

ской, низкотемпературной фазы. Взаимодействие между фазами, обусловившее обращение  $I_n$ , может осуществляться по магнитостатическому механизму (механизм самообращения, впервые предложенный Грабовским [13], а также Кавайи, Куме и Сасаямой [14]). Однако данная интерпретация полученных экспериментальных результатов нуждается в дальнейшей более детальной разработке.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Ле Пижон К., Франшто Ж., Боннин Ж. Тектоника плит. М.: Мир, 1977. [2] Lowrie W. J. Geol. Soc., 1977, 133, p. 61. [3] Johnson H. P., McGill R. T. Earth and Plan. Sci. Lett., 1978, 40, p. 263. [4] Харин Г. С. В кн.: Результаты глубоководного бурения в Атлантическом океане в 38-м рейсе «Гломара Челленджера». Литология и петрография. М.: Наука, 1979, с. 162. [5] Геология дна мирового океана. Биостратиграфия и тектоника. Под ред. Г. Б. Удинцева. М.: Наука, 1982. [6] Кудрявцева Г. П., Гаранин В. К., Жилыева В. А., Трухин В. И. Магнетизм и минералогия природных ферримангнетиков. М.: Изд-во МГУ, 1982. [7] Трухин В. И. и др. Изв. АН СССР. Физика Земли, 1984, № 9, с. 57. [8] Бураков К. С. Там же, 1977, № 5, с. 92. [9] Щербаков В. П., Щербакова В. В. В кн.: Решение геофизических задач геомагнитными методами. М.: Наука, 1980, с. 136. [10] Большаков А. С., Щербакова В. В. Изв. АН СССР. Физика Земли, 1979, № 2, с. 38. [11] Трухин В. И. В кн.: Кора и верхняя мантия Земли. Вып. 2. М.: Изд-во МГУ, 1975, с. 208. [12] Магнетизм и условия образования изверженных горных пород. Под ред. Г. Н. Петровой. М.: Наука, 1975. [13] Грабовский М. А., Пушкин А. Н. Изв. АН СССР, сер. геофиз., 1954, № 4, с. 320. [14] Нагата Т. Магнетизм горных пород. М.: Мир, 1965.

Поступила в редакцию  
18.02.85

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1986, т. 27, № 2

УДК 551.465.71

### К ВОПРОСУ ОБ ОБРАЗОВАНИИ ПЕРИОДИЧЕСКИХ СТРУКТУР ПРИ БОКОВОЙ КОНВЕКЦИИ В СОЛЕННОЙ ВОДЕ

В. М. Блинков, А. М. Гусев

(кафедра физики моря и вод суши)

Изучение условий образования и развития слоистых структур при термоконцентрационной конвекции является сейчас предметом интенсивного исследования, главным образом из-за океанологических приложений. Предположение о том, что одним из механизмов образования таких структур может быть боковая конвекция, было высказано в работе [1]. Эффективность этого механизма в океане подтверждается натурными наблюдениями [2, 3], а также экспериментами по моделированию таяния айсбергов [4].

Пусть устойчиво стратифицированная соленая вода заполняет прямоугольный бассейн длиной  $L$  и высотой  $H$ . Ширина бассейна предполагается бесконечно большой. Рассмотрим движение жидкости при небольших отклонениях от равновесного состояния, вызванных неодинаковым нагреванием боковых стенок, т. е. когда  $\Delta\rho_r/\Delta\rho_b \ll 1$ . Здесь  $\Delta\rho_r = \rho_0 \alpha \Delta T$  и  $\Delta\rho_b = \rho_0 \beta (ds_p/dz) H$  — характерные разности плотностей по горизонтали и вертикали,  $\rho_0$  — среднее значение плотности,  $\alpha$  и  $\beta$  — коэффициенты термического расширения и изменения плотности на единицу солености,  $\Delta T$  — разность температур между боковыми стенками. Экспериментально и теоретически показано, что в бассейне возникает течение ячейковой формы. Размеры этой первоначальной ячейки равны размерам бассейна.

