где

$$G(\omega)=\frac{\tau_{\varphi}^{-1}}{(2\tau_{\varphi})^{-2}+\omega^{2}}. \tag{8}$$

Как следует из формулы (7), степень влияния эффекта «сторожевой собаки» на чувствительность определяется соотношением между τ_φ и эффективной длительностью силы τ_F:

$$\tau_F^{-1}=\frac{1}{|f(\omega_F)|^2}\int_{-\infty}^{\infty}|f(\omega)|^2\frac{d\omega}{2\pi} \tag{9}$$

(ω_F — центральная частота спектра силы). Можно выделить два предельных случая.

1) $\tau_\varphi \gg \tau_F$. В этом случае в (7) можно положить $G(\omega_0-\omega)=2\pi\delta(\omega_0-\omega)$. Следовательно,

$$1-w_{nn}=\frac{n+1/2}{m\omega_0\hbar}|f(\omega_0)|^2, \tag{10}$$

что приводит к выражению (1) для величины минимальной обнаружимой силы.

2) $\tau_\varphi \ll \tau_F$. При этом в оптимальном случае $\omega_F=\omega_0$

$$1-w_{nn}=\frac{n+1/2}{m\omega_0\hbar}|f(\omega_0)|^2\frac{4\tau_\varphi}{\tau_F}. \tag{11}$$

При $\tau_\varphi\to 0$ вероятность перехода уменьшается как τ_φ/τ_F. При $\tau_\varphi=0$ пробный осциллятор полностью замораживается на начальном квантовом уровне (в (11) $1-w_{nn}=0$), т. е. имеет место ситуация, описанная в работе [5].

Таким образом, эффект «сторожевой собаки» не влияет на чувствительность пробной системы, если время выделения τ_φ сигнала больше длительности силы τ_F. Однако чувствительность падает, если $\tau_\varphi<\tau_F$, т. е. делается попытка не только зарегистрировать факт воздействия силы, но и получить какую-то информацию о ее форме.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Брагинский В. Б., Воронцов Ю. И. УФН, 1974, **114**, с. 41. [2] Брагинский В. Б., Воронцов Ю. И., Халили Ф. Я. ЖЭТФ, 1977, 73, с. 1340. [3] Braginsky V. B., Vorontsov Yu. I., Thorne K. S. Science, 1980, **209**, p. 547. [4] Додонов В. В., Манько В. И., Руденко В. Н. ЖЭТФ, 1980, **78**, с. 881. [5] Zurek W. H. Preprint OAP-651, CALTECH, 1982. [6] Халили Ф. Я. Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон., 1980, **21**, № 1, с. 37. [7] Менский И. Б. Группа путей. Измерения. Поля. Частицы. М.: Наука, 1983. [8] Хелстром К. Квантовая теория проверки гипотез и оценивания. М.: Мир, 1979. [9] Холево А. С. Вероятностные и статистические аспекты квантовой теории. М.: Наука, 1980. [10] Люиселл У. Излучение и шумы в квантовой электронике. М.: Наука, 1972.

Поступила в редакцию
21.05.85

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1986, т. 27, № 2

АТОМНАЯ И ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА

УДК 539.17

МЕТОД РАСЧЕТА ПАРАМЕТРОВ РЕЗОНАНСНЫХ СОСТОЯНИЙ В МНОГОКАНАЛЬНОЙ КУЛОНОВСКО-ЯДЕРНОЙ ЗАДАЧЕ РАССЕЯНИЯ

А. Н. Сафронов

(НИИЯФ)

1. **Введение.** Известно, что наиболее универсальное модельно-независимое определение резонансных параметров в теории рассеяния основано на аналитических свойствах S-матрицы: параметры резонансов в этом подходе связываются с положением полюсов S-матрицы

на нефизических листах комплексной плоскости энергии и значениями вычетов в этих полюсах (см., например, [1, 2]). Однако при наличии кулоновского взаимодействия между частицами методы, разработанные для короткодействующих взаимодействий, непосредственно не применимы. При стремлении радиуса экранировки кулоновского потенциала к бесконечности в ядрах интегральных уравнений теории рассеяния возникают специфические «кулоновские» сингулярности. В результате аналитическая структура S-матрицы при включении кулоновского взаимодействия радикально меняется [3, 4]. В настоящей работе мы получим уравнения для расчета резонансных параметров в кулоновско-ядерной задаче рассеяния, когда имеется несколько связанных двухчастичных каналов, выделяя сингулярности, обусловленные кулоновским взаимодействием в импульсном представлении на основе некоторой модификации метода Ланде [5].

