

УДК 549.121.7

О ТОЧНОСТИ МОМЕНТОВ УГЛОВОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОННО-ФОТОННЫХ КАСКАДОВ

И. П. Иваненко, В. В. Сизов

(НИИЯФ)

В настоящей работе продолжено исследование чувствительности характеристик электронно-фотонных каскадов (ЭФК) к деталям описания элементарных взаимодействий, начатое применительно к равновесным спектрам (нулевым моментам) в работах [1, 2]. При вычислении моментов анализируется физическая точность моделей, широко применяемых для описания резерфордского рассеяния: приближений Ландау и малоуглового, а также приближенного учета экранирования и конечных размеров ядра. По существу речь идет о разработке методов исследования влияния погрешностей в исходных данных (сечениях процессов взаимодействий) на погрешность каскадных функций при разных значениях энергий и углов.

Угловые моменты получены численным решением уравнений каскадной теории в стандартных приближениях А и Б, а также в приближении В, в котором учитывается отличие сечений радиационного торможения и образования пар от асимптотических выражений, а также влияние на энергетический спектр фото- и комптон-эффектов.

Рассмотрим случай нормального падения первичной частицы энергии E_0 на полубесконечную среду. Умножая уравнения каскадной теории на полиномы Лежандра $\mathcal{P}_l(\cos \theta)$ и интегрируя по глубине и телесному углу, получим следующие уравнения для угловых моментов электронов $P_l(E_0, E)$ и фотонов $\Gamma_l(E_0, E)$:

$$\begin{cases} L_1 [P_l(E_0, E), \Gamma_l(E_0, E)] - P_l(E_0, E) S_l(E) = \begin{cases} -\delta(E_0 - E) \\ 0 \end{cases} \\ L_2 [P_l(E_0, E), \Gamma_l(E_0, E)] = \begin{cases} 0 \\ -\delta(E_0 - E) \end{cases} \end{cases} \quad (1)$$

(верхняя строка выражения в фигурной скобке относится к случаю первичного электрона, нижняя — к случаю первичного фотона).
Здесь

$$P_l, \Gamma_l(E_0, E) = \int_0^\infty dt \int_\Omega P, \Gamma(E_0, E, t, \cos \theta) \mathcal{P}_l(\cos \theta) d\Omega,$$

$P, \Gamma(E_0, E, t, \cos \theta)$ — функция распределения частиц ливня по энергии, глубине и азимутальному углу, L_1, L_2 — интегро-дифференциальные операторы каскадной теории. Функция $S_l(E)$ описывает рассеяние электронов на атомах и имеет следующий вид:

$$S_l(E) = 2\pi n \int_0^\pi (1 - \mathcal{P}_l(\cos \theta)) \sigma(\chi) \sin \chi d\chi, \quad (2)$$

где n — плотность атомов среды, $\sigma(\chi)$ — дифференциальное сечение рассеяния. Очевидно, что при $l=0$ и система уравнений (1), и их решения (см. ниже) переходят в соответствующие выражения для равновесных спектров.

Сечение Резерфордского рассеяния $\sigma(\chi)$ дается следующей формулой:

$$\sigma(\chi) = e^4 Z^2 \frac{(E + m_e)^2}{p^4} \frac{F(\chi)^2}{4 \sin^4(\chi/2)} \quad (3)$$

(пользуемся системой единиц, где $\hbar=c=1$). Здесь e , m_e , E , p — заряд, масса, кинетическая энергия и импульс электрона, Z — заряд ядра,

$$F(\chi) = \frac{K}{Ze^2} \int_0^\infty V(r) \sin(Kr) \cdot r \, dr, \quad (4)$$

