

вероятностью говорить о том, что найденные минимумы являются глобальными.

Полученные результаты показывают, что описанный метод и реализующий его комплекс программ позволяют синтезировать просветляющие покрытия со значительно более широкой рабочей областью, чем известные ранее. Данный метод будет полезен для решения новых задач синтеза, в которых трудно заранее подобрать хорошее начальное приближение: задач синтеза светоделителей, фильтров со сложной формой спектральной кривой, новых типов покрытий с нетрадиционными спектральными зависимостями коэффициентов пропускания и отражения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Свешников А. Г., Тихонравов А. В. // Теория и методы решения некорректно поставленных задач и их приложения. (Сб. науч. трудов НГУ). Новосибирск, 1983. С. 213—220. [2] Свешников А. Г., Тихонравов А. В., Яншин С. А. // ЖВМ и МФ. 1983. 23, № 4. С. 929—935. [3] Фурман Ш. А. Тонко-слойные оптические покрытия. Л., 1977. [4] Фурман Ш. А. // Опт. и спектр. 1984. 56, № 2. С. 1198—2001.

Поступила в редакцию
05.06.85

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1986. Т. 27, № 5

УДК 535.417

СИНТЕЗ ДВУХКОМПОНЕНТНЫХ ОПТИЧЕСКИХ ПОКРЫТИЙ НА ОСНОВЕ НЕОБХОДИМЫХ УСЛОВИЙ ОПТИМАЛЬНОСТИ

Н. В. Гришина

(кафедра математики)

Большой интерес к проблемам синтеза оптических покрытий связан с широким и разнообразным применением таких систем на практике. Основной проблемой при синтезе покрытий с заданными спектральными характеристиками оказывается многоэкстремальность оценочного функционала. Новый метод синтеза оптических покрытий, направленный на преодоление этих трудностей, был предложен в работах [1, 2]. В них вводились игольчатые вариации показателя преломления $n(t)$, приводящие к возрастанию (в общем случае) числа слоев покрытия и уменьшению оценочного функционала. При этом рассматривалось приращение функционала первого порядка по ширине игольчатой вариации Δt и из необходимых условий оптимальности выбиралось место проведения игольчатой вариации. Ширина вариации показателя преломления затем подправлялась при минимизации функционала методом градиентного спуска.

В данной работе рассматриваются приращения оценочного функционала при игольчатом варьировании показателя преломления первого и второго порядков по ширине игольчатой вариации Δt . В этом случае использование необходимых условий оптимальности позволяет не только выбирать место проведения вариации, но и оценить ее оптимальную ширину.

Пусть n_0 , n_l — показатели преломления внешней среды и подложки, n_L и n_N — чередующиеся показатели преломления слоев, ($n_L < n_N$), d_1 , d_2 , ..., d_N — геометрические толщины слоев, пронумерованные от подложки, N — число слоев покрытия. В качестве оценочного функционала возьмем

$$F = \int_{k_1}^{k_2} v(k) [T(k) - \hat{T}(k)]^2 dk, \quad (1)$$

где $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число, $[k_1, k_2]$ — спектральный интервал, в котором проводится синтез, $\hat{T}(k)$ — требуемый коэффициент пропускания, $T(k)$ — коэффициент пропускания системы, $v(k)$ — весовая функция.

Коэффициент пропускания системы выражается через адмитанс $X(k, t)$ на внешней границе системы при $t = t_0$:

$$T(k) = 1 - \left| \frac{n_0 - X(k, t_0)}{n_0 + X(k, t_0)} \right|.$$

Адмитанс удовлетворяет уравнению

$$\dot{X}(k, t) = ik(X^2(k, t) - \varepsilon(t)); \quad X(k, 0) = n_i, \quad (2)$$

