

тической деформации. Определяющий вклад в дислокационное ВТ при комнатной температуре вносит система легкого скольжения $\langle 100 \rangle$ $\{110\}$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Тяпунина Н. А., Наими Е. К., Гаспарян С. В. В кн.: Механизмы внутреннего трения в твердых телах. М.: Наука, 1976, с. 71. [2] Tyapulina N. A., Naimi E. K., Gasparyan S. V. Phys. Stat. Sol. (a), 1978, 46, p. 351. [3] Green R. E., Hinton T. Bull. Amer. Phys. Soc., 1965, 10, p. 452. [4] Наими Е. К., Хзарджян С. М. В кн.: Радиоэлектроника оптического диапазона. М.: Изд. ВЗМИ, 1970/71, с. 137. [5] Швидковский Е. Г., Дургарян А. А. Науч. докл. высш. школы, сер. физ.-тех. науки, 1958, № 5, с. 211. [6] Тяпунина Н. А. В кн.: Деформационное упрочнение монокристаллов. Киев: Наукова думка, 1972, с. 228. [7] Урусовская А. А., Сизова Н. Л., Рожанский В. Н. Кристаллография, 1971, 16, с. 377. [8] Сизова Н. Л. Кристаллография, 1972, 17, с. 428. [9] Курбанов Г. З., Тяпунина Н. А. Деп. ВИНТИ № 1031-82. [10] Тяпунина Н. А., Курбанов Г. З. В кн.: Взаимодействие дефектов кристаллической решетки и свойства металлов. Тула: Изд. ТПИ, 1983, с. 30. [11] Урусовская А. А. Автореф. докт. дис. М., 1983. [12] Green R. E., Hinton T. Trans. Met. Soc. AIME, 1966, 236, p. 435.

Поступила в редакцию
03.12.84

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1985, Т. 26, № 6

УДК 532.783

РАЗНОВИДНОСТИ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В НЕМАТИЧЕСКИХ ЖИДКИХ КРИСТАЛЛАХ

Ю. В. Васильев

(кафедра общей физики для физического факультета)

1. Происходящее мгновенно во времени t ступенчатое изменение величины и направления вектора напряженности \mathbf{H} однородного магнитного поля вызывает в плоскопараллельной оптической ячейке (с межплоскостным расстоянием L порядка сотых долей миллиметра) длительный процесс переориентации нематического жидкого кристалла (НЖК) [1]. При теоретической оценке времени перестройки ориентационных состояний НЖК допустимо ограничиваться учетом вязкоупругости мезофазы и пренебрегать инерцией векторного поля директора \mathbf{n} НЖК [2]. Здесь в роли пробного камня чаще всего выступают [3, 4] пространственно одномерные динамические деформации типа чистого кручения директора, при которых в мезофазе нет гидродинамических потоков вещества, а вязкоупругие свойства характеризуются константой упругости кручения K_2 и твист-вязкости γ_1 . Если ось Oz декартовой системы координат направить перпендикулярно стенкам ячейки, на которых заданы фиксированные граничные условия

$$\mathbf{n}(x, y, 0) = \mathbf{n}(x, y, -L) = (1, 0, 0),$$

то в объеме НЖК поле директора можно представить как

$$\mathbf{n}(x, y, z) = (\cos \varphi, \sin \varphi, 0), \quad \varphi = \varphi(z, t).$$

Цель данной работы — показать, что в случае простейших малых движений директора вида

$$\varphi(z, t) = a(t) \sin \frac{\pi z}{L}, \quad |a| \ll 1, \quad (1)$$

описание устойчивых форм медленных, апериодических процессов переориентации НЖК в окрестности точки перехода Фредерикса исчерпывается всего тремя различными типами, зависящими от величины двух существенных составляющих магнитного поля.

2. Пусть в оптической ячейке в момент времени $t=0$ мгновенно устанавливаются новые значения составляющих h и H магнитного поля $\mathbf{H} = (h, H, 0)$. Это поле, компланарное стенкам ячейки, вызывает в любом элементарном объеме НЖК появление внешнего момента кручения директора $\chi_a(\mathbf{n} \cdot \mathbf{H})(\mathbf{n} \times \mathbf{H})$, где χ_a — анизотропия магнитной восприимчивости мезофазы. При учете этого внешнего воздействия, а также собственной ориентационной упругости и твист-вязкости НЖК физическое уравнение моментов кручения директора записывается в проекции на ось Oz в виде нелинейного дифференциального уравнения в частных производных:

$$\gamma_1 \frac{\partial \varphi}{\partial t} = K_2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + \chi_a \left[\frac{H^2 - h^2}{2} \sin 2\varphi + hH \cos 2\varphi \right]. \quad (2)$$