Согласно существующим представлениям, образование слоистых структур в жидкости происходит вследствие нарушения устойчивости первоначального конвективного течения относительно возмущений с характерными пространственными размерами порядка  $L$  и  $h$  по горизонтали и вертикали при достаточно больших числах Рэлея  $Ra = \frac{ag\Delta T h^3}{\nu\kappa_0}$ . Здесь  $g$  — ускорение свободного падения,  $\nu, \kappa_0$  — коэффициенты вязкости и температуропроводности,  $h = (\Delta\rho_T/\Delta\rho_B)H$  — «естественный» вертикальный масштаб длины.

В результате при  $Ra \geq Ra_{\text{крит}}$  в бассейне формируется ряд замкнутых, лежащих друг над другом вторичных ячеек, слегка наклоненных к горизонтали. Значения  $Ra_{\text{крит}}$  и толщины вторичных ячеек  $d$ , наблюдаемые экспериментально [5, 6], а также следующие из теоретического анализа [5, 8] и численных экспериментов [7], удовлетворительно согласуются между собой (исторически, начиная, вероятно, с работы [5], под толщиной ячейки принято понимать величину, равную вертикальному раз-

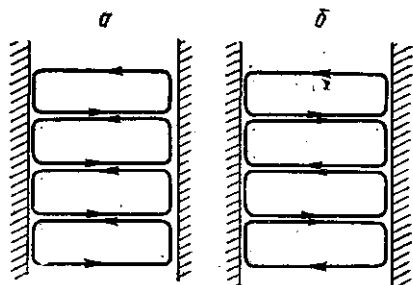


Рис. 1. Схема циркуляции во вторичных ячейках: наблюдаемая экспериментально (а) и следующая из теоретических исследований [5,8] (б)

меру двух ячеек). В то же время характер циркуляции во вторичных ячейках, следующий из теоретического анализа устойчивости первоначального течения, отличается от наблюдаемого в экспериментах. Как показывают лабораторные и численные эксперименты, направления циркуляции во всех вторичных ячейках одинаковы — у «теплой» стенки наблюдается подъем, у «холодной» — опускание жидкости (рис. 1, а). Из теоретических же исследований следует, что незатухающие возмущения должны иметь такую структуру: направления циркуляции в любых двух расположенных одна над другой ячейках должны быть противоположны (рис. 1, б). Причины расхождений сейчас неясны. Однако сопоставление данных экспериментальных и теоретических исследований позволяет высказать предположение о том, что при  $Ra = Ra_{\text{крит}}$  первоначальное конвективное течение, вероятно, неустойчиво относительно по крайней мере двух типов возмущений, имеющих приблизительно одинаковые пространственные размеры.

С целью обоснования этого предположения исследуем устойчивость первоначального стационарного течения относительно малых нейтральных возмущений. Безразмерные, линеаризованные уравнения, описывающие развитие нейтральных возмущений, имеют вид

$$\frac{A}{Pr} ((\mathbf{u}_0 \nabla) \Omega + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \Omega_0) = -Ra A \frac{\partial(\Theta - S)}{\partial x} + \Delta \Omega,$$

$$\Omega = \frac{\partial u}{\partial z} - A^2 \frac{\partial w}{\partial x}, \quad \Omega_0 = \frac{\partial u_0}{\partial z} - A^2 \frac{\partial w_0}{\partial x},$$

$$A((\mathbf{u}_0 + \nabla) \Theta + (\mathbf{u} \nabla) \Theta_0) = \Delta \Theta,$$

$$A((\mathbf{u}_0 \nabla) S + (\mathbf{u} \nabla) S_0 - w) = \frac{1}{K} \Delta S,$$

$$\nabla \mathbf{u} = 0.$$

Здесь переменные с индексом «0» описывают стационарную одноячейковую циркуляцию, а без него — малое возмущение;  $\mathbf{u} = (u, w)$  — безразмерный вектор скорости ( $u$  — горизонтальная,  $w$  — вертикальная компоненты);  $\Theta$  и  $S$  — безразмерные температура и солёность;  $\Omega$  — вихрь скорости;  $\Delta = A^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ ,  $\nabla = \mathbf{i}A \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{k} \frac{\partial}{\partial z}$ ,

