значения α и β (см. пунктир на рис. 3) почти совпадают. Это говорит о том, что исследование формы доплеровской линии может стать чувствительным способом изучения углового распределения продуктов расщепления ядра.

Таким образом, доплеровские линии могут служить для решения вопроса о соотношении прямых и резонансных процессов расщепления ядер.

Авторы благодарны Р. Вюншу, Е. Ф. Кислякову, И. В. Кирпичникову, А. С. Старостину за полезные обсуждения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Balashov V. V., Kabachnik N. M., Markov V. A. Nucl. Phys., 1969, **A129**, p. 369. [2] Балашов В. В. В кн.: IV Междунар. конф. по физ. высоких энергий и структуре ядра. Дубна, 1972, с. 167. [3] Balashov V. V. et al. Nucl. Phys., 1980, **A345**, p. 367. [4] Войцеховский Б. Б. и др. Препринт Института ядерной физики СО АН СССР № 84—58. Новосибирск, 1984. [5] Cavinato M. et al. Preprint ENEA: TIB/FICS/INTNEUT(85)1. Bologna, Italy, 1985. [6] Kirpichnikov I. V. et al. Nucl. Phys., 1983, **A392**, p. 352. [7] Долинов В. К. Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон., 1978, **19**, № 6, с. 88. [8] Кирпичников И. В. и др. Препринт ИТЭФ № 96. М., 1984. [9] Фергюсон Д. Методы угловых корреляций в гамма-спектроскопии. М.: Атомиздат, 1969. [10] Теоретический практикум по ядерной и атомной физике. Под ред. В. В. Балашова. М.: Энергоатомиздат, 1984. [11] Bohr A. Nucl. Phys., 1959, **10**, p. 486.

Поступила в редакцию
17.07.85

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1986, Т. 27, № 1

УДК 539.1

СУЩЕСТВОВАНИЕ ЛОКАЛИЗОВАННЫХ В ПРОСТРАНСТВЕ МНОГОЧАСТИЧНЫХ КВАНТОВЫХ СИСТЕМ С НУЛЕВОЙ ЭНЕРГИЕЙ СВЯЗИ. НЕЙТРОННЫЕ КЛАСТЕРЫ

В. В. Комаров, А. М. Попова

1. Систему N квантовых частиц зададим оператором Шрёдингера H_N вида

$$H_N = H_{N0} + bV, V = \sum_{\alpha} V_{\alpha}, \quad \alpha = \{i, j\}; \quad i < j; \; i, j \subset \{1, \ldots, N\}. \qquad (1)$$

Здесь H_{N0} — оператор кинетической энергии частиц в $\mathscr{R}^{3N-3}$, V_α — оператор взаимодействия двух частиц $\{ij\}$, образующих пару (α). Предположим, что все V_α отрицательны и убывают быстрее, чем $(x_\alpha)^{-2}$, где x_α — расстояние между частицами в паре (α), $b \geqslant 0$ — константа связи. Для анализа дискретного спектра оператора H_N нами был развит новый метод [1, 2], с помощью которого показано, что число собственных значений H_N равно числу собственных значений оператора $A_N(\varkappa, b)$ на луче $[1, \infty)$, где A_N — симметризованное ядро уравнений теории рассеяния, а энергетический параметр $\varkappa$ равен значению, открывающему непрерывный спектр H_N. Как следствие этого утверждения в работах [1, 2] получены ограничения на число собственных значений оператора $H_N : n(H_N) \leqslant \mathrm{Tr} A_N(\varkappa, b)$, и соотношение $\|A_N(\varkappa, b(N))\| = 1$, определяющее величину константы связи $b(N)$, при которой в системе N тел $(N \geqslant 3)$ появляется первое связанное состояние с нулевой энергией или локализованное состояние, волновая функция которого нормирована и является собственной для оператора H_N.

В настоящей работе мы рассмотрим еще одну возможность N-частичной квантовой системы локализоваться, т. е. иметь нормируемый волновой вектор при относительной энергии, равной нулю, при условии, что константа связи $b < b(N)$. Для изучения этого свойства многочастичной системы рассмотрим три тождественные частицы и далее проведем обобщение на большее число тел. Как следует из работы [2], оператор A_3 есть симметризованное ядро системы трех зацепляющихся уравнений Фаддеева [3].