$K=2p \sin(\chi/2)$, $V(r)$ — потенциал атома и ядра. При грубом описании потенциал атома считают кулоновским, а рассеянием на малые и большие углы пренебрегают и ограничиваются младшим по χ членом в разложении $(1 - \mathcal{P}_l(\cos \chi))$ [3]. В исходных уравнениях это соответствует описанию рассеяния дифференциальным по углу членом. Вычисляя интеграл (2), получим выражение для $S_l(E)$ в приближении Ландау:

$$S_l(E) = \frac{E_k^2}{4E^2} l(l+1), \quad E_k = 21,2 \text{ МэВ.}$$

Для удобства графического представления результатов расчетов назовем это моделью 1. Выражения для угловых моментов, полученные в рамках этой модели в приближении А, имеют следующий вид [3]:

$$P_l^A(E_0, E) = \frac{E_0}{2,29E^2} \frac{1}{(1 + (a_l/E)^2)^{3/2}}, \quad (5)$$

$$\Gamma_l^A(E_0, E) = \frac{E_0}{2,29 \cdot 0,77E^2} \frac{1}{(1 + (a_l/E)^2)^{1/2}}, \quad (6)$$

$$a_l = \frac{E_k}{2} \sqrt{\frac{l(l+1)}{2,29}}$$

В реалистической модели рассеяния воспользуемся для сечения $\sigma(\chi)$ формулами (3), (4), причем ядро будем считать однородно заряженным шаром радиуса $R_N = 0,57e^2 A^{1/3} m_e^{-2}$, а в качестве потенциала атома возьмем потенциал Томаса — Ферми $Ze^2 \exp(-r/R_A) \cdot r^{-1}$, где $R_A = (137)^2 e^2 Z^{-1/3} m_e^{-2}$. Обозначим эту модель номером 2.

При аналитических расчетах наиболее часто применяется приближение малых углов, в котором дополнительно к условиям приближения Ландау полагают $\sin \theta \approx \theta$, $\cos \theta \approx 1$. При этом в качестве моментов рассматривают средние значения не тригонометрических функций, а степеней угла θ . Рассмотрим, в частности, уравнения для второго момента [3]:

$$L_1 [P_2^M(E_0, E), \Gamma_2^M(E_0, E)] + (E_k^2/E^2) P_0(E_0, E) = 0,$$

$$L_2 [P_2^M(E_0, E), \Gamma_2^M(E_0, E)] = 0, \quad (7)$$

где

$$P_2^M, \Gamma_2^M(E_0, E) = \int_0^\infty dt \int_0^\infty P, \Gamma(E_0, E, t, \cos \theta) \theta^{20} d\theta.$$

Приведем выражение для среднеквадратичного угла, полученное Ландау в приближении А [4]:

$$[\overline{\theta^2}]^A = P_2^M(E_0, E)/P_0(E_0, E) = 0,57E_k^2/E^2. \quad (8)$$

Равновесные спектры (нулевые моменты) $P_0, \Gamma_0(E_0, E)$ были получены в [1]. В этой же работе описан численный метод решения уравнений (1), (7) и приведены явные выражения операторов L_1, L_2 в приближениях А, Б и В.