где $\varepsilon(t) = n^2(t)$ — кусочно-постоянная функция. Обозначим через X_1 и X_2 действительную и мнимую части адмитанса $X(k, t)$, через f_1 и f_2 — действительную и мнимую части правой части уравнения (2). В векторной записи это будет

$$X(k, t) = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix}; \quad f(X, \varepsilon, t) = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2kX_1X_2 \\ k(X_1^2 - X_2^2 - \varepsilon) \end{pmatrix}.$$

Задача синтеза ставится как задача минимизации функционала (1). При исследовании необходимых условий минимума F строится сопряженная система дифференциальных уравнений [3, 4]

$$\dot{\psi} = -\psi^T \frac{\partial f(X, \varepsilon, t)}{\partial X}$$

и функция Гамильтона

$$H = \psi^T f(X, \varepsilon, t).$$

Индекс «т» означает здесь и в дальнейшем транспонирование матрицы или столбца. Если ввести игольчатую вариацию $\Delta \varepsilon$ на отрезке $[\tau, \tau + \Delta t]$, где Δt мало, то приращение функционала F первого порядка по Δt будет

$$\Delta_1 F = -\Delta_\varepsilon H,$$

где

$$\Delta_\varepsilon H = H(X, \psi, t, \varepsilon + \Delta \varepsilon) - H(X, \psi, t, \varepsilon).$$

В нашем случае сопряженная к (2) система дифференциальных уравнений будет

$$\begin{pmatrix} \dot{\psi}_1 \\ \dot{\psi}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2k(X_2\psi_1 - X_1\psi_2) \\ 2k(X_1\psi_1 + X_2\psi_2) \end{pmatrix} \quad (3)$$

с начальными условиями при $t = t_0$

$$\psi_1(t_0) = -\left. \frac{\partial F}{\partial X_1} \right|_{t_0}; \quad \psi_2(t_0) = -\left. \frac{\partial F}{\partial X_2} \right|_{t_0},$$

а приращение функционала первого порядка по Δt будет иметь вид, полученный в [2]:

$$\Delta_1 F = -P_1(\tau) [(n + \Delta n)^2 - n^2] \Delta t + o(\Delta t),$$

где

$$P_1(\tau) = -\int_{k_1}^{k_2} k \psi_2(k, \tau) dk.$$

Расчет функции $P_1(t)$ позволяет выбирать место игольчатой вариации так, чтобы функционал при этом максимально уменьшался. Это происходит в тех случаях, когда в слое с $n=n_H$ $P(t) < 0$ или $n=n_L$, $P(t) > 0$ и $P(t)$ принимает наибольшее значение. В обоих случаях $|(n + \Delta n)^2 - n^2| = n_H^2 - n_L^2$. Функция $P_1(t)$ указывает оптимальное место проведения игольчатой вариации показателя преломления, но не дает представления о необходимой ширине вариации Δt .

Для того чтобы оценить оптимальную ширину вариации показателя преломления, рассмотрим приращение функционала второго порядка по ширине вариации Δt . Оно будет [4]

$$\Delta_2 F = -\frac{1}{2} (\Delta t)^2 \left[\frac{\partial \Delta_\varepsilon H^\tau}{\partial X} \Delta_\varepsilon f + \Delta_\varepsilon f^\tau \Psi \Delta_\varepsilon f \right],$$

где

$$\Delta_\varepsilon f = f(X, \varepsilon + \Delta \varepsilon) - f(X, \varepsilon),$$

а матрица

$$\Psi = \begin{pmatrix} \Psi_{11} & \Psi_{12} \\ \Psi_{21} & \Psi_{22} \end{pmatrix}$$

удовлетворяет матричному уравнению

$$\dot{\Psi} = -\frac{\partial f^\tau}{\partial X} \Psi - \Psi \frac{\partial f}{\partial X} - \frac{\partial^2 H}{\partial X^2}.$$

