тикальный автоморфизм Ψ_ρ в (2), есть калибровочное преобразование, связывающее вектор-потенциалы с линиями сингулярностей $\mathbf{n}$ и $O_g\mathbf{n}$.

Применим равенство (2) к некоторому вектору $\xi \in S^2$, перейдем к матричному представлению $S_{\mathbf{n}}(\xi)$ (1) и перенесем $u(\mathbf{n}, \xi)$ направо. Тогда получим

$$e^{ie\sigma_3\rho} = u^{-1}(\mathbf{n}, \xi)\, g u(\mathbf{n}, O_g^{-1}\xi). \qquad (3)$$

Возьмем в качестве g матрицу

$$g = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\sqrt{1+\mathbf{n}\mathbf{n}'} - \frac{i(\sigma[\mathbf{n}, \mathbf{n}'])}{\sqrt{1+\mathbf{n}\mathbf{n}'}}\right).$$

В этом случае $O_g\mathbf{n} = \mathbf{n}'$, $O_g^{-1}\xi$ выражается через $\mathbf{n}$ и $\mathbf{n}'$ формулой

$$O_g^{-1}\xi = (\mathbf{n}\mathbf{n}')\,\xi + [\xi[\mathbf{n}, \mathbf{n}']] + \frac{[\mathbf{n}, \mathbf{n}'](\xi[\mathbf{n}, \mathbf{n}'])}{1+\mathbf{n}\mathbf{n}'}.$$

Подставляя в (3) явный вид $u(\mathbf{n}, \xi)$ из (1), а также выражения для g и $O_g^{-1}\xi$, получим замкнутое алгебраическое выражение для $\rho(\mathbf{n}, \mathbf{n}')$. Довольно длинные вычисления приводят к простому результату:

$$\rho(\mathbf{n}, \mathbf{n}') = -2g \arcsin \frac{(\xi[\mathbf{n}, \mathbf{n}'])}{\sqrt{2(1-\mathbf{n}\xi)(1-\mathbf{n}'\xi)(1+\mathbf{n}\mathbf{n}')}}.$$

Подставляя сюда $\xi = \mathbf{x}/|\mathbf{x}|$, $g = 1/(2e)$, получим выражение для калибровочного преобразования, связывающего вектор-потенциалы с линиями сингулярностей $\mathbf{x} = \lambda\mathbf{n}$ и $\mathbf{x} = \lambda\mathbf{n}'$, $\lambda > 0$, во всем пространстве, справедливые для монополя любого заряда. Эти преобразования необходимы, например, для сравнения волновых функций частиц в поле монополя, вычисленных с вектор-потенциалами, имеющими различные линии сингулярностей. Отметим еще, что рассмотренная задача дает интересный пример применения теории расслоенных пространств для конкретных расчетов в квантовой теории.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Монополь Дирака. М.: Мир, 1970. [2] Frenkel A., Hrasko P. Ann. Phys., 1977, **105**, p. 288. [3] Trautman A. Intern. J. of Theor. Phys., 1977, **16**, p. 561. [4] Horváthy P. Ibid., 1981, **20**, p. 697. [5] Соловьев М. А. Письма в ЖЭТФ, 1984, **39**, с. 582. [6] Кобаяси Ш., Номидзу К. Основы дифференциальной геометрии. Т. 1. М.: Наука, 1981.

Поступила в редакцию
22.04.85

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1986, Т. 27, № 3

УДК 530.12

СУПЕРСИММЕТРИЯ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

Г. А. Сарданашвили, О. А. Захаров

(кафедра теоретической физики)

Три обстоятельства выдвинули теорию суперсимметрий на первый план современной программы объединения фундаментальных взаимодействий, включая гравитацию. Во-первых, классические фермионные поля, согласно принципу Паули, образуют алгебру Грассмана. Во-вторых, расходимости в фейнмановских диаграммах имеют для фермионов и бозонов разные знаки и могут скомпенсировать друг друга, если между фермионами и бозонами, участвующими в процессе, есть определенная симметрия (суперсимметрия) [1]. В-третьих, в моделях расширенной супергравитации гравитон оказывается с необходимостью включенным в один мультиплет с частицами, имеющими внутренние индексы, что рассматривается как предпосылка объединения теорий гравитации и элементарных частиц в рамках теории суперсимметрий. В то же время ни один предсказываемый этой теорией суперпартнер кварков, лептонов, фотона, гравитона пока не обнаружен [2]. В этой связи мы хотим указать ряд трудностей, с которыми сталкивается корректное применение математического аппарата суперсимметрий в теории поля и элементарных частиц и которые, возможно, имеют принципиальный характер.

