

Рассмотренный метод синтеза позволяет получать системы с заданными спектральными характеристиками различных типов. Его применение дает особые преимущества в тех случаях, когда отсутствует хорошее начальное приближение.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Тихонравов А. В. // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 3, Физ. Астрон. 1982. 23, № 6. С. 91—93. [2] Баскаков А. Н., Тихонравов А. В. // Опт. и спектр. 1984. 56. С. 915—919. [3] Моисеев Н. Н. Численные методы в теории оптимальных систем. М., 1971, с. 424. [4] Габасов Р., Кириллова Ф. М. Особые оптимальные управления. М., 1973, с. 175.

Поступила в редакцию
18.06.85

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1986. Т. 27, № 5

АКУСТИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

УДК 534.222.2

О РАСЧЕТЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ДИФРАГИРУЮЩЕГО АКУСТИЧЕСКОГО ШУМА БОЛЬШОЙ ИНТЕНСИВНОСТИ

О. В. Руденко, В. А. Хохлова

(кафедра общей физики и волновых процессов)

Реальные источники мощных акустических шумов всегда имеют конечные размеры, поэтому при описании излучаемых ими полей нужно одновременно учитывать и нелинейность, и дифракцию. Однако статистические задачи детально изучены лишь для одномерных волн большой интенсивности [1—4]. С другой стороны, в нелинейной акустике ограниченных пучков достигнуто понимание нелинейно-дифракционных процессов, происходящих в неоднородных, но регулярных волновых полях [1, 5].

Решено несколько частных задач с учетом временной некогерентности. В квазистатистическом приближении исследованы генерация гармоник случайно модулированной волны в недифрагирующем пучке [6]. Изучено формирование шумовых спектров генераторами разностной частоты — параметрическими излучателями звука [7, 8]. При этом использовался поэтапный подход или метод возмущений, сильно ограничивающие применимость результатов.

Задачи, требующие учета пространственной некогерентности пучков, в нелинейной акустике не рассматривались, хотя такая модель адекватна многим реально существующим источникам.

Примером линейного, дельта-коррелированного в пространстве шума может служить подводный шум от падения дождевых капель на поверхность моря. Укажем и на мощные источники акустических полей, некогерентных во времени и пространстве. Это, например, излучение многоэлементных мозаичных антенн параметрических гидролокаторов, шум кавитационного слоя, струй реактивных двигателей. Взрывная волна, отразившись от взволнованной поверхности или неровного дна океана, также становится пространственно некогерентной.

Основное отличие «случайных» нелинейных пучков в акустике от аналогичных, хорошо изученных [2] объектов нелинейной оптики связано с принципиальной необходимостью учета широкополосности излу-

чения. Между всеми спектральными составляющими в акустических средах, где дисперсия очень слабая, идет эффективный энергообмен. Происходит лавинообразное уширение спектра, даже если на входе сигнал был узкополосным. Поэтому здесь нельзя пользоваться укороченными уравнениями для медленно изменяющихся амплитуд, как в оптике [2]. Возможно только полевое описание на основе уравнений типа Бюргера, Хохлова—Заболотской (ХЗ) и др. [1, 9].

Успехи статистической нелинейной акустики связаны во многом с тем, что для простых волн удалось найти точное выражение, связывающее спектр в произвольном сечении нелинейной среды с корреляционной функцией на входе [1—4]. Для более сложных задач, где нужно учитывать затухание и дифракцию, аналогичное выражение получить не удается.

В работе [10] предложен приближенный метод (см. также [9]), позволяющий связать спектр нелинейной волны в диссипативной среде с корреляционной функцией входного гауссовского шума. Подобный способ можно использовать и для решения дифракционных задач. Идея состоит в следующем.

Нелинейное акустическое поле, локализованное в пучке, будем описывать уравнением ХЗ [1, 5]

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left[\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\varepsilon}{c_0^2} u \frac{\partial u}{\partial \tau} \right] = \frac{c_0}{2} \Delta_{\perp} u. \quad (1)$$

Здесь u — колебательная скорость частиц, x — осевая координата (вдоль направления распространения), $\tau = t - x/c_0$, Δ_{\perp} — лапласиан по поперечным координатам \mathbf{r} , ε — параметр нелинейности, c_0 — скорость звука.