В нашем случае

$$\begin{aligned} \Delta_\varepsilon H &= -\psi_2 k \Delta \varepsilon; \quad \frac{\partial \Delta_\varepsilon H}{\partial X} = (0, 0); \quad \Delta_\varepsilon f = \begin{pmatrix} 0 \\ -k \Delta \varepsilon \end{pmatrix}; \\ \frac{\partial f}{\partial X} &= \begin{pmatrix} -2kX_2 & 2kX_1 \\ -2kX_1 & -2kX_2 \end{pmatrix}; \quad \frac{\partial^2 H}{\partial X^2} = \begin{pmatrix} 2k\psi_2 & -2k\psi_1 \\ -2k\psi_1 & -2k\psi_2 \end{pmatrix}, \end{aligned}$$

и для приращения F второго порядка по Δt получаем

$$\Delta_2 F = -\frac{1}{2} (\Delta t)^2 \cdot P_2(\tau) [(n + \Delta n)^2 - n^2]^2 + o((\Delta t)^3),$$

где

$$P_2(\tau) = \int_{k_4}^{k_2} k^2 \Psi_{22}(k, \tau) dk,$$

а общее приращение функционала будет

$$\Delta F = -P_1(\tau) \cdot [(n + \Delta n)^2 - n^2] \Delta t - (1/2) P_2(\tau) [(n + \Delta n)^2 - n^2]^2 (\Delta t)^2 + o((\Delta t)^3). \quad (4)$$

Функция $\Psi_{22}(t)$, входящая в $P_2(t)$, находится из системы дифференциальных уравнений

$$\dot{\Psi}_{11} = -2k(-2X_2 \Psi_{11} + 2X_1 \Psi_{12} + \psi_2), \quad (5a)$$

$$\dot{\Psi}_{12} = -2k(-2X_2 \Psi_{12} + X_1(\Psi_{22} - \Psi_{11}) - \psi_1), \quad (5b)$$

$$\dot{\Psi}_{22} = -2k(-2X_2 \Psi_{22} - 2X_1 \Psi_{12} - \psi_2) \quad (5b)$$

с начальными условиями на границе с внешней средой при $t=t_0$

$$\Psi_{11}(t_0) = -\frac{\partial^2 F}{\partial X_1^2} \Big|_{t_0}; \quad \Psi_{12}(t_0) = -\frac{\partial^2 F}{\partial X_1 \cdot \partial X_2} \Big|_{t_0}; \quad \Psi_{22}(t_0) = -\frac{\partial^2 F}{\partial X_2^2} \Big|_{t_0},$$

и ось t в этом случае, как и при решении сопряженной системы (3), направлена от внешней среды к подложке.

Из (5а) и (5в) получаем

$$\Psi_{11}(t) + \Psi_{22}(t) = (\Psi_{11}(t_0) + \Psi_{22}(t_0)) \exp \left\{ 4k \int_0^t X_2 dt \right\} = \varphi(t).$$

Подставляя полученное выражение для $\Psi_{11}(t)$ в (5б), а затем домножив (5б) на мнимую единицу i и сложив с (5в), получим следующее уравнение:

$$\Phi(t) = 4ikX^*(t)\Phi(t) + 2k(\psi(t) + X_1(t)\varphi(t)) \quad (6)$$

с соответствующими начальными условиями, где

$$\Phi(t) = \Psi_{12}(t) + i\Psi_{22}(t); \quad \psi(t) = \psi_1(t) + i\psi_2(t).$$

Его решение в j -м слое может быть выписано в следующем виде:

$$\Phi(t) = 2\psi^2(t) \left[c_0 + A_{j+1} + \frac{\cos kn\Delta d}{n_j \sqrt{\Psi_{j+1}\Psi_j}} \right] + c_1 |\psi^2(t)|, \quad (7)$$

где

$$c_0 = \frac{\Psi_{12}(t_0) + \frac{i}{2}(\Psi_{22}(t_0) - \Psi_{11}(t_0))}{2\psi^2(t_0)}; \quad c_1 = \frac{i(\Psi_{11}(t_0) + \Psi_{22}(t_0))}{2|\psi^2(t_0)|},$$

