2\pi\xi c}\right)^2 \int V(s, \omega) \exp\left(-i \frac{\omega}{2\xi c} (s - \rho)^2\right) d^2 s. \quad (10)$$

Вследствие финитности $q_z(\rho, \omega)$ по ρ , $V(s, \omega)$ — целая функция двух переменных s_x, s_y . Поэтому возможно единственное восстановление $q_z(\rho, \omega)$ по данным о $V(s, \omega)$ на ограниченном куске плоскости s_x, s_y , с которого $V(s, \omega)$ можно аналитически продолжить на всю плоскость. Но поскольку при больших s френелевское приближение теряет смысл и, кроме того, процедура аналитического продолжения является неустойчивой, целесообразно рассмотреть, как связана с решением ОЗ функция $Q_z(\rho, \omega)$, которая получается после преобразования данных о поле с ограниченной области задания. Введем характеристическую функцию области задания поля $H(s)$ (принимаяющую значения 1 и 0) и функцию

$$Q_z(\rho, \omega) = \left(\frac{\omega}{2\pi\xi c}\right)^2 \int V(s, \omega) H(s) \exp\left(-i \frac{\omega}{2\xi c} (s - \rho)^2\right) d^2 s, \quad (11)$$

которая связана с $q_z(\rho, \omega)$ следующим интегральным уравнением:

$$Q_z(\rho, \omega) = \int h(\rho, \rho', \omega) q_z(\rho', \omega) d^2 \rho'. \quad (12)$$

Видно, что определяемая по экспериментальным данным $Q_z(\rho, \omega)$ является сглаженным решением ОЗ $q_z(\rho, \omega)$, где ядро уравнения

$$h(\rho, \rho', \omega) = \left(\frac{\omega}{2\pi\xi c}\right)^2 \int H(s) \exp\left(i \frac{\omega}{2\xi c} (s - \rho')^2 - i \frac{\omega}{2\xi c} (s - \rho)^2\right) d^2 s.$$

Ширина «пика» ядра задает рэлеевский предел разрешения. Например, для прямоугольной области задания поля $-L_x \leq s_x \leq L_x$ разрешающая способность будет равна $\delta_x = \lambda \xi / (2L_x)$. В случае экспериментов по диагностике неоднородностей ионосферы ($\lambda \sim 2 \div 5$ м, $z_n' \sim 200$ км, $z_0' \sim 600$ км) с помощью передатчика на ИСЗ и линейки приемников на земле, ортогональной направлению движения ИСЗ, размером ~ 2 км ($L_x \sim 0,7$ км) разрешение равно $\delta_x \sim 200 \div 500$ м перек направления движения ИСЗ и $\delta_y \sim 50 \div 100$ м вдоль направления

движения, если поле регистрируется при пролете ИСЗ порядка 20 км ($L_y \sim 3$ км).

Случай измерения поля, рассеянного «назад» ($r_0 = (\rho_0, z_0)$, $z_0 > 0$), рассматривается аналогично. Используя функцию Грина вида (8), получим из (5)

$$u(r_{\Pi}, \omega) = \int \frac{d^3 r_1 q(r_1, \omega)}{(4\pi)^2 \sqrt{n(z_{\Pi}) n_0} n(z_1) z_0' z_{\Pi}'} \exp\left(i \frac{\omega}{c} \left(\int_{z_1}^{z_0} ndz + \frac{(\rho_0 - \rho_1)^2}{2z_0'} + \int_{z_1}^{z_{\Pi}} ndz + \frac{(\rho_{\Pi} - \rho_1)^2}{2z_{\Pi}'} \right)\right).$$

Вводя переменную s , можно обратить данное соотношение по ρ аналогично (10):

$$\begin{aligned} \frac{\tilde{q}_z(\rho, \omega)}{\Phi(\omega)} &\equiv \int \frac{q(r, \omega)}{n(z)} \exp\left(i \frac{\omega}{c} \left(\int_z^{z_0} ndz + \int_z^{z_{\Pi}} ndz \right)\right) dz = \\ &= \left(\frac{\omega}{2\pi c}\right)^2 \int W(s, \omega) \exp\left(-i \frac{\omega}{2c} (s - \rho)^2\right) d^2 s, \end{aligned} \quad (13)$$

где $W(s, \omega) = (4\pi)^2 z_{\Pi} z_0' \sqrt{n(z_{\Pi}) n_0} u(r, \omega) \exp\left(-i \frac{\omega}{2c} \frac{(\rho_{\Pi} - \rho_0)^2}{z_{\Pi} + z_0'}\right) \Phi^{-1}(\omega)$