При рассмотрении движений директора вида (1) в окрестности точки перехода Фредерикса возможна редукция уравнения (2) к более простому. Так, если разложить (2) в ряд Тейлора по величине a в нуле, умножить все члены ряда на $\sin(\pi z/L)$ и проинтегрировать их по z в пределах от $-L$ до 0 , а затем произвести (как в [5]) удержание существенных вкладов, то получится обыкновенное нелинейное дифференциальное уравнение

$$\frac{da}{d\tau} = -a^3 + 4qa + \frac{8}{\pi} p. \quad (3)$$

Оно эквивалентно исходному уравнению (2) и описывает топологически версальную деформацию особенности коразмерности 2, структурно устойчивую к произвольным малым возмущениям [6]. Здесь переменная $\tau = \pi^2 K_2 t / (2\gamma_1 L^2)$ имеет физический смысл безразмерного времени, а параметры p и q семейства уравнений (3): $p = h/H_F \ll 1$, $q = (H/H_F - 1) \ll 1$ — характеризуют величину относительного отклонения составляющих магнитного поля от точки перехода Фредерикса, в которой $\mathbf{H} = (0, H_F, 0)$, $H_F = \frac{\pi}{L} \left(\frac{K_2}{\chi_a} \right)^{1/2}$. При задании в момент времени $\tau=0$ фиксированных значений параметров p и q поведение динамической модели (3) можно охарактеризовать равнозначным образом как зависимостью изменений представительной координаты a от времени τ , так и соответствующей картиной движения изображающей точки в одномерном фазовом пространстве [7]. Как будет показано ниже на основе рассмотрения бифуркаций, т. е. изменений качественной картины разбиения на траектории фазовых прямых в зависимости от изменений параметров модели (3), при переходных процессах в НЖК устойчивые формы возможных медленных движений директора вида (1) описываются (с точностью до умножения на ± 1) всего тремя типами качественных зависимостей $a(\tau)$, изображенных схематически в виде кривых 1, 2 и 3 на рис. 1.

3. Математическое описание динамических процессов на основе дифференциальных уравнений специального вида: $da/d\tau = -a^3$, $da/d\tau = -a^3 + \varepsilon_1$ или $da/d\tau = -a^3 + \varepsilon_2 a$, где ε_1 , ε_2 — параметры, — принципиально неустойчиво к возмущениям вследствие коразмерности 2 особенности [6] (уместно напомнить об использовании последнего уравнения при анализе в работе [8] динамики перехода Фредерикса).

С современной точки зрения теоретическое описание переходных процессов в НЖК вблизи точки перехода Фредерика может быть структурно устойчивым только в том случае, если в уравнении (3) параметры p и q одновременно считаются заданными величинами, отличными от нуля. Физически это связано с неизбежностью малых, зачастую совершенно неконтролируемых отклонений параметров реальной системы (в пределах достигнутой экспериментатором точности проведения опытов) от тех требуемых фиксированных значений, которые предполагаются в идеализированных теоретических рассмотрениях динамических процессов. Поэтому в данной работе при обсуждении возможных траекторий изображающей точки на рис. 2 полностью игнорируется нереалистический случай задания параметра $q=0$ и анализируются только случаи $q<0$ (штриховые линии) и $q>0$ (сплошные линии). В первом случае кривая AB отвечает траекториям покоя, а

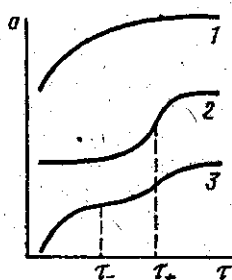


Рис. 1

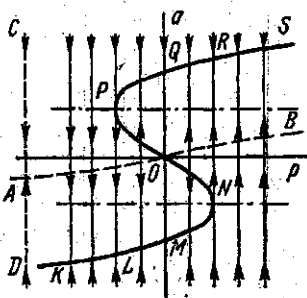


Рис. 2

полупрямые типа CA или DA — траекториям движения, на которых стрелки указывают направление движения изображающей точки при медленных стадиях переходных процессов в НЖК согласно принятой модели (3). Во втором случае траектория покоя отвечает кривая KS , причем здесь траектории движения могут иметь вид полупрямых или отрезков пря-

мых. Можно считать границами раздела одинаково направленных полупрямых и отрезков прямых соответственно отрезки PL и NR . Известно [5], что в точках бифуркаций N и P выполняются условия

$$p = \pm \frac{2\pi}{3\sqrt{3}} q^{3/2}, \quad a = \mp 2 \left(\frac{q}{3} \right)^{1/2}, \quad q > 0.$$