Перейдем от τ к новой независимой переменной $T = \tau + (\varepsilon/c_0^2)ux$, точно учитывающей нелинейные искажения профиля простой волны. Тогда в приближении «достаточно гладкой» исходной реализации шума или, точнее, при условии $(\varepsilon/c_0^2)x|\partial u/\partial T| \ll 1$ получим $\partial^2 u/\partial T \partial x = (c_0/2)\Delta_{\perp} u$. Формально это линейное уравнение, однако нелинейность учтена в неявной зависимости $u = u(x, T = T(u), \mathbf{r})$. Уравнение справедливо на любых расстояниях от источника в случае преобладающего влияния дифракции либо в области до образования разрыва ($x < x_p$), когда преобладают нелинейные эффекты. Для регулярных пучков такой подход был предложен в работе [11]; он позволил описать [12] ряд явлений, ранее подававшихся лишь численному анализу.

В статистических задачах линеаризация уравнения (1) указанным способом позволяет сделать принципиальный шаг [10] на пути построения аналитических решений. В силу линейности вспомогательного уравнения нормальный на входе случайный процесс $u(x=0, T=\tau, \mathbf{r})$ останется нормальным и в произвольном сечении среды. Разумеется, гауссовской статистикой будет обладать только функция $u(x, T, \mathbf{r})$, а не имеющая физического смысла $u(x, \tau, \mathbf{r})$. Это обстоятельство дает возможность решить нелинейную задачу в два приема. Сначала нужно найти вспомогательную корреляционную функцию (будем помечать ее звездочкой)

$$B_*(x, T = T_1 - T_2, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \langle u(x, T_1, \mathbf{r}_1) u(x, T_2, \mathbf{r}_2) \rangle,$$

пользуясь стохастическим уравнением, отвечающим линеаризованному уравнению ХЗ:

$$\frac{\partial^2 B_*}{\partial x \partial T} = c_0 \frac{\partial^2 B_*}{\partial \mathbf{r} \partial \mathbf{R}}, \quad (2)$$

где $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$, $\mathbf{R} = (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)/2$. Затем, совершая над B_* нелинейное преобразование специального вида [1, 2]

$$B = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi \left[\frac{\tau - T}{2(\epsilon/c_0^2) x \sqrt{\sigma^2(x, \mathbf{r}) - B_*}} \right] \frac{\partial B_*}{\partial T} dT, \quad (3)$$

найдем измеряемую корреляционную функцию нелинейной задачи:

$$B(x, \tau = \tau_1 - \tau_2, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \langle u(x, \tau_1, \mathbf{r}_1) u(x, \tau_2, \mathbf{r}_2) \rangle.$$

Здесь $\sigma^2(x, \mathbf{r}) = B_*(x, T=0, \mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_2 = \mathbf{r})$, Φ — интеграл ошибок.

Переходим к анализу линейных процессов; полученные здесь формулы справедливы для пучков слабого акустического шума и служат как вспомогательные для интенсивных случайных волн, поведение которых мы опишем позже. Решение (2) имеет вид

$$B_* = - \frac{1}{(2\pi c_0 x)^2} \frac{\partial^2}{\partial T^2} \iint B_0 \left(T - \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')(\mathbf{R} - \mathbf{R}')}{c_0 x}; \mathbf{r}', \mathbf{R}' \right) d\mathbf{r}' d\mathbf{R}', \quad (4)$$

$B_0(T; \mathbf{r}, \mathbf{R}) = B_*(x=0, T, \mathbf{r}, \mathbf{R})$ — исходная корреляционная функция. Из общего выражения (4) следует, что в поле широкополосного шума существует взаимное влияние временной и пространственной статистик друг на друга. Если исходная функция факторизована по пространственным и временным координатам

$$B_0(T; \mathbf{r}, \mathbf{R}) = B_t(T) B_r(\mathbf{r}) I(\mathbf{R})$$

(I — средняя интенсивность в пучке), то при распространении ($x > 0$) это свойство не сохраняется.

Механизм взаимодействия B_t и B_r можно понять из простых соображений. Рассмотрим пример регулярного в пространстве точечного источника шума, расположенного в начале координат $x = \mathbf{r} = 0$. Пусть сферически расходящаяся волна регистрируется двумя приемниками. Один из них находится на оси ($x, \mathbf{r} = 0$), другой — вблизи оси, в точке ($x, \mathbf{r} = \mathbf{s}$), т. е. удален от источника на расстояние $\sqrt{x^2 + s^2} \approx x + s^2/2x$. При такой схеме регистрации

$$B_*(T = T_1 - T_2, s) = \langle u(T_1) u(T_2 - s^2/2c_0 x) \rangle = B_t(T + s^2/2c_0 x). \quad (5)$$

Ясно, что пространственная корреляция (зависимость от s) полностью определяется временной статистикой — видом корреляционной функции B_t . Взаимным влиянием временной и пространственной статистик можно пренебречь лишь в случае квазимонохроматических сигналов (подробнее см. [13, 2]).