определяется по полю и является целой функцией переменных s_x, s_y , так же как и $V(s, \omega)$. Обращение \tilde{q}_z возможно при $q(r, \omega)$ вида $q(r)\Phi(\omega)$ с известной частотной зависимостью $\Phi(\omega) \neq 0$ при условии малости изменения показателя преломления $n(z, \omega)$ на неоднородности и в используемом диапазоне частот $\Delta\omega$:

$$\left| \frac{\partial n}{\partial z} z_m \right|, \left| \frac{\partial n}{\partial \omega} \Delta\omega \right| \ll n(0, \omega_0); \left| \frac{z_m}{\lambda} \frac{\partial n}{\partial \omega} \Delta\omega \right|, \left| \frac{1}{\lambda} \frac{\partial n}{\partial z} z_m^2 \right| \ll 1. \quad (14)$$

Тогда

$$\frac{\tilde{q}_z(\rho, \omega)}{\Phi(\omega)} \simeq \int \frac{q(\rho, z)}{n(0)} \exp\left(i \frac{\omega}{c} \left(2n(0)(z_m - z) + \int_{z_m}^{z_{\Pi}} ndz + \int_{z_m}^{z_0} ndz \right)\right) dz. \quad (15)$$

Здесь интегралы, стоящие в показателе экспоненты (12), в силу условия (14) разбиты на пары слагаемых. Обращая (15) по z , получим искомое соотношение:

$$\begin{aligned} q(\rho, z) &= \int \frac{\exp\left(2i \frac{\omega}{c} n(0)z\right)}{\pi c} n(0) d\omega \left(\frac{\omega}{2\pi c}\right)^2 \times \\ &\times \int W_0(s, \omega) \exp\left(-i \frac{\omega}{2c} (s - \rho)^2\right) d^2 s, \end{aligned} \quad (16)$$

где

$$W_0(s, \omega) = W(s, \omega) \exp\left(-i \frac{2\omega}{c} \left(n(0)z_m - \int_{z_m}^{z_{\Pi}} ndz - \int_{z_m}^{z_0} ndz \right)\right).$$

Отметим, что $\tilde{q}(\rho, \omega)\Phi^{-1}(\omega)$ является целой функцией переменной ω .

Поэтому для единственного восстановления $q(\mathbf{r})$ нужны данные о поле в ограниченном элементе «объема» пространства переменных $\{s, \omega\}$.

Решение $Q(\mathbf{r})$, полученное преобразованием (16) данных о поле с ограниченной области без процедуры аналитического продолжения, определяется аналогично $Q_z(\rho, \omega)$ с соответствующими характеристическими функциями $H(s)$ и $H_\omega(\omega)$:

$$Q(\rho, z) = \int \frac{\exp\left(i \frac{2\omega}{c} n(0) z\right) n(0)}{\pi c} H'_\omega(\omega) d\omega \left(\frac{\omega}{2\pi\zeta c}\right)^2 \times \\ \times \int W_0(s, \omega) H(s) \exp\left(-i \frac{\omega}{2\zeta c} (s - \rho)^2\right) d^2s. \quad (17)$$

$Q(\mathbf{r})$ связано с $q(\mathbf{r})$ следующим интегральным уравнением:

$$Q(\mathbf{r}) = \int h(\rho, \rho', z - z') q(\rho', z') d^2\rho' dz' \quad (18)$$

с ядром

$$h = \frac{1}{\pi c} \int H_\omega(\omega) \exp\left(\frac{2i\omega}{c} n(0) (z - z')\right) d\omega \left(\frac{\omega}{2\pi\zeta c}\right)^2 \int H(s) \times \\ \times \exp\left(i \frac{\omega}{2\zeta c} \left((s - \rho')^2 - (s - \rho)^2\right)\right) d^2s.$$

Частным случаем изложенных результатов будет ситуация, в которой поле регистрируется на линейную апертуру, тогда характеристическая функция имеет вид $H(s) = H(s_x) \delta(s_y)$ и можно единственно восстановить, например, следующий интеграл от решения ОЗ при рассеянии «назад»:

$$Q_y(x, z, \omega) = \int Q(\mathbf{r}) \exp\left(i \frac{\omega}{2\zeta c} y^2\right) dy.$$

Отметим, что рассеяние волн на слабых неоднородностях можно рассмотреть и в рамках других асимптотических методов, например метода плавных возмущений. Решение поставленной ОЗ получается в таком случае аналогично приведенному выше. Можно также рассмотреть и более сложные варианты траекторий лучей в регулярной слоистой среде: с точками поворота, с касанием каустик, случай с приходом нескольких лучей в одну точку и т. д. Однако в малоугловом приближении такие постановки ОЗ представляются несколько искусственными.