При рассмотрении траекторий движения изображающей точки какого-то одного направления на рис. 2 (например, вверх) можно обнаружить, что все траектории движения легко разделить на три различные группы. Признаком отнесения траектории движения к определенному типу, может служить обнаружение определенного числа экстремумов величины скорости da/dt при совершении системой движений по этой траектории. Так, в случае движений директора НЖК с возрастающей во времени величиной a к первой группе относятся траектории в виде полупрямых, которые находятся ниже кривой AB или участка KN кривой KS . Этим траекториям отвечает общий вид интегральных кривых по типу кривой 1 на рис. 1. Траектории движения в виде отрезков прямых, заключенных между участками NP и PR кривой KS , характеризуются одним экстремумом величины da/dt , который имеет место при пересечении изображающей точкой штрихпунктирной прямой, проходящей параллельно оси параметра p через точку бифуркации P . Этим траекториям соответствуют на рис. 1 интегральные кривые по типу кривой 2, а отметка τ_+ обозначает прохождение системой (3) промежуточного состояния с локально-максимальным значением скорости da/dt . Наконец, траектории движения в виде полупрямых справа от точки бифуркации N характеризуются дву-

ма значениями экстремумов скорости $da/d\tau$ (локальный минимум при пересечении изображающей точкой нижней штрих-пунктирной прямой и локальный максимум при пересечении верхней штрих-пунктирной прямой). Этим траекториям соответствуют на рис. 1 интегральные кривые по типу кривой 3, где отметка τ обозначает прохождение системы (3) промежуточного состояния с локально-минимальным значением скорости $da/d\tau$.

4. Согласно [7], система (3) может начинать движения в любой момент времени τ в произвольной точке a между асимптотами кривой $a(\tau)$, которые фиксируются указанием в момент времени $\tau=0$ конкретных значений параметров p и q системы. Тогда интересующий промежуток времени $\Delta\tau$, в течение которого происходит изменение координаты Δa , находится в результате интегрирования (3) и представляется в виде изменений соответствующей интегральной временной функции $\tau(a, p, q)$, т. е. $\Delta\tau = \tau(a + \Delta a, p, q) - \tau(a, p, q)$.

В каждом сечении $q = \text{const} \neq 0$ удобно использовать свои собственные масштабные единицы $a_1 = 2 \left| \frac{q}{3} \right|^{1/2}$, $p_1 = \frac{2\pi}{3\sqrt{3}} |q|^{3/2}$. Тогда можно ввести новую переменную величину $\alpha = a/a_1$ и параметр $\xi = |p/p_1|$. В переменных q, α, ξ интегральная временная функция системы (3) принимает вид $\tau = \frac{1}{8} |q|^{-1} \cdot f(\alpha, \xi)$.

Если асимптотические значения переменной α при $\tau \rightarrow \infty$ обозначить α_a и использовать две следующие вспомогательные величины:

$$v = 2 \frac{\xi}{\alpha_a} \text{sign } p, \quad u = \frac{(\alpha_a - \alpha)^2}{\alpha^2 + \alpha\alpha_a + v},$$

то, рассматривая движения системы (3) при условии $da/d\tau > 0$, для функции $f(\alpha, \xi)$ при $q < 0$ можно записать

$$f = (\alpha_a^2 + 1)^{-1} \left[-\ln u + \frac{2\sqrt{3}\alpha_a}{(1+v)^{1/2}} \arctg \frac{2\alpha + \alpha_a}{\sqrt{3}(1+v)^{1/2}} \right].$$

Здесь α_a есть либо $\alpha_{AO} = -2\text{sh}(\omega/3)$, либо $\alpha_{OB} = 2\text{sh}(\omega/3)$, где величина ω находится из решения уравнения $\text{sh } \omega = \xi$. При $q > 0$ для асимптот $\alpha_{LM} = -2 \cos(\omega/3)$, $\alpha_{MN} = -2 \cos((\pi - \omega)/3)$, $\alpha_{PQ} = 2 \cos((\pi - \omega)/3)$, $\alpha_{QR} = 2 \cos(\omega/3)$, $\cos \omega = \xi$

$$f = (\alpha_a^2 - 1)^{-1} \left[-\ln u + \frac{\sqrt{3}\alpha_a}{(1-v)^{1/2}} \ln \frac{2\alpha + \alpha_a - \sqrt{3}(1-v)^{1/2}}{2\alpha + \alpha_a + \sqrt{3}(1-v)^{1/2}} \right], \quad (4)$$