$K = \nu/\kappa_s$  — число Шмидта,  $\kappa_s$  — молекулярный коэффициент диффузии соли. Ось  $x$  направлена от «холодной» стенки к «теплой»,  $z$  — вертикально вверх,  $\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{k}$  — единичные векторы по осям  $x$ ,  $z$ . При выводе уравнений использовались следующие характерные масштабы для переменных: длина  $L$ , высота  $h$ , горизонтальная скорость  $\kappa_0/h$ , вертикальная  $\kappa_0/L$ , температура  $\Delta T$ , солёность  $(\alpha/\beta)\Delta T$ . Параметр  $A = h/L$  — отношение масштаба вертикальных движений к длине бассейна,  $\text{Pr} = \nu/\kappa_0$  — число Прандтля.

**Стационарное течение.** В работах [8, 9] показано, что при больших значениях параметра  $\beta g \frac{dS_p}{dz} \frac{L^4}{\nu\kappa_0} = \frac{\text{Ra}K}{A^4}$  устанавливающаяся в бассейне первичная ячейковая циркуляция имеет ряд особенностей. Процессы переноса оказываются сосредоточенными в пределах узких пограничных слоев, образующихся около стенок бассейна. Вне этих слоев, внутри бассейна, горизонтальные неоднородности плотностного поля температурного и солёностного происхождения взаимно компенсируют друг друга, жидкость практически неподвижна (с точностью до малых слагаемых порядка  $A/(\sqrt[4]{4K\text{Ra}})$ ), а температура и солёность с той же точностью линейно зависят от  $x$ , т. е.  $\Theta(x)$ ,  $S(x) = x$ .

Как показывают натурные наблюдения [10], для элементов тонкой структуры в океане характерна величина  $A \approx 10^{-3}$ . Значение  $K$  зависит от температуры и давления и варьируется в пределах от единиц до нескольких сотен, критическое число Рэлея [5]  $\text{Ra}_{\text{кр}} = 4,2 \cdot 10^4 K^5 / (K - 1)^6 \cdot A^{-2}$ . Поэтому в момент нарушения устойчивости в условиях, типичных для океана, величина  $A/(\sqrt[4]{4K\text{Ra}}) \approx 10^{-5} - 10^{-6}$ . С учетом этой оценки и имея в виду прежде всего океанологические приложения, мы в дальнейшем будем считать, что  $A \ll 1$ ,  $u_0 = 0$ ,  $\Theta_0$ ,  $S_0 = x$ .

В этом случае развитие возмущений в бассейне всюду, за исключением узких пристеночных областей, описывается следующей системой уравнений:

$$-\text{Ra} A \frac{\partial(\Theta - S)}{\partial x} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0 + O(A^2), \quad (1)$$

$$A u = \frac{\partial^2 \Theta}{\partial z^2} + O(A^2), \quad (2)$$

$$K A (u - w) = \frac{\partial^2 S}{\partial z^2} + O(A^2), \quad (3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0. \quad (4)$$

В качестве граничных условий на поверхностях  $x=0, 1$  мы должны принять условия непротекания, т. е.  $u=0$ . Кроме того, решения должны быть периодическими функциями по  $z$  с периодом порядка единицы (последнее следует из того, что «естественный» масштаб вертикальных движений  $h \ll H$ ):

$$w(x, z_0 - d/2) = w(x, z_0 + d/2) = 0,$$

$$f(x, z_0 - d/2) = \varphi(x, z_0 + d/2), \quad (5)$$

$$\frac{\partial \varphi(x, z_0 - d/2)}{\partial z} = \frac{\partial \varphi(x, z_0 + d/2)}{\partial z},$$

где  $f(x, z)$  означает любую из переменных  $u, \Theta, S$ , а  $z_0$  — вертикальная координата центра какой-либо ячейки и  $d$  — ее высота.