2. **Аналитическое продолжение уравнения Липпмана—Швингера на нефизический лист при конечном радиусе экранировки.** Рассмотрим случай одноканального рассеяния, когда взаимодействие определяется суммой короткодействующего $v^{(n)}(r)$ и экранированного кулоновского $v^{(c)}(r)$ потенциалов. Радиус экранировки R устремим к бесконечности в окончательных выражениях после выделения «кулоновских» сингулярностей в ядре интегрального уравнения. При конечном радиусе экранировки для парциальной амплитуды рассеяния вне энергетической поверхности можно записать уравнение Липпмана—Швингера

$$T_l(p',\ p;\ k^2) = v_l(p', p) + \frac{2}{\pi}\int_0^\infty \frac{v_l(p',\ q)\, T_l(q,\ p;\ k^2)}{q^2 - k^2 - i\varepsilon} q^2\, dq, \tag{1}$$

где $v_l(p',\ p) = v_l^{(n)}(p',\ p) + v_l^{(c)}(p',\ p)$, $v_l^{(n)}(p',\ p)$ и $v_l^{(c)}(p',\ p)$ — матричные элементы короткодействующего и кулоновского потенциалов соответственно в импульсном представлении (здесь l — орбитальный момент, p', p, q — относительные импульсы частиц в начальном, конечном и промежуточном состояниях вне энергетической поверхности; $k = \sqrt{2\mu E}$, E — энергия частиц в с. ц. и., μ — приведенная масса). Для исследования резонансных состояний удобно ввести «парциальную амплитуду на втором листе» $T_l^{(-)}(p',\ p;\ k^2)$, удовлетворяющую уравнению вида (1), в котором, однако, потенциал $v_l(p',\ p)$ следует заменить на $w_l(p',\ p;\ k)$ [6], где

$$w_l(p',\ p;\ k) = v_l(p',\ p) - 2ik\frac{v_l(p',\ k)\, v_l(k,\ p)}{1 + 2ik\, v_l(k,\ k)}. \tag{2}$$

Решение уравнения (1) $T_l^{(-)}(p',\ p;\ k^2)$ с потенциалом (2) непосредственно определяет аналитическое продолжение на второй лист римановской поверхности амплитуды $T_l(p',\ p;\ k^2)$. Если амплитуда $T_l^{(-)}(p',\ p;\ k^2)$ в комплексной плоскости $s = k^2$ имеет полюс при $k = k_a$, то в окрестности этого полюса решение имеет вид

$$T_l^{(-)}(p',\ p;\ k^2) \underset{k \to k_a}{\simeq} \frac{g(p')\, g(p)}{k^2 - k_a^2}.$$

Для вершинной функции $g(p)$ получаем уравнение

$$g_l(p) = \frac{2}{\pi}\int_0^\infty w_l(p,\ p';\ k_a)\, \frac{g_l(p')}{p'^2 - k_a^2}\, p'^2\, dp'.$$

Определяя волновую функцию резонансного состояния $\psi_l(p')$ соотношением

$$\psi_l(p) = 2\mu \frac{g_l(p)}{p^2 - k_a^2},$$

получаем уравнение

$$(p^2 - k_a^2)\,\psi_l(p) = \frac{2}{\pi}\int_0^\infty w_l(p,\ p';\ k_a)\,\psi_l(p')\,p'^2\,dp'. \tag{3}$$

Используя квадратурную формулу Гаусса для интеграла в правой части (3), получаем уравнение вида

$$\sum_n A_{mn}(k_a)\,\psi(p_n) = 0,$$

где

$$A_{mn}(k_a) = (p_m^2 - k_a^2)\,\delta_{mn} - \frac{2}{\pi} w_l(p_m,\ p_n;\ k_a)\,p_n^2 \lambda_n,$$

p_n, λ_n — соответственно гауссовские узловые точки и веса. Положения полюсов амплитуды $T_l^{(-)}(p',\ p;\ k^2)$ определяются из условия

$$\det_{(m,n)} \|A_{mn}(k_a)\| = 0. \tag{4}$$

Подчеркнем, что описанная процедура справедлива только при конечном значении радиуса экранировки R кулоновского взаимодействия $v^{(c)}$. При стремлении R к бесконечности матричные элементы $v_l^{(c)}(p',\ p)$ имеют логарифмическую сингулярность при $p' \to p$, и, следовательно, такая же сингулярность имеется и в матричных элементах $w_l(p',\ p;\ k)$. Можно, однако, выделить указанную сингулярность, если воспользоваться рассмотренной ниже процедурой, которая является некоторым обобщением метода Ланде [5], применявшегося для расчета дискретного спектра системы при наличии кулоновского взаимодействия.