Из формулы (5) следуют еще два важных вывода. 1. В зоне сферической расходимости, где теряется информация об исходных значениях r_k, R_0 , радиус корреляции растет по закону $s \sim r_{k2}(x) = \sqrt{2c_0 t_k x}$, где t_k — исходное время корреляции шума. Зависимость $\sim \sqrt{x}$ отличается от закона $s \sim r_{k1}(x) = (c_0 t_k / R_0) x \sim x$, который проявляется в области дифракционной расходимости (точнее, при $r_k R_0 / c_0 t_k < x < R_0^2 / c_0 t_k$) и следует из теоремы Ван Циттерта—Цернике [2]. Здесь R_0 — исходный средний радиус пучка. 2. Максимальная коррелированность поля наблюдается при измерении с задержкой $T = -s^2/2c_0 x$, компенсирующей разность набега фазы на пути от источника к двум разнесенным приемникам.

Рассмотрим широкополосный шум с исходной функцией B_* вида

$$B_0 = I_0 \exp \left(- \frac{T^2}{t_k^2} - \frac{r^2}{r_k^2} - \frac{R^2}{R_0^2} \right).$$

Ограничимся анализом поля вблизи оси: $r_1=0$, $r_2=s$ (или $r=-s$, $R=s/2$). Когда исходный радиус поперечной корреляции меньше других характерных масштабов ($r_k \rightarrow 0$, приближение δ -коррелированности в пространстве), получим простую формулу

$$B_* = \frac{I_0}{2} \left(\frac{r_k R_0}{c_0 t_k x} \right)^2 \left(1 + \frac{s^2}{r_{k1}^2} \right)^{-3/2} \left[1 - 2 \frac{(T/t_k + s^2/r_{k2}^2)^2}{1 + s^2/r_{k1}^2} \right] \times \exp \left[- \frac{(T/t_k + s^2/r_{k2}^2)^2}{1 + s^2/r_{k1}^2} \right]. \quad (6)$$

На рис. 1 изображены сечения функции B_* (6) по уровню 0,1 от $B_*(T=0, s=0)$ в координатах $s/2R_0$, T/t_k для различных расстояний от источника, характеризуемых параметром $\sqrt{\beta} = (r_{k1}/r_{k2})^2 = (c_0 t_k / 2R_0)^2 x$. При распространении волны область пространственно-временной корреляции увеличивается; наблюдается «снос» — локализация с ростом x наибольших значений B_* вдоль кривой $T = -s^2/2c_0 x$. Смысл этого явления был пояснен выше.

На рис. 2 показана зависимость от расстояния эффективного радиуса поперечной корреляции $s_k(x)$, определенного для полной интенсивности шума (во всем спектре частот, $T=0$) по уровню 0,1 от максимального значения. Штриховая кривая построена на основе решения (6). На малых расстояниях основную роль играет пространственная некогерентность и радиус корреляции растет, как для монохроматического излучения, по линейному закону $r_{k1}(x) \sim x$. Когда $s_k(x)$ начи-

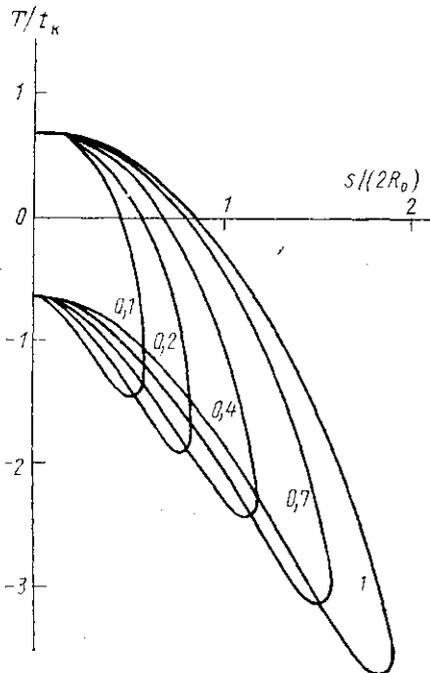


Рис. 1. Сечения функции корреляции по уровню 0,1 на различных расстояниях в приближении δ -корреляции исходного поля ($r_k \rightarrow 0$). Цифры у кривых соответствуют значениям $\beta \sim x^2$

нает расти как $r_{k2}(x) \sim \sqrt{x}$, это значит, что процесс дифракции закончился, и рост связан с временной некогерентностью волны (см. (5)).