**Решение задачи.** Из системы (1) — (4) после несложных преобразований получим уравнение для определения  $u(x, z)$ :

$$\frac{\partial^6 u}{\partial z^6} + \text{Ra} \cdot A^2 \left( (K-1) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} + K \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) = 0. \quad (6)$$

Будем искать его решение в виде

$$u = v(y) \sin \pi x, \quad (7)$$

где  $y = z - z_0 - (K-1)/(2K)$  — локальная переменная, изменяющаяся в пределах  $\pm d/2$ . Подставляя (7) в (6), найдем следующее уравнение для определения  $v(y)$ :

$$\frac{d^6 v}{dy^6} - \frac{(K-1)^2 \text{Ra} \cdot A^2}{4K} \frac{d^2 v}{dy^2} - K\pi^2 \text{Ra} \cdot A^2 v = 0. \quad (8)$$

Обозначим  $Q = \frac{1}{4} (K\pi^2 \text{Ra} \cdot A^2)^2 - \frac{1}{27} \left( \frac{(K-1)^2}{4K} \text{Ra} \cdot A^2 \right)^3$ . Если  $Q \neq 0$ , общее решение уравнения (8)

$$v(y) = \sum_{i=1}^6 c_i e^{k_i y},$$

где  $k_i$  — корни бикубического уравнения

$$k_i^6 - \frac{(K-1)^2 \text{Ra} \cdot A^2}{4K} k_i^2 - K\pi^2 \text{Ra} \cdot A^2 = 0, \quad (9)$$

причем, так как  $Q \neq 0$ , все его корни различны [11]. Удовлетворяя условиям периодичности (5), найдем, что в этом случае не существует нетривиальных решений.

Рассмотрим случай  $Q=0$ . Это условие выполняется при

$$\text{Ra} = \frac{432\pi^4 K^5}{A^2 (K-1)^6} = 4,2 \cdot 10^4 \frac{K^5}{A^2 (K-1)^6}.$$

Согласно [11], при  $Q=0$  из трех значений  $k_i^2$  по крайней мере два равны между собой.

1. Случай  $k_1^2 = k_2^2 = k_3^2 = k^2$ .

В этом случае решение уравнения (8), удовлетворяющее условиям периодичности (5), имеет вид  $v = c \cos ky$ , где  $k = \pi \sqrt{6K}/(K-1)$ . Оно совпадает с решениями, полученными в теоретических работах [4, 6] (авторы этих работ априори предполагали, что решение (6) должно иметь вид  $u = \Phi(x) e^{iky}$ , и, решая уравнение (6), находили условия существования нетривиального решения, удовлетворяющего граничным условиям  $\Phi(0) = \Phi(1) = 0$ ).

2. Случай  $k_1^2 \neq k_2^2 = k_3^2$ .

Общее решение уравнения (8), удовлетворяющее условиям периодичности, имеет вид  $k_2 = k = \pi \sqrt{6K}/(K-1)$ ,  $k_1 = k\sqrt{2}$ ,

$$v(y) = c \left\{ \frac{kd}{2} \text{ctg} \frac{kd}{2} \left( \frac{2k}{d} \frac{\text{ch}(ky)}{\text{ch}(kd/2)} - 1 \right) + \frac{4}{3} \left( \frac{\text{sh}(ky)}{\text{sh}(kd/2)} - \frac{\sin(ky\sqrt{2})}{\sin(kd\sqrt{2}/2)} \right) \right\}.$$

а  $d$  удовлетворяет уравнению

$$\frac{3kd}{2 \operatorname{sh}^2(kd/2)} = \operatorname{cth}\left(\frac{kd}{2}\right) + \frac{4}{\sqrt{2}} \operatorname{ctg}\left(\frac{kd\sqrt{2}}{2}\right).$$

Его решение  $d \approx 1,06 \pi/k$ .