3. **Устранение кулоновской сингулярности.** Уравнение (3) имеет существенное отличие от аналогичного уравнения в случае связанного состояния: ядро его содержит матричные элементы кулоновского потенциала при совпадающих импульсах начального и конечного состояний в комплексной области $v_l^{(c)}(k,\ k)$ (см. (2)). Представим комплексный импульс p в виде $p = x\xi \exp(i\varphi)$, где ξ и φ — некоторые фиксированные параметры, и рассмотрим интеграл вида

$$F(x;\ \xi,\ \varphi) = \int_0^\infty v_l^{(c)}\{x\xi\exp(i\varphi),\ x'\xi\exp(i\varphi)\}\,f(x')\,dx', \tag{5}$$

где $f(x)$ — несингулярная при действительных x и убывающая при $x \to \infty$ функция. При $R \to \infty$ матричные элементы $v_{c)}(p',\ p)$ имеют вид $\lambda Q_l(z_{pp'})/(p'p)$, где $Q_l(x)$ — функция Лежандра второго рода, $z_{pp'} = (p^2 + p'^2)/(2pp')$. Таким образом, при $R \to \infty$

$$v_l^{(c)}\{x\xi\exp(i\varphi),\ x'\xi\exp(i\varphi)\} = \tilde{v}_l^{(c)}(x,\ x')\exp(-2i\varphi)/\xi^2, \tag{6}$$

где $\tilde{v}_l^{(c)}(x,\ x') = \lambda Q_l(z_{xx'})/(xx')$, и, следовательно, интеграл (5) имеет вид

$$F(x;\ \xi,\ \varphi) = \tilde{F}(x)\exp(-2i\varphi)/\xi^2.$$

Функцию $\tilde{F}(x)$ запишем в виде

$$\widetilde{F}(x)=\int_0^\infty \widetilde{v}_l^{(c)}(x,\ x')\left[f(x')-\frac{f(x)}{P_l(z_{xx'})}\right]dx'+f(x)\widetilde{R}_l(x), \tag{7}$$

где

$$\widetilde{R}_l(x)=\int_0^\infty \frac{\widetilde{v}_l^{(c)}(x,\ x')}{P_l(z_{xx'})}dx'. \tag{8}$$

Интеграл (8) может быть вычислен аналитически, и его явный вид приведен в работе [5]. Первый интеграл в правой части соотношения (7) заменим на сумму с помощью квадратурной формулы Гаусса. В результате для значения функции $\tilde{F}(x)$ в m-й узловой точке получаем выражение

$$\widetilde{F}(x_m)=\sum_n \widetilde{v}_l^{(c)}(x_m,\ x_n)f_n\lambda_n,$$

в котором диагональный матричный элемент $\tilde{v}_l^{(c)}(x_m,\ x_m)$ определяется формулой

$$\widetilde{v}_l^{(c)}(x_m,\ x_m)=\frac{1}{\lambda_m}\left\{\widetilde{R}_l(x_m)-\sum_{n\neq m}\frac{\widetilde{v}_l^{(c)}(x_m,\ x_n)}{P_l(z_{x_mx_n})}\lambda_n\right\}. \tag{9}$$

Таким образом, выбором параметров ξ и φ узловую точку на действительной оси можно трансформировать в любую точку комплексной плоскости: $k=\xi x_m \exp(i\varphi)$. В результате для диагонального матричного элемента $v_l^{(c)}(k,\ k)$ получаем

$$v_l^{(c)}(k,\ k)=\tilde{v}_l^{(c)}(x_m,\ x_m)\exp(-2i\varphi)/\xi^2. \tag{10}$$

Для точек на действительной оси в импульсном пространстве имеем равенство $v_l^{(c)}(p_m,\ p_m)=\tilde{v}_l^{(c)}(x_m,\ x_m)$, получающееся из (6) при $\varphi=0$, $\xi=1$. Итак, положения резонансных полюсов в комплексной k-плоскости можно рассчитать, решая уравнение (4), в котором при вычислении матричных элементов $A_{mn}(k_a)$ следует использовать выражения (9), (10), определяющие диагональные матричные элементы кулоновского потенциала.