В случае трех тождественных частиц эти уравнения сводятся к одному, причем норма и след симметризованного и несимметризованного ядер этого уравнения оказываются эквивалентными. В импульсном представлении ядро оператора имеет вид

$$A_3(p_\alpha,\ q_\alpha,\ p'_\alpha,\ q'_\alpha,\ \varkappa,\ b) = \langle p_\alpha,\ q_\alpha | t_\alpha(\varkappa - (3/4)p_\alpha^2,\ b)\, G_0(\varkappa)\, | p_\alpha',\ q_\alpha' \rangle, \tag{2}$$

где $t_\alpha(\varkappa - (3/4)p_\alpha^2,\ b)$ — оператор рассеяния двух частиц (α), взаимодействие которых задано оператором bV_α, $\langle p_\alpha,\ q_\alpha|$ — волновая функция свободного движения трех тождественных частиц в с. ц. м., p_α и q_α — независимые импульсы, выбранные так, что p_α — импульс частицы, не участвующей в паре (α), $\varkappa$ — относительная энергия трех частиц, $E_\alpha = \varkappa - (3/4)p_\alpha^2$ — относительная энергия частиц в паре (α), $G_0(\varkappa)$ — функция Грина трех свободных частиц. Если парные потенциалы таковы, что система двух частиц (α) не имеет ни связанных состояний, ни виртуального уровня при $E_\alpha = 0$, т. е. константа связи $b < b(2)$, то непрерывный спектр трехчастичного оператора Шрёдингера начинается в нуле. Следовательно, для анализа дискретного спектра H_3 необходимо рассмотреть ядро оператора $A_3(\varkappa,\ b)$ вида (2) при $\varkappa = 0$. Поскольку в данном предположении оператор $t_\alpha(-(3/4)p_\alpha^2,\ b)$ является вполне непрерывным и ограниченным по норме при всех константах связи $b < b(2)$, то оператор $A_3(0,\ b)$ также вполне непрерывен. Более того, $A_3(0,\ b)$ для отрицательных V_α является положительным. Поэтому спектр $A_3(0,\ b)$ должен лежать на положительной полуоси и быть конечным на луче $[1,\ \infty)$.

Из определения (2) следует, что норма оператора $A_3(0,\ b)$ растет от нуля, стремясь к бесконечно большой величине при изменении b в интервале $[0,\ b(2)]$. Это значит, что при некоторой константе связи $b = b(3) < b(2)$ вследствие непрерывности $\|A_3(0,\ b)\|$ выполняется условие $\|A_3(0,\ b(3))\| = 1$ и в системе трех тел возникает связанное состояние при нулевой энергии. Оценки показали, что волновая функция связанного состояния трех частиц с нулевой энергией нормируема [1]. Если рассматриваемая система трех частиц характеризуется двухчастичными силами с константами связи из интервала $[0,\ b(3)]$, то трехчастичных связанных состояний нет, но при $b \to b(3)$ виртуальное состояние трех частиц оказывается близким к точке начала непрерывного спектра. В этом случае растет амплитуда рассеяния в системе трех тел и, следовательно, должен наблюдаться эффект взаимодействия трех тождественных частиц, образующихся с нулевой энергией в инклюзивных процессах. Важно отметить, что система трех частиц, взаимодействующих в конечном состоянии с нулевой энергией, имеет нормируемую волновую функцию. Более того, это утверждение справедливо и для волновой функции системы трех частиц при нулевой относительной энергии, в которой только две из трех частиц взаимодействуют. Это утверждение следует из оценки резольвенты оператора $H_3 = H_{30} + V_\alpha$ при $z \leqslant 0$, полученной методом [1]:

$$\begin{gathered} R_3(z,\ x,\ x') \leqslant C\,|x - x'|^{-3-|\mu|} \exp[-C'\sqrt{|z|}\,|x - x'|][1 + C''a(b)\,|x - x'|\,]; \\ |x - x'| = (|x_\alpha - x'_\alpha|^2 + |y_\alpha - y'_\alpha|^2)^{1/2}, \end{gathered} \tag{3}$$

где x_α и y_α — координаты Якоби, C, C' и C'' — некоторые константы $a(b)$ — длина рассеяния двух частиц в паре (α).

Анализ выражения для $\operatorname{Tr} A_3(0,\ b)$ показывает, что проблема взаимодействия трех частиц при нулевой энергии и малой константе связи, $b < b(2)$, эквивалентна задаче об одной частице в поле потенциала, создаваемого двумя другими взаимодействующими частицами. Это утверждение поясним на примере задачи трех тождественных частиц с сепарабельным парным взаимодействием вида $V(p,\ p') = bg(p)g(p')$, $g(p) = (\Lambda^2 + p^2)^{-1}$. Из (2) и представления для ядра двухчастичного оператора рассеяния

$$\langle p | t_\alpha(E_\alpha) | p' \rangle = g(p)\,g(p')\,F(E_\alpha),$$

где

$$F(E_\alpha) = -\left[\frac{1}{b} + \int d^3p'\, g^2(p')\, \{E_\alpha - p'^2\}\right],$$

можно получить выражение

$$\operatorname{Tr} A_3(0,\ b) = C \int dp_\alpha g^2 \left(\frac{3}{4} p_\alpha^2\right) F\left(-\frac{3}{4} p_\alpha^2\right), \tag{4}$$

где p_α — импульс частицы относительно пары (α). При малых p_α

$$F\left(-\frac{3}{4} p_\alpha^2\right) \approx -\frac{1}{2\pi^2}\left[\frac{1}{a(b)} + \left(\frac{3}{4} p_\alpha^2\right)^{1/2}\right],$$

Рассмотрим структуру выражения (4). Обратим внимание на то, что она оказывается аналогичной следу уравнения Липпмана—Швингера при нулевой энергии для частицы в поле сепарабельного потенциала, создаваемого парой (α). Радиус этого эффективного потенциала пропорционален величине $a(b)$, если $a(b) \geqslant \Lambda^{-1}$, или величине Λ^{-1}, если $a(b) \ll \Lambda^{-1}$. Этот радиус определяет размер локализованного состояния трех частиц для нулевой энергии и $b < b(2)$.