Распределение скорости и температуры по вертикали в ячейках в случаях 1 и 2 показано на рис. 2. Сравнение результатов, полученных в этих случаях, приводит к следующим выводам. Оба типа неустойчивых возмущений развиваются при одних и тех же числах Рэлея. Толщина развивающихся ячеек в случае 1:  $2d = 2\pi/k = 0,81(K-1)h/K$ , в случае 2:  $2d = 2,12\pi/k = 0,85(K-1)h/K$ . Таким образом, вертикальные

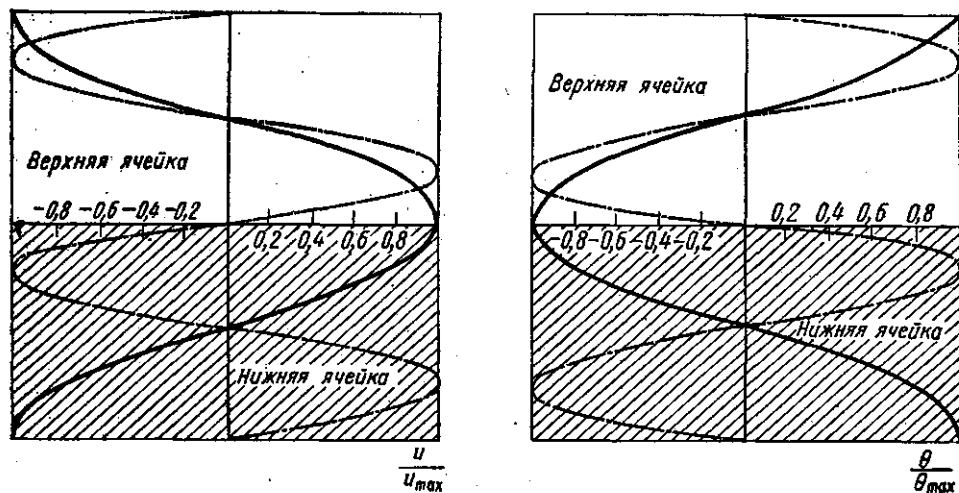


Рис. 2. Вертикальные профили скорости  $u/u_{\max}$  (а) и температуры  $\theta/\theta_{\max}$  (б) в двух расположенных одна над другой ячейках в случаях 1 (сплошная кривая) и 2 (штрих-пунктир)

размеры вторичных ячеек, образующихся в жидкости в случаях 1 и 2, практически мало отличаются, а их величины согласуются с данными, полученными в экспериментах [5, 7].

В случае 1 (см. рис. 2) направления циркуляции в любых двух расположенных одна над другой ячейках противоположны (см. рис. 1, б). То есть если в верхней половине какой-либо ячейки течение направлено от «теплой» стенки к «холодной», а в нижней — от «холодной» к «теплой», то в расположенных над и под нею ячейках в их верхних частях оно направлено от «холодной» стенки к «теплой», а в нижних — от «теплой» к «холодной». Последнее означает также, что в нижних ячейках у холодной стенки наблюдается подъем, а у теплой — опускание жидкости (см. рис. 1, б).

В случае 2 течение в верхних частях всех ячеек направлено от «теплой» стенки к «холодной», в нижней — от «холодной» к «теплой», что согласуется с типом циркуляции, наблюдаемым в экспериментах (см. рис. 1, а и 2, б). Как видно из рис. 2, б, физической причиной, определяющей такой характер циркуляции, является то, что в отличие от случая 1 горизонтальные градиенты температуры на границах между ячейками в случае 2 меняют знак. Это приводит к тому, что в слу-

чае 2 горизонтальная скорость течения на границе между ячейками становится равной нулю и при переходе через границу меняет знак (в случае 1 она максимальна на границе между ячейками).