Ψ_{j+1} — значение функции $\psi(t)$ на границе j -го и $(j+1)$ -го слоев, Δd — расстояние точки t от этой границы, а

$$A_j = \sum_{m=N}^j \frac{\cos knd_m}{n_m \sqrt{\Psi_m \Psi_{m+1}}}; \quad A_{N+1} = 0.$$

Для решения задач синтеза слоистых покрытий на основе выражения (4), полученного для приращения функционала, была написана программа на языке ФОРТРАН. В ней после решения уравнений (2) и (3) и построения функции $P_1(t)$ выбиралась точка τ , наиболее благоприятная для проведения игольчатой вариации. В этой точке по формуле (7) рассчитывалось значение функции $\Psi_{22}(\tau) = \text{Im } \Phi(\tau)$ и выбиралась ширина игольчатой вариации Δl . В тех случаях, когда в выбранной точке функция $P_2(\tau)$ оказывалась меньше нуля, ширина вариации выбиралась равной

$$\Delta l = - \frac{P_1(\tau)}{P_2(\tau)((n + \Delta n)^2 - n^2)}.$$

В тех же случаях, когда $P_2(\tau) > 0$, как показали численные расчеты, целесообразно выбирать ΔF из условия уменьшения функционала на 20—30% от значения F .

Так как при проведении игольчатой вариации показателя преломления внутри слоя число слоев системы возрастает на 2, то для того, чтобы число слоев не возрастало слишком быстро, при выборе места вариации вес краевых вариаций выбирался в 1,5—2 раза большим, чем для вариаций внутренних. Таким образом, одна внутренняя вариация приходилась в среднем на 7—15 краевых вариаций. Оценка ширины вариации по формуле (4) оказалась достаточно точной, так что проведение минимизации функционала F градиентным методом после каждого игольчатого варьирования оказалось нецелесообразным и

даже ухудшающим работу программы. Градиентная минимизация F не заменяет краевых вариаций. Это, по-видимому, связано с тем, что при игольчатом варьировании мы «перескакиваем» те локальные минимумы, которые определяются при минимизации функционала градиентными методами. При работе программы большое значение имеет выбор общей толщины покрытия t_0 . При игольчатом варьировании общая толщина покрытия не изменяется, и может оказаться, что при заданной толщине t_0 не удастся получить достаточно хорошую систему. Поэтому для изменения общей толщины системы можно использовать минимизацию функционала методом градиентного спуска после каждого увеличения числа слоев.

В начале работы программы задаются показатели преломления подложки (n_i) и слоев (n_L и n_H), общая толщина покрытия, заданный спектральный интервал $[k_1, k_2]$ и требуемый коэффициент пропускания системы $\hat{T}(k)$.

В качестве примера расчета приведем два синтезированных широкополосных просветляющих покрытия и светоделитель.

На рис. 1 приведены коэффициенты пропускания синтезированных 18-слойного (сплошная кривая) и 16-слойного (пунктир) покрытий на

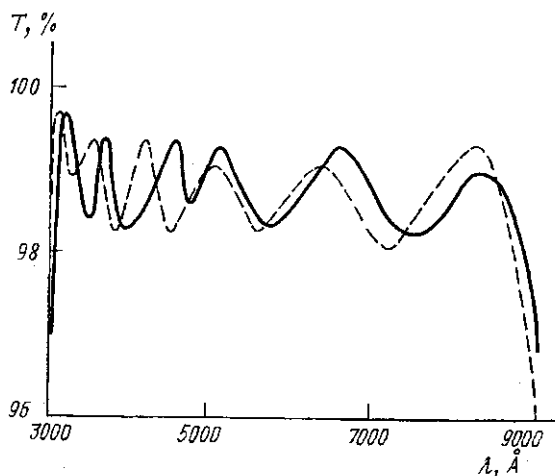


Рис. 1

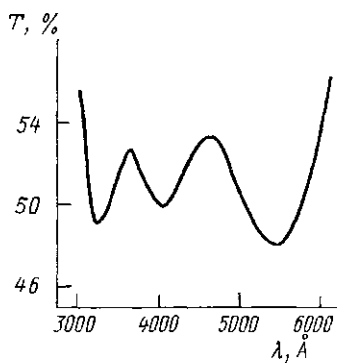


Рис. 2

подложке с $n_i=1,40$, на основе двух материалов с $n_H=2,00$ и $n_L=1,45$, для области длин волн с отношением граничных значений $\lambda_2/\lambda_1=3$.