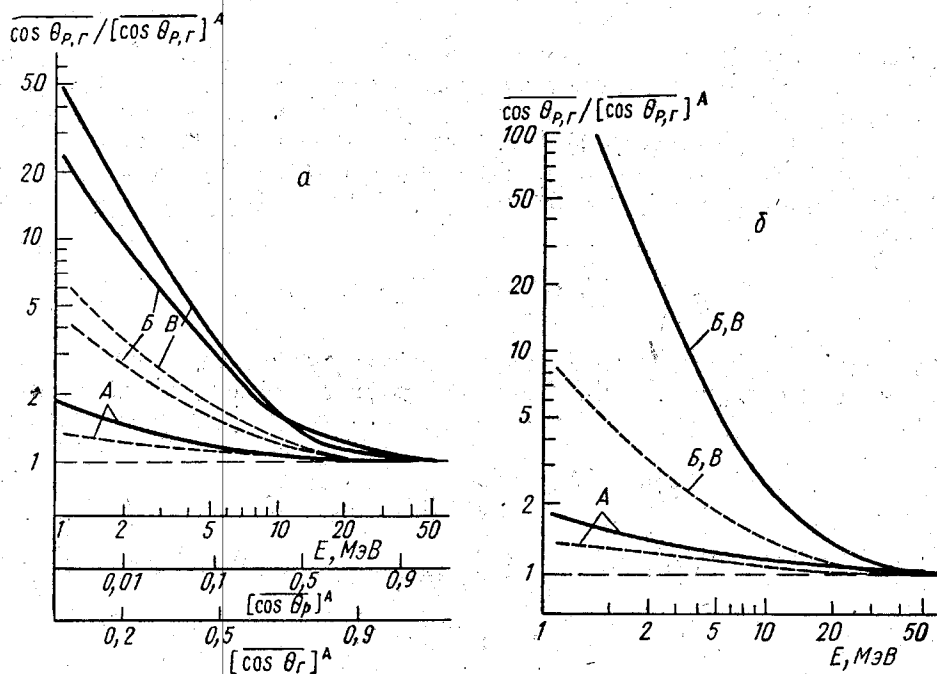


Рис. 1

Результаты расчетов. Значения угловых моментов получены для ливней, порождаемых электроном энергии 1 ГэВ в свинце (часть (а) на рис. 1 и 3) и воздухе (часть (б)). Изображенные на графиках величины отнесены к соответствующим приближенным аналитическим выражениям. Сплошной линией на рисунках изображены электронные моменты, пунктирной — фотонные.

Большие углы. Рассмотрим угловые моменты в области энергий, где рассеяние на большие углы дает существенный вклад в угловое распределение. Изучим, насколько угловые распределения чувствительны к приближениям каскадной теории (А, Б, В). Для этого необходимо рассматривать нормированные моменты, так как равновесные спектры сами сильно зависят от приближения [1, 2]. На рис. 1 изображены нормированные первые моменты $P_1, \Gamma_1(E_0, E)/P_0, \Gamma_0(E_0, E) =$

$\overline{\cos \theta_{p,r}}$, рассчитанные в реалистической модели в приближениях А, Б и В и деленные на приближенное выражение для среднего косинуса (см. (5), (6)):

$$[\overline{\cos \theta_p}]^A = (1 + (a_1/E)^2)^{-3/2}, \quad (9)$$

$$[\overline{\cos \theta_r}]^A = (1 + (a_1/E)^2)^{-1/2}. \quad (10)$$

Значения делителей в (9) и (10) приведены в нижней части рис. 1, а. В случае свинца (см. рис. 1, а) видно, что при учете процесса ионизации средний косинус как для электронов, так и для фотонов увеличивается (кривые Б). То же происходит при учете реалистических выражений для сечений радиационного торможения и образования пар, а также фото- и комптон-эффектов (кривые В). Подчеркнем, что мы пренебрегаем вкладом этих процессов в угловое распределение фотонов и учитываем только их влияние на энергетический спектр. В воздухе (см. рис. 1, б) из-за больших ионных потерь кривые Б сильно отличаются от кривых А и практически совпадают с кривыми В.

Отклонение кривых А от 1 характеризует физическую точность приближения Ландау, т. е. эффект замены в описании рассеяния интегрального члена дифференциальным и приближенного описания сечения $\sigma(\chi)$.

Заметим, что нормированные моменты практически инвариантны относительно замены первичного электрона на первичный фотон той же энергии, за исключением узкой области вблизи E_0 .