Таким образом, на основе полученных результатов можно проводить восстановление структуры объемных неоднородностей в слоистой среде с рэлеевским пределом разрешения, измеряя рассеянное поле в ограниченной области зоны Френеля ((11) — рассеяние «вперед», (17) — рассеяние «назад»). Причем такие решения ОЗ с конечным пределом разрешения устойчивы в равномерной метрике к погрешностям в измеряемом поле. Расчет рэлеевского предела разрешающей способности сводится к оценке ширины «пика» ядер уравнений (12), (18) по известным параметрам системы регистрации. Решая выведенные интегральные уравнения (12), (18), можно в принципе восстановить структуру неоднородностей с разрешением, превышающим рэлеевский предел, при достаточно точных измерениях поля [8]. Однако ввиду приближенного характера решения ОЗ такое превышение рэлеевского предела не всегда имеет смысл, и вопрос о его возможности и

целесообразности должен решаться в каждом конкретном случае отдельно, в зависимости от параметров системы регистрации и точности измерения рассеянного поля.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Фаддеев Л. Д. В кн.: Современные проблемы математики. Т. 3. М.: Изд. ВИНТИ, 1974, с. 93—180. [2] Newton R. G. J. Math. Phys., 1980, 21, p. 1698. [3] Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973. [4] Гинзбург В. Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. М.: Наука, 1967. [5] Мессиа А. Квантовая механика. Т. 2. М.: Наука, 1979. [6] Функциональный анализ. Под ред. С. Г. Крейна. М.: Наука, 1964. [7] Кравцов Ю. А., Орлов Ю. И. Геометрическая оптика неоднородных сред. М.: Наука, 1980. [8] Хургин Я. И., Яковлев В. П. Финитные функции в физике и технике. М.: Наука, 1971.

Поступила в редакцию
28.01.85

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1985, Т. 26, № 6.

УДК 537.862:621.373.7

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО ГЕНЕРАТОРА НА МДП-ВАРИКАПАХ, ОБЛУЧАЕМЫХ СВЕТОМ

С. Е. Жмуров, В. Ф. Марченко

(кафедра радиофизики СВЧ)

Управлять параметрами МДП-структуры можно с помощью излучения, проникающего в приповерхностный слой полупроводника. Известно [1], что при воздействии излучения вид вольт-фарадной характеристики (ВФХ) структуры в области образования обедненного слоя в полупроводнике меняется: возрастает равновесное значение емкости, причем время ее релаксации уменьшается и может стать соизмеримым с периодом управляющего напряжения. Это приводит к изменению характеристик параметрического генератора на МДП-варикапах [2]. Ниже рассматривается влияние непрерывного излучения лазера ($\lambda=0,63$ мкм), воздействующего на МДП-варикапы, на процесс параметрической генерации в контуре в диапазоне радиочастот.

Экспериментально исследовалась балансная схема параметрического генератора субгармоники с частотой $f_0 \sim 1$ МГц, характеристики которой в отсутствие светового воз-

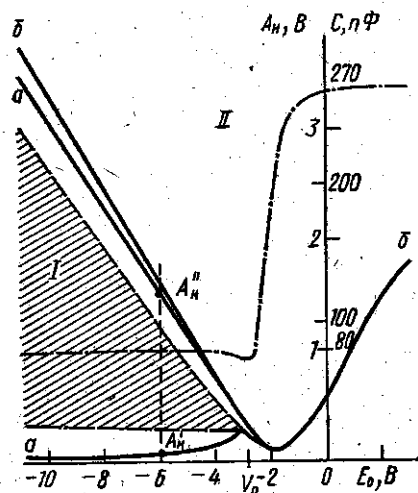


Рис. 1. Области параметрической генерации при относительной интенсивности подсветки $I/I_0=1$. Границы области I показаны сплошной кривой aa , области II — кривой bb . Штрих-пунктирной линией показана ВФХ без подсветки

действия исследовались ранее в [3]. В качестве нелинейных емкостей использовались планарные структуры $Al-SiO_2-Si_3N_4-Si$ двух типов. Образцы 1 имели высокоомный эпитаксиальный слой, нанесенный на низкоомный кремний, что обеспечивало в области высоких частот ($\geq 0,1$ МГц) стабилизированную ветвь ВФХ при больших отрицательных напряжениях смещения E_0 (рис. 1). Коэффициент перекрытия по емкости составлял $k_n = 270_{пФ} / 80_{пФ} \approx 3,4$, добротность варикапов ~ 30 . Образцы 2 были изготовлены на базе высокоомного кремния и имели в области отрицательных напряжений характерную зависимость емкости от напряжения V в виде $\sim 1/\sqrt{a+V}$.