Напомним, что алгеброй Грассмана Λ называется ассоциативная комплексная алгебра с единицей, в которой можно выбрать (конечную) каноническую систему антикоммутирующих образующих $\xi_1, \ldots, \xi_L$; $\{\xi_i, \xi_j\}=0$. Она представляет собой Z_2-градуированную коммутативную алгебру $\Lambda=\Lambda_0\oplus\Lambda_1$, четная и нечетная части которой Λ_0 и Λ_1 образуют 2^{L-1}-мерные комплексные оболочки, натянутые на всевозможные произведения соответственно четного и нечетного числа образующих ξ_i [3].

В обычной теории поля классические поля представляются функциями на пространстве-времени X^4 со значениями в алгебре Грассмана, образующие элементы которой реализуют представления тех или иных групп симметрий и параметризуются значениями соответствующих физических характеристик. Суперсимметрия в такой теории отсутствует, поскольку автоморфизмы алгебры Грассмана, переводящие каноническую систему образующих в каноническую, всегда сохраняют ее четную часть и тем самым допускают существование чисто бозонных мультиплетов.

Нужный тип суперпреобразований (точнее, их генераторы), смешивающих бозоны и фермионы, описывают супералгебры Ли. Супералгеброй Ли A называется Z_2-градуированное пространство $A=A_0\oplus A_1$, в котором определена операция

$$[I, I'] = -(-1)^{\alpha(I)\alpha(I')}[I', I], \quad I\in A_{\alpha(I)}, \; I'\in A_{\alpha(I')},$$

$$(-1)^{\alpha(I)\alpha(I')}[I, [I', I'']] + (-1)^{\alpha(I'')\alpha(I')}[I'', [I, I']] + (-1)^{\alpha(I')\alpha(I)}[I', [I'', I]] = 0$$

— коммутатор для четных и четного с нечетным элементов, антикоммутатор для нечетных элементов [3]. Представления супералгебр Ли реализуются в Z_2-градуированных векторных пространствах $L^{n,m}=L_0\oplus L_1=C^n\oplus C^m$ комплексными матрицами $\begin{pmatrix} AB \\ CD \end{pmatrix}$, где A и D — матрицы соответственно $(n\times n)$ и $(m\times m)$. Супералгебры Ли включают в себя в качестве подалгебр четных элементов обычные алгебры Ли, и базисные векторы $L^{n,m}$ наделены индексами обычных симметрий. В результате описываемые пространствами $L^{n,m}$ супермультиплеты оказываются составленными из обычных мультиплетов — неприводимых представлений алгебр Ли, переходы между которыми осуществляются нечетными элементами супералгебр.

Восстановление по генераторам самих суперпреобразований требует перехода от супералгебры Ли сначала к ее грассмановой оболочке A_Λ, которая строится умножением четных и нечетных элементов A соответственно на четные и нечетные элементы Λ и представляет собой обычную алгебру Ли, а потом с помощью экспоненциального отображения A_Λ к группе Ли G_Λ, которая называется группой Ли с грассмановой структурой [3]. Параллельно осуществляется переход от пространства $L^{n,m}$ к его грассмановой оболочке $B^{n,m}=(\Lambda_0\otimes L_0)\oplus(\Lambda_1\otimes L_1)$, в которой действует группа G_Λ.

В теории суперсимметрий алгебра Грассмана Λ играет роль числового поля, а пространства $B^{n,m}$ — роль векторных пространств представлений в теории обычных симметрий. Поэтому именно пространства $B^{n,m}$ должны описывать супермультиплеты полей и частиц. При этом возможны два варианта.

1. Пространство $B^{n,m}$ рассматривается как Λ-оболочка $L^{n,m}$, базисными элементами которой являются базисные векторы $L^{n,m}$. В этом случае физический смысл придается только индексам $\{\alpha\}$ пространства $L^{n,m}$ представления супералгебры Ли. Однако при этом всегда имеется опасность, что две физические величины с абсолютно одинаковыми физическими характеристиками, задаваемыми индексами $\{\alpha\}$, отличаются «скрытыми» индексами $\{i\}$ образующих элементов алгебры Грассмана и, например, для фермионов может нарушаться принцип Паули.