4. **Применение метода Нойеса—Ковальского.** Для расчета параметров резонансных состояний можно использовать также процедуру, основанную на методе Нойеса—Ковальского [7, 8]. В этом случае для определения положения резонансных полюсов в k-плоскости получаем уравнение

$$1-\frac{2}{\pi}\sum_n p_n^2\lambda_n v_l(k_a,\ p_n)\,g_l(p_n,\ k_a)\,[p_n^2-k_a^2]^{-1}-2ik_av_l(k_a,\ k_a)=0, \tag{11}$$

в котором величины $g_l(p_n,\ k_a)$ определяются из решения системы линейных уравнений вида $\sum\limits_n B_{mn}(k_a)\,g_l(p_n,\ k_a)=C_m(k_a)$,

где

$$B_{mn}(k_a)=\delta_{mn}-\frac{2}{\pi}\lambda_n p_n^2\left[v_l(p_m,\ p_n)-\frac{v_l(p_m,\ k_a)\,v_l(k_a,\ p_n)}{v_l(k_a,\ k_a)}\right]\frac{g_l(p_n,\ k_a)}{p_n^2-k_a^2},$$

$$C_m(k_a)=v_l(p_m,\ k_a)/v_l(k_a,\ k_a).$$

Для расчета диагональных матричных элементов кулоновской части взаимодействия $v_l^{(c)}(k_a, k_a)$, $v_l^{(c)}(p_m, p_m)$ и в методе Нойеса—Ковальского следует использовать выражения (9), (10).

5. **Обобщение на многоканальный случай.** Для N связанных двухчастичных каналов имеем матричный аналог уравнения (1):

$$T_{ij}(p', p; k^2) = v_{ij}(p', p) + \sum_{j'=1}^{N} \frac{2}{\pi} \int_0^\infty v_{ij'}(p', q) \frac{T_{j'j}(q, p; k^2)}{q^2 - k_{j'}^2 - i\varepsilon} q^2 dq, \quad (12)$$

где k_j — относительный импульс частиц в j-м канале, а под величиной k понимается относительный импульс в канале с наиболее низким порогом. Относительные импульсы в различных каналах связаны между собой законом сохранения энергии. Для матрицы амплитуд $T_{ij}(p', p; k^2)$, продолженной на нефизические листы римановой поверхности, можем записать уравнение

$$T_{ij}^{(-)}(p_i', p_j; k^2) = v_{ij}(p_i', p_j) + \sum_{j'} \left\{ \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{v_{ij'}(p_i', q) T_{j'j}^{(-)}(q, p_j; k^2)}{q^2 - k_{j'}^2 - i\varepsilon} q^2 dq - \right.$$

$$\left. - 2ik_{j'}\alpha_{j'} v_{ij'}(p_i', k_{j'}) T_{j'j}^{(-)}(k_{j'}, p_j; k^2) \right\},$$

где $\alpha_j = 1$ (0), когда выполняется аналитическое продолжение на второй лист (если амплитуда вычисляется на первом листе) относительно разреза в j-м канале. Последнее уравнение может быть приведено к виду (12), в котором, однако, матричные элементы $v_{ij}(p_i, p_j)$ следует заменить на матричные элементы матрицы $\hat{w}(p', p; k)$, определяемой равенством

$$\hat{w}(p', p; k) = \hat{v}(p', p) - 2i\hat{v}(p', k)\hat{\rho}(k)[\hat{I} + 2i\hat{v}(k, k)\hat{\rho}(k)]^{-1}\hat{v}(k, p),$$

где

$$[\hat{v}(p', p)]_{ij} = v_{ij}(p_i', p_j), \quad [\hat{\rho}(k)]_{ij} = \delta_{ij} k_i \alpha_i.$$

В окрестности полюса, который определяется заданием величин α_i (если все α_i равны нулю, то получим матрицы парциальных амплитуд на физическом листе) и отвечает резонансному состоянию на каком-либо из нефизических листов, матричные элементы $T_{ij}(p_i, p_j; k^2)$ имеют вид

$$T_{ij}(p_i, p_j; k^2) = g_i(p_i) g_j(p_j) / (k^2 - k_a^2).$$

Для расчета комплексных констант k_a, определяющих положение полюсов матрицы парциальных амплитуд, можно получить уравнение вида (4) (либо вида (11)) совершенно аналогично тому, как это делается в одноканальном случае.