Малые углы. В качестве примера нормированных моментов функции углового распределения в области малых углов рассмотрим среднеквадратичные углы распределения электронов и фотонов. Сначала получим эти величины из результатов предыдущего раздела с помощью приближенного равенства

$$\overline{\theta_{p,r}^2} \approx 2(1 - \overline{\cos \theta_{p,r}}). \quad (11)$$

На рис. 2 изображены результаты расчетов в приближении А, деленные на величину $[\overline{\theta_p^2}]^A = 256/E^2$ (для электронов) и на величину $[\overline{\theta_r^2}]^A = 79/E^2$ (для фотонов). Эти величины подобраны нами из условия совпадения их с результатами расчетов в приближении А при $E \ll E_0$. Значения этих функций приведены под рис. 2. Цифры на рисунке обозначают модели рассеяния, описанные во введении, индексы «св» и «воз» означают свинец и воздух. Из рис. 2 видно, что в этой области энергий результаты, которые дает реалистическая модель 2, отличаются от результатов, полученных в приближении Ландау. Эти отличия связаны с различными способами описания экранирования заряда ядра электронными оболочками. Как и в области больших углов, модель 1 заметно переоценивает эффект рассеяния по сравнению с моделью 2. Большое различие между кривыми говорит о высокой чувствительности угловых характеристик к деталям описания сечения рассеяния.

Получим теперь среднеквадратичные углы путем решения уравнений (7) в приближениях А, Б и В. Результаты расчетов изображены на рис. 3, причем в качестве делителей использованы те же выражения, что и на рис. 2. Сравнивая кривые А на рис. 3 и кривую 1 на рис. 2, можно убедиться, что значения среднеквадратичного угла, полученные в малоугловом приближении, с высокой точностью совпадают со значением этой величины, полученным из соотношения (11), в

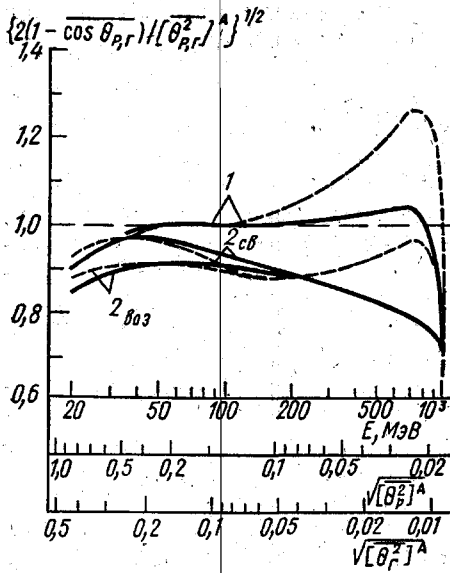


Рис. 2

как и в области больших углов, по мере учета дополнительных процессов взаимодействия и уточнения сечений значение среднеквадратичного угла уменьшается. Значения $\overline{\theta_p^2}$ полученные в приближениях

той области, где это приближенное равенство справедливо. Заметим, что совпадение этих значений между собой, а при $E \ll E_0$ и с результатом Ландау (8), является хорошим тестом нашей программы, так как свидетельствует о том, что $\overline{\cos \theta_p}$ вычислен с тремя-четырьмя верными знаками. Таким образом, малоугловое приближение при $\theta \ll 1$ не вносит дополнительной погрешности в приближение Ландау. Предложенное С. З. Беленьким [3] выражение $\overline{\theta_p^2} = 0,65 E_k^2 / E^2$ дает завышенное значение среднеквадратичного угла.

В то же время из рис. 3 видно, что чувствительность среднеквадратичных углов как для электронов, так и для фотонов к приближениям каскадной теории довольно высока. При этом,