Полученные данные объясняют причину, по которой в экспериментах всегда наблюдаются вторичные ячейки со вторым типом циркуляции. Как следует из (5), (6), образование вторичных ячеек, как правило, начинается у горизонтальных стенок бассейна. Поэтому граничные условия на них являются одним из факторов, оказывающих влияние на форму развивающихся возмущений. Возмущения, возникающие вблизи каждой из горизонтальных поверхностей в бассейне, должны удовлетворять четырем условиям для горизонтальной и вертикальной компонент скорости, температуры и солености. В частности, почти во всех проведенных экспериментах дно и верхняя крышка бассейна были теплоизолированы и на них выполнялись условия прилипания и непротекания для скорости и отсутствия потока соли. Этим условиям удовлетворяют только решения типа 2. Решение же типа 1 может быть реализовано, вероятно, лишь в идеализированных условиях бесконечных вертикальных щелей.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Stommel H., Fedorov K. N. *Tellus*, 1967, 19, N 2, p. 306. [2] Pingree R. D. *Deep-Sea Res.*, 1971, 18, N 4, p. 841. [3] Корчашкин Н. Н., Лозовацкий И. Д. *Океанология*, 1983, 23, № 3, с. 367. [4] Huppert H. E., Turner J. S. J. *Fluid Mech.*, 1980, 100, N 2, p. 279. [5] Thorpe R. A. et al. *Ibid.*, 1969, 38, N 2, p. 375. [6] Некрасов В. Н. и др. *Изв. АН СССР. ФАО*, 1976, 12, № 3, с. 57. [7] Wirtz R. A. et al. *Geophys. Fluid Dyn.*, 1972, N 3, p. 265. [8] Hart J. E. J. *Fluid Mech.*, 1971, 49, N 2, p. 279. [9] Блинков В. М., Гусев А. М. *Изв. АН СССР. ФАО*, 1979, 15, № 3, с. 15. [10] Федоров К. Н. *Тонкая термохалинная структура вод океана*. Л.: Гидрометеоиздат, 1976. [11] Корн Г., Корн Т. *Справочник по математике для научных работников и инженеров*. М.: Наука, 1977.

Поступила в редакцию  
01.02.85

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1986, т. 27, № 2

УДК 551.511.6:532.516

### О КОГЕРЕНТНЫХ КОЛЕБАНИЯХ СКОРОСТИ В ОТРЫВНЫХ ТЕЧЕНИЯХ И ПЛОСКИХ ТУРБУЛЕНТНЫХ СЛОЯХ СМЕШЕНИЯ

Е. П. Анисимова, А. А. Сперанская

(кафедра физики моря и вод суши)

Эксперименты и натурные наблюдения, выполненные авторами в последние годы, показали наличие отрывного течения за волновыми профилями. Исследовалось обтекание как неподвижных волновых профилей в аэродинамических трубах и гидродинамических каналах, так и слабоподвижных волновых профилей (песчаные гряды на дне реки) [1]. И наконец, отрывное течение было обнаружено за гребнями развивающихся ветровых волн на водохранилище и в эксперименте, выполненном в гидроаэроканале физического факультета МГУ [2].

Турбулентная структура отрывного течения исследовалась более подробно на примере обтекания единичного препятствия в форме полуцилиндра [3]. В экспериментах было выявлено наличие в отрывном течении за полуцилиндром своеобразного слоя смешения, вертикальные профили продольной составляющей средней скорости которого подобны соответствующим профилям в плоских турбулентных слоях смешения. Получено также качественное подобие вертикальных профилей дисперсий продольной компоненты пульсаций скорости в слоях смешения этих двух типов [3]. Вид функций спектральной плотности пульсаций скорости, рассчитанных для различных сечений области отрывного течения, реализующегося за волновыми профилями и за полуцилиндром, свидетельствует, что полю скорости в зоне смешения отрывного