Рассуждения, аналогичные приведенным выше, можно провести и для системы четырех тождественных частиц с парными силами притяжения. Анализ оператора $A_4(0, b)$, полученного в работе [4], показал, что при константе связи $b = b(4) < b(3)$ из условия непрерывности и ограниченности по норме операторов рассеяния двух и трех тел следует равенство $\|A_4(0, b(4))\| = 1$. Оно утверждает существование связанного состояния в системе четырех тождественных частиц с нулевой энергией, если парные потенциалы характеризуются константой связи $b = b(4)$. Когда парные силы слабы, т. е. константа связи $b < b(4)$, но $b \to b(4)$, в инклюзивных процессах следует ожидать взаимодействия четырех частиц в конечном состоянии с нулевой относительной энергией, причем вектор этого состояния нормируем и ведет себя на больших расстояниях как $|x - x'|^{-7}$, где $|x - x'| = (|x_\alpha - x_\alpha'|^2 + |y_\alpha - y_\alpha'|^2 + |z_\alpha - z_\alpha'|^2)^{1/2}$ и x_α, y_α, z_α — кластерные координаты Якоби. Размеры системы четырех тел при нулевой энергии и $b < b(3)$ определяются эффективной длиной рассеяния трех тел.

Подобный вывод обобщается на любую многочастичную систему тождественных квантовых частиц. Свойство локализации системы N частиц существенно зависит от ν — размерности пространства ($\mathscr{R}^\nu$), в котором определен радиус-вектор одной частицы. Мы рассмотрели случай $\nu = 3$. Если $\nu = 2$, то локализация возникает в системе $N \geqslant 4$ частиц; если $\nu \geqslant 5$, то локализация имеет место уже для двух частиц. Это определяется свойствами фундаментального решения оператора Лапласа в ($\mathscr{R}^\nu$).

2. Здесь мы рассмотрим один конкретный пример квантовой многочастичной системы, которая локализуется при нулевой относительной энергии. Эта система есть мультинейтронный кластер. В литературе имеется много теоретических и экспериментальных исследований, посвященных анализу связанных состояний нескольких нейтронов (см., например, обсуждение этого вопроса в [5]). Мы возвращаемся к проблеме нейтронных кластеров потому, что развитый здесь новый метод исследования состояний многочастичных систем дает новую основу для установления существования нейтронных связанных или локализованных состояний.

Рассмотрим сначала трехнейтронный кластер ($3n$) с полным спином $S = 3/2$ и орбитальным моментом $L = 1$. Выбор указанного состояния ($3n$) объясняется тем, что именно в системе трех нейтронов с одинаково направленными спинами после отделения спиновых переменных оператор энергии содержит только парные потенциалы отрицательного знака, что позволяет применить здесь предложенный выше анализ. Тогда из-за отсутствия связанного состояния двух нейтронов с квантовыми числами ($s = 1$, $l = 1$) и близости к нулю их виртуального уровня ($s = 1$, $l = 1$), а также из известного факта короткодействующих ядерных сил следует ожидать существование локализованного состояния ($3n$)-кластера с квантовыми числами ($S = 3/2$, $L = 1$). Необходимо подчеркнуть, что данную локализацию допускает любой вид фазовоэквивалентного потенциала в достаточно большой области изменения параметров. Эти же рассуждения справедливы для четырехнейтронных кластеров с одинаково направленными спинами нейтронов.

Примечание при корректуре. Экспериментальное указание на возможность существования легких нейтронных кластеров получено недавно в работе В. А. Агеева, И. Н. Вишневского, В. И. Гаврилюка, В. А. Желтоножского, Т. Н. Лашко, Н. В. Стрельчука (Препринт ИЯИ АН УССР КИЯИ—85—4. Киев, 1985).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Садовничий В. А., Муртазин Х. Х., Попова А. М. Спектральный анализ многочастичного оператора Шредингера. М.: Изд-во МГУ, 1984. [2] Комаров В. В., Попова А. М. Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон., 1985, **26**, № 4, с. 21; Komarov V. V., Popova A. M. In: Proc. Int. Conf. on Few-Body Dynamics. Hungary, 1985. [3] Фаддев Л. Д. Тр. МИАН СССР, 1963, **69**, с. 3. [4] Комаров В. В., Попова А. М. ЭЧАЯ, 1974, **5**, с. 1075. [5] Базь А. И., Гольданский В. И., Гольдберг В. З., Зельдович Я. Б. Легкие и промежуточные ядра вблизи границы нуклонной стабильности. М.: Наука, 1972.

Поступила в редакцию 27.06.85
В окончательной редакции — 14.10.85