2. Пространство $B^{n,m}$ рассматривается как $2^{L-1}(n+m)$-мерное комплексное векторное пространство, базисные векторы которого несут как индексы $\{\alpha\}$ пространства $L^{n,m}$, так и индексы $\{i\}$ алгебры Λ. В этом случае физическую интерпретацию допускают и индексы $\{\alpha\}$, и индексы $\{i\}$, но описываемые ими физические характеристики должны тогда чем-то друг от друга принципиально отличаться. Пример таких характеристик элементарных частиц есть. Это «цвет» и «аромат». В этой связи заманчиво рассмотреть суперсимметричную модель, в которой «цвету» соответствуют индексы $\{i\}$ алгебры Грассмана, а «аромату» — индексы $\{\alpha\}$ представления супералгебры Ли. В частности, из такой модели сразу следовало бы, что кварки с одинаковым цветом между собой не взаимодействуют.

Дело, однако, осложняется тем, что в теории супергравитации (а именно в объединении теорий элементарных частиц и гравитации сейчас видят основную цель применения суперсимметрий) приходится рассматривать также координатные суперпространства. Причем только сравнительно недавно их описание удалось сделать достаточно корректным [4, 5].

Напомним, что в калибровочной теории гравитации согласно принципу эквивалентности гравитация описывается как голдстоуновское поле [6]. Причем в отличие от других голдстоуновских полей оно не устраняется калибровкой, поскольку калибровочная группа $GL(4, R)$, редукции которой к группе Лоренца гравитационное поле обязано своим существованием, является структурной группой касательного расслоения над пространственно-временным многообразием X^4.

Аналогичным путем можно строить и супергравитацию. Роль пространства-времени при этом играет супермногообразие $X^{n,m}$, покрытое областями, изоморфными открытым подмножествам пространства $B^{n,m}$, которое наделено евклидовой топологией, согласованной с нормой

$$\|\xi\| = \Sigma\, |a^{i_1\ldots i_k}|, \quad \xi = \sum_{k=0}^{L} \sum_{i_1\ldots i_k} a^{i_1\ldots i_k} \xi_{i_1} \ldots \xi_{i_k}$$

на алгебре Грассмана. Чтобы супергравитация включала в себя обычную гравитацию, надо положить $n=m=4$. В этом случае супералгебра Ли $gl(4, 4)$, отвечающая супергруппе Ли $GL(4, 4)$ — группе изоморфизмов $B^{4,4}$, и структурной группе касательного расслоения к $X^{4,4}$, будет содержать в качестве вещественной формы супералгебру $osp\ (4;2)$, которую с некоторыми оговорками можно интерпретировать как суперобобщение алгебры Ли группы Лоренца. Супермногообразие $X^{4,4}$ содержит в себе обычное пространственно-временное многообразие X^4, но размерность даже его четной части за счет размерности алгебры Грассмана превышает размерность X^4. Это и в супергравитации ставит проблему интерпретации индексов алгебры Грассмана, и в данном случае их едва ли следует связывать с такой характеристикой, как «цвет».

Таким образом, указанная проблема является ключевой для теории суперсимметрий. В частности, она делает невозможным, казалось бы, естественный (путем сужения суперсимметрий до обычных симметрий) переход от теории суперсимметрий к обычной теории поля, в которой индексы алгебры Грассмана имеют ясный физический смысл.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Огиевецкий В. И., Мезинческу Л. УФН, 1975, 117, с. 637. [2] Haber H., Kane G. Phys. Reports, 1985, 117, p. 76. [3] Березин Ф. А. Введение в алгебру и анализ с антикоммутирующими переменными. М.: Изд-во МГУ, 1983. [4] Rogers A. J. Math. Phys., 1980, 21, p. 1352. [5] Владимиров В. С., Волович И. В. ТМФ, 1984, 59, с. 3. [6] Иваненко Д. Д., Пронин П. И., Сарданашвили Г. А. Калибровочная теория гравитации. М.: Изд-во МГУ, 1985.

Поступила в редакцию
19.07.85

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1986, Т. 27, № 3

АТОМНАЯ И ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА

УДК 539.172.2

ПРОТОНЫ И ДЕЙТРОНЫ ИЗ ЭЛЕКТРОРАСЩЕПЛЕНИЯ ^{12}C ПРИ $E_e=250$ МэВ

А. Х. Шарданов*, Б. А. Юрьев

(НИИЯФ)

В работе [1] было отмечено наличие пика при энергии 17,5—18 МэВ в спектре дейтронов, испускаемых при электрорасщеплении ^{12}C. Для получения более достоверных данных по спектрам протонов и дейтронов из электрорасщепления ^{12}C мы повторили эксперимент, увеличив набранную статистику в 2,5 раза и сдвинув границы

* Кабардино-Балкарский государственный университет, г. Нальчик.