6. **Заключение.** Итак, мы рассмотрели два метода расчета модельно-независимых параметров резонансов при наличии кулоновского взаимодействия между частицами, которые могут быть использованы как в атомной, так и в ядерной физике. Первый метод основан на аналитическом продолжении уравнения Липпмана—Швингера на нефизический лист римановой поверхности, а во втором методе используется процедура Нойеса—Ковальского. При этом показано, как можно избежать трудностей, связанных с наличием сингулярности в матричном элементе кулоновского потенциала в импульсном представлении. Несмотря на то что второй метод является технически несколько

более громоздким по сравнению с первым, он может оказаться более эффективным при расчете параметров узких резонансов. Отметим, наконец, что рассмотренные методы легко могут быть обобщены на случай рассеяния релятивистских частиц (поскольку задача решается в импульсном представлении), если воспользоваться уравнениями квазипотенциального типа [9, 10].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Ball J. S. et al. Phys. Rev. Lett., 1972, 28, p. 1143. [2] Сафронов А. Н. Письма в ЖЭТФ, 1983, 37, с. 608. [3] Ментковский Ю. Л. Частица в ядерно-кулоновском поле. М.: Энергоиздат, 1982. [4] Блохинцев Л. Д., Сафронов А. Н. Изв. АН СССР, сер. физ., 1983, 47, с. 2168. [5] Kwon Y. R., Tabakin F. Phys. Rev. C, 1978, 18, p. 932. [6] Орлов Ю. В. Письма в ЖЭТФ, 1981, 33, с. 380. [7] Noyes H. P. Phys. Rev. Lett., 1965, 15, p. 538. [8] Kowalski K. W. Ibid., p. 798. [9] Logunov A. A., Tavkhelidze A. N. Nuovo Cim., 1963, 29, p. 380. [10] Blankenbecler R., Sugar R. Phys. Rev., 1966, 142, p. 1051.

Поступила в редакцию
13.02.85

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1986, т. 27, № 2

УДК 539.1.076:621.384.633.8

ФАЗОВОЕ ДВИЖЕНИЕ В КЛАССИЧЕСКОМ МИКРОТРОНЕ ВБЛИЗИ НЕЛИНЕЙНЫХ РЕЗОНАНСОВ

В. К. Гришин, М. А. Сотников, В. И. Шведунов

(кафедра ядерных взаимодействий и ускорителей)

1. В настоящее время во многих научных лабораториях разрабатываются и реализуются проекты электронных ускорителей нового поколения с высоким качеством пучка: энергия частиц до 100 МэВ (первый этап; второй этап — энергия 2—4 ГэВ), ток до 100 мкА, энергетический разброс до $\sim 10^{-4}$, эмиттанс около $0{,}05\pi$ мм·мрад, коэффициент заполнения рабочего цикла 1 [1, 2]. Создание ускорителей с указанными параметрами имеет исключительно важное значение для дальнейшего прогресса в исследовании структуры атомного ядра с помощью электро- и фотоядерных реакций [3, 4] и открывает широкие возможности для разнообразных прикладных исследований.

Ускорители этого типа конструируются по схеме рециркуляторов (рециклотрон, разрезной микротрон и т. д. [5—7]), позволяющих получить требуемые энергии электронов при относительно небольшом числе рециркуляций пучка. Одним из основных этапов разработки рециркуляторов является анализ фазового движения, т. е. динамики взаимодействия частиц с ускоряющим полем. Фазовое движение в классическом микротроне впервые было исследовано в [8], а в дальнейшем — в работах [9, 10]. Успешное использование микротронов свидетельствует, что в целом фазовое движение хорошо изучено. Вместе с тем разработка ускорителя с более высоким качеством пучка, предназначенного для проведения экспериментов повышенного класса точности, предполагает проведение самого детального исследования фазового движения. Действительно, тщательный теоретический и экспериментальный анализ выявил ряд интересных особенностей, позволяющих более обоснованно оценить необходимые параметры и допуски установки для получения пучка с разбросом по энергии $\delta E/E \approx \approx 10^{-4}$.