На рис. 2 показан коэффициент пропускания 13-слойного светоделителя для области длин волн $\lambda_2/\lambda_1=2,1$, синтезированного на подложке с $n_i=1,40$, на основе двух материалов с показателями преломления $n_H=2,30$ и $n_L=1,40$. Геометрические толщины слоев полученных систем, отсчитываемые от подложки, приведены в таблице.

Толщина слоев синтезированных систем (в Å)

Система	Номер слоя																	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
18-слойная	101	394	245	141	236	32	457	129	322	400	111	1103	130	424	387	257	329	912
16-слойная	92	387	245	142	726	86	337	373	120	1110	109	450	350	293	306	902		
13-слойная	25	307	152	153	763	114	189	14	146	58	674	685	446					

Рассмотренный метод синтеза позволяет получать системы с заданными спектральными характеристиками различных типов. Его применение дает особые преимущества в тех случаях, когда отсутствует хорошее начальное приближение.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Тихонравов А. В. // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 3, Физ. Астрон. 1982. 23, № 6. С. 91—93. [2] Баскаков А. Н., Тихонравов А. В. // Опт. и спектр. 1984. 56. С. 915—919. [3] Моисеев Н. Н. Численные методы в теории оптимальных систем. М., 1971, с. 424. [4] Габасов Р., Кириллова Ф. М. Особые оптимальные управления. М., 1973, с. 175.

Поступила в редакцию
18.06.85

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1986. Т. 27, № 5

АКУСТИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

УДК 534.222.2

О РАСЧЕТЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ДИФРАГИРУЮЩЕГО АКУСТИЧЕСКОГО ШУМА БОЛЬШОЙ ИНТЕНСИВНОСТИ

О. В. Руденко, В. А. Хохлова

(кафедра общей физики и волновых процессов)

Реальные источники мощных акустических шумов всегда имеют конечные размеры, поэтому при описании излучаемых ими полей нужно одновременно учитывать и нелинейность, и дифракцию. Однако статистические задачи детально изучены лишь для одномерных волн большой интенсивности [1—4]. С другой стороны, в нелинейной акустике ограниченных пучков достигнуто понимание нелинейно-дифракционных процессов, происходящих в неоднородных, но регулярных волновых полях [1, 5].

Решено несколько частных задач с учетом временной некогерентности. В квазистатистическом приближении исследованы генерация гармоник случайно модулированной волны в недифрагирующем пучке [6]. Изучено формирование шумовых спектров генераторами разностной частоты — параметрическими излучателями звука [7, 8]. При этом использовался поэтапный подход или метод возмущений, сильно ограничивающие применимость результатов.

Задачи, требующие учета пространственной некогерентности пучков, в нелинейной акустике не рассматривались, хотя такая модель адекватна многим реально существующим источникам.

Примером линейного, дельта-коррелированного в пространстве шума может служить подводный шум от падения дождевых капель на поверхность моря. Укажем и на мощные источники акустических полей, некогерентных во времени и пространстве. Это, например, излучение многоэлементных мозаичных антенн параметрических гидролокаторов, шум кавитационного слоя, струй реактивных двигателей. Взрывная волна, отразившись от взволнованной поверхности или неровного дна океана, также становится пространственно некогерентной.

Основное отличие «случайных» нелинейных пучков в акустике от аналогичных, хорошо изученных [2] объектов нелинейной оптики связано с принципиальной необходимостью учета широкополосности излу-