тогда как в случае асимптот $\alpha_{KL} = -2 \text{ch}(\omega/3)$, $\alpha_{RS} = 2 \text{ch}(\omega/3)$, $\text{ch } \omega = \xi$

$$f = (\alpha_a^2 - 1)^{-1} \left[-\ln u + \frac{2\sqrt{3}\alpha_a}{(v-1)^{1/2}} \arctg \frac{2\alpha + \alpha_a}{\sqrt{3}(v-1)^{1/2}} \right]. \quad (5)$$

Отсюда следует, что при переориентации директора НЖК по типу медленных движений вида (1) в зависимости от величин параметров p и q системы может наблюдаться очень сильное замедление процессов переориентации. Во-первых, при $q \rightarrow 0$ промежутки времени неограниченно нарастают по закону $\Delta\tau \sim |q|^{-1}$. Во-вторых, если траектории движения изображающей точки на рис. 2 приближаются к точке бифуркации N (в результате изменений величины параметра p при фиксированном значении параметра q), то все временные интервалы также очень сильно растягиваются. При подходе к точке бифуркации N слева (для траекторий в виде полупрямых), согласно соотношению (4), неог-

раниченно возрастает величина f вследствие сильного влияния фактора $(\alpha^2_{MN} - 1)^{-1}$. При подходе к этой же точке бифуркации справа (для траекторий в виде полупрямых) рост величины f обусловлен ее возможной расходимостью логарифмического типа, так как в соотношении (5) знаменатель вспомогательной величины u стремится к нулю в характерный момент времени t при выполнении условия $\xi \rightarrow 1$.

Очевидно, рассмотрение движений директора, отвечающих условию $da/dt < 0$, никаких качественно новых результатов по сравнению с полученными дать не может. Только теперь расходимость величины f ожидается для траекторий в виде полупрямых на рис. 2, приближающихся к точке бифуркации P .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Голо В. Л., Кац Е. И., Леман А. А. ЖЭТФ, 1984, 86, с. 147.
 [2] Аэро Э. Л., Булыгин А. Н. ФТТ, 1971, 13, с. 1701. [3] Жен П. де. Физика жидких кристаллов. М.: Мир, 1977, с. 216. [4] Пикин С. А. Структурные превращения в жидких кристаллах. М.: Наука, 1981, с. 96. [5] Васильев Ю. В. ЖТФ, 1984, 54, с. 227. [6] Арнольд В. И. УФН, 1972, 27, № 5, с. 119. [7] Андронов А. А., Витт А. А., Хайкин С. Э. Теория колебаний. М.: ГИФМЛ, 1959, с. 240. [8] Pieranski P., Brochard F., Guyon E. J. de Phys., 1973, 34, N 1, p. 35.

Поступила в редакцию
28.01.85

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1985, Т. 26, № 6

УДК 534.61

ИССЛЕДОВАНИЕ УГЛОВОЙ ЗАВИСИМОСТИ КОЭФФИЦИЕНТА ОТРАЖЕНИЯ, ОСНОВАННОЕ НА ИЗМЕРЕНИИ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЗВУКОВОГО ПОЛЯ

В. Ю. Бурлаков, А. Н. Жуков, А. Н. Иванников, О. С. Тонаканов

(кафедра акустики)

Актуальной проблемой воздушной акустики является разработка методики экспериментального определения угловой зависимости коэффициента отражения поглощающих материалов. Использование датчика [1], позволяющего измерять помимо акустического давления три ортогональные компоненты колебательной скорости, дает возможность развить энергетические методы исследования звукового поля у поверхности поглотителя и разработать методику определения угловой зависимости коэффициента отражения.

Рассмотрим падение плоской волны на звукопоглощающую поверхность, характеризующуюся коэффициентом отражения с величиной R и фазой φ_R . Принимая амплитуду звукового давления за единицу, запишем потенциал поля у поверхности поглотителя $Z=0$:

$$\psi = \frac{\exp(i(\omega t - kx \sin \theta))}{\rho \omega} (\exp(ikz \cos \theta) + \exp\{-ikz \cos \theta + i\varphi_R\} \cdot R), \quad (1)$$

где θ — угол падения плоской волны в плоскости XZ .

Определим вектор активной интенсивности $I_a = \text{Re}(pv^*)/2$, характеризующий плотность потока акустической энергии (вектор Умова), и вектор реактивной интенсивности $I_j = \text{Im}(pv^*)/2$ [2], используя (1) и известные соотношения для давления $p = \rho \partial \psi / \partial t$ и колебательной скорости $v = -\text{grad } \psi$. Выражения для компонент I_a , I_j в плоскости XZ при этом имеют вид

$$\begin{aligned} I_{ax} &= \frac{k}{2\omega\rho} |p|^2 \sin \theta, \\ I_{az} &= \frac{k}{2\omega\rho} (1 - R^2) \cos \theta, \end{aligned} \quad (2)$$