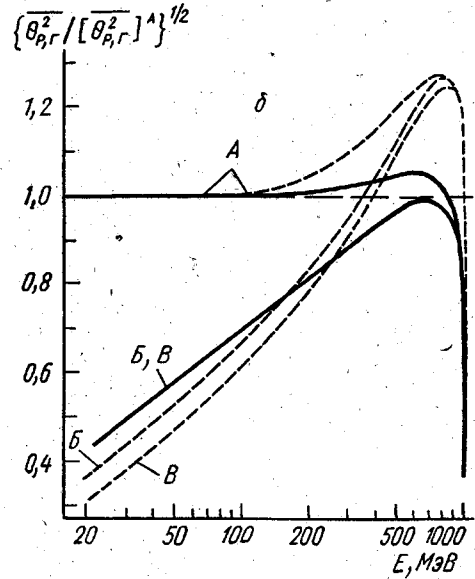
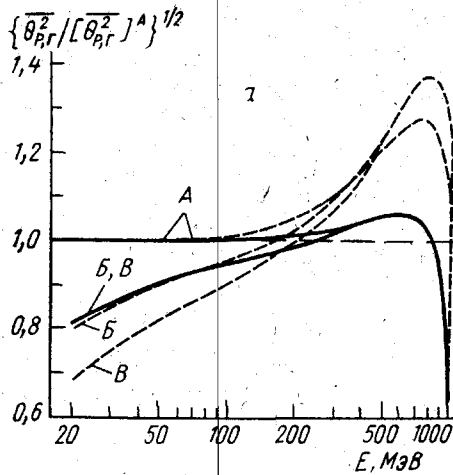


Рис. 3

Б и В, практически совпадают, в то время как значения $\overline{\theta_p^2}$ в этих приближениях заметно различаются. Это связано с учетом эффекта Комптона, а также с тем, что полное сечение образования пар в дан-

ной области энергий больше отличается от своего асимптотического значения, чем полное сечение радиационного торможения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Иваненко И. П., Иванова Е. В., Максименко В. М., Сизов В. В. Препринт ФИАН СССР № 257. М., 1984. [2] Иваненко И. П., Сизов В. В. Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон., 1985, 26, № 4, с. 28. [3] Бельский С. З. Лавинные процессы в космических лучах. М.: ОГИЗ, 1948. [4] Ландау Л. Д. ЖЭТФ, 1940, 10, с. 1007.

Поступила в редакцию
11.04.85

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1986, Т. 27, № 3

РАДИОФИЗИКА

УДК 537.311.322

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЛЕТНЫХ ЭФФЕКТОВ В КРИСТАЛЛАХ ВОССТАНОВЛЕННОЙ ДВУОКСИ ТИТАНА ПРИ ПРОТЕКАНИИ В НИХ ТОКОВ, ОГРАНИЧЕННЫХ ОБЪЕМНЫМ ЗАРЯДОМ

В. Л. Кашинцева, Г. И. Овчинникова, А. Б. Снедков

(кафедра радиофизики СВЧ)

Введение. Изучение высокочастотных характеристик диэлектрических диодов при протекании в них токов, ограниченных объемным зарядом (ТООЗ), началось с теоретических работ Райга и Шао [1, 2], в которых проанализирован отклик диэлектрического диода на воздействие малого переменного сигнала высокой частоты. В работах [3, 4] приведены результаты измерений полной проводимости в зависимости от частоты в диэлектрических диодах, в которых в качестве диэлектрика использовались кремний и сульфид кадмия. Было показано теоретически и экспериментально, что в диэлектрическом диоде, как и в вакуумном диоде, работающем в режиме ТООЗ, наблюдаются эффекты, связанные с временем пролета электронов, но они несколько отличаются от явлений, имеющих место в вакуумном диоде. Такого рода исследования представляют не только чисто научный интерес. Они важны и с точки зрения возможных применений режимов протекания ТООЗ, для преобразования электромагнитных сигналов высокой частоты вплоть до диапазона СВЧ. Так, перспективность использования вакуумного диода в режиме ТООЗ для преобразования СВЧ сигналов была показана в работе [5].

Следует особо отметить, что метод, основанный на измерении времени прохождения инжектированных носителей через объем кристалла, используется для определения дрейфовой подвижности носителей. Этот метод становится наилучшим, если не единственным, для измерения подвижности носителей в изолирующих материалах, когда традиционные методы, например, использующие эффект Холла, становятся неэффективными.

В данной работе представлены результаты экспериментального наблюдения пролетных эффектов в кристаллах восстановленной двуокиси титана (рутите) при протекании в них инжекционных ТООЗ. Ранние исследования инжекционных токов в рутите ограничивались в основном статическими режимами.