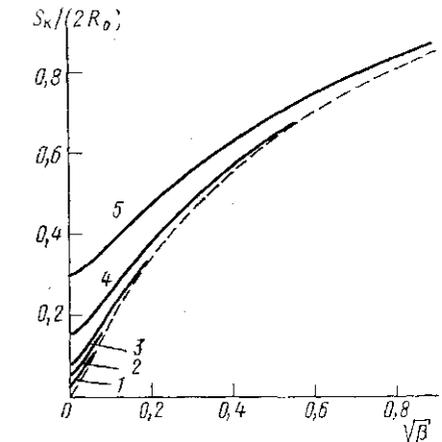


Рис. 2. Зависимость радиуса корреляции от расстояния $\sqrt{\beta} = c_0 x t_k / (2R_0)^2$ для различных значений $\alpha = r_k / (2R_0)$. Кривые 1—5 соответствуют $\alpha = 0,01; 0,03; 0,05; 0,1$ и $0,2$

Сплошные кривые на рис. 2 построены по результатам численного решения задачи с учетом конечности исходного радиуса корреляции — для различных значений $\alpha = r_k/2R_0$. Видно, что приближение δ -коррелированного шума справедливо при $\alpha \ll 1$ и при $x \gg x_d = r_k R_0 / c_0 t_k$ — в дальней зоне. Чем меньше исходный радиус корреляции, тем на меньших расстояниях применима эта идеализация. Так, для $\alpha = 0,03$ рост радиуса $s_k(x)$ практически не отличается от такового для δ -коррелированного шума на расстояниях $\sqrt{\beta} > 0,1$ ($x > 3x_d$) и повторяет все его характерные участки.

Совершая над вспомогательной (линейной) корреляционной функцией B_* типа (6) преобразование (3), удается получить решение нелинейной задачи. Результаты таких расчетов и подробное обсуждение физики нелинейных явлений будут изложены в нашей следующей работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Руденко О. В., Солуян С. И. Теоретические основы нелинейной акустики. М., 1975. [2] Ахманов С. А., Дьяков Ю. Е., Чиркин А. С. Введение в статистическую радиофизику и оптику. М., 1981. [3] Гурбатов С. Н., Малахов А. Н. Препринт ИРЭ АН СССР. № 11 (383). М., 1984. [4] Гурбатов С. Н., Саичев А. И., Якушкин И. Г. // УФН. 1983. 141, № 2. С. 221—255. [5] Бахвалов Н. С., Жилейкин Я. М., Заболотская Е. А. Нелинейная теория звуковых пучков. М., 1982. [6] Cherepetskaja E. B., Chirkin A. S., Rudenko O. V. // Proc. 7-th Intern. Symp. on Nonlinear Acoustics. Blacksburg, USA. 1976. P. 5—8. [7] Новиков Б. К., Руденко О. В., Чиркин А. С. // Тез. докл. 2-го Всесоюз. науч.-техн. совещ. «Нелинейная гидроакустика-76». Таганрог: Изд. ТРТИ, 1976. С. 15—19. [8] Демин И. Ю. Автореф. канд. дис. Горький: Изд. ГГУ, 1985. [9] Васильева О. А., Карабутов А. А., Лапшин Е. А., Руденко О. В. Взаимодействие одномерных волн в средах без дисперсии. М., 1983. [10] Руденко О. В. // Тез. докл. X Всесоюз. акуст. конф. Б 10. М.: Изд. Акуст. ин-та, 1983. С. 53—56. [11] Кузнецов В. П. // Акуст. журн. 1970. 16. С. 548—553. [12] Липидус Ю. Р., Руденко О. В. // Там же. 1984. 30. С. 797—802. [13] Курашов В. Н., Кисиль А. В., Хорошков Ю. В. // Квант. электроника. 1976. 3. С. 5—10.

Поступила в редакцию
12.07.85

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1986. Т. 27, № 5

УДК 537.311.31

ОБ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ ЖИДКИХ МЕТАЛЛОВ

Л. П. Филиппов

(кафедра молекулярной физики)

Несмотря на большое число работ, посвященных использованию теории Займана для расчетов электропроводности жидких металлов, результаты пока еще носят полукваколичественный характер (погрешность расчетов в несколько раз превышает погрешность эксперимента), относятся к очень узкой области состояний. В такой ситуации является отнюдь не лишней систематизация имеющихся экспериментальных данных, их анализ и обобщение. Выявленные при этом закономерности помимо практического значения могут иметь и эвристическую ценность.

Ниже излагаются результаты рассмотрения экспериментальных данных по электропроводности жидких металлов, в основу которого положен хорошо изученный массив для пяти щелочных металлов, вклю-