РАДИОФИЗИКА

УДК 533.9:537.5

ПЕРЕСТРОЙКА СТРУКТУРЫ СОБСТВЕННЫХ МОД ПРИ ИХ ПАРАМЕТРИЧЕСКОМ ВОЗБУЖДЕНИИ В ПЛАЗМЕННО-ПУЧКОВОМ ВОЛНОВОДЕ

М. В. Кузелев, В. А. Панин

(кафедра общей физики для физического факультета)

Учет перестройки поляризации и поперечной структуры волноводных полей, возбуждаемых электронными пучками, оказывается важным при решении многих прикладных задач. На примере сильноточных плазменных черенковских усилителей и генераторов это было показано в работах [1—3]. Помимо черенковских большой интерес представляют источники СВЧ излучения, основанные на параметрических пучково-плазменных неустойчивостях. Теория этих неустойчивостей без учета перестройки поляризации и поперечной структуры волн разработана в [4—8]. Излагаемая же ниже теория параметрических пучково-плазменных неустойчивостей не предполагает поляризацию и поперечную структуру волноводных мод фиксированными, что, как будет видно из дальнейшего, приводит к появлению в уравнениях для амплитуд волн дополнительных кубичных нелинейностей.

Рассмотрим однородный плазменный волновод, помещенный в бесконечно сильное продольное магнитное поле и пронизываемый тонким пучком электронов. Будем интересоваться взаимодействием двух основных собственных мод E-типа (ω_α, $k_{z\alpha}$ и ω_β, $k_{z\beta}$) плазменного волновода с быстрой или медленной волнами плотности заряда пучка (ω_0, k_{z0}). Тем самым предполагаются выполненными соотношения [4]

$$D_{1\alpha,\beta}=k_{\perp 1}^2+\left(k_{z\alpha,\beta}^2-\frac{\omega_{\alpha,\beta}^2}{c^2}\right)\left(1-\frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)=0,$$

$$\omega_0=\omega_\alpha-\omega_\beta,\quad k_{z0}=k_{z\alpha}-k_{z\beta},\quad \omega_0=kz_0u\pm\Omega_b, \tag{1}$$

$$\Omega_b^2=\omega_b^2\gamma^{-3}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{k_{z0}^2\gamma^{-2}}{k_{\perp n}^2+k_{z0}^2\gamma^{-2}-\omega_p^2/u^2\gamma^2}\,\frac{S_b\varphi_n^2(\mathbf{r}_b)}{\|\varphi_n\|^2}.$$

Здесь ω_p — ленгмюровская частота электронов плазмы, ω_b — ленгмюровская частота электронов пучка, u — их скорость, $\gamma=(1-u^2/c^2)^{-1/2}$, S_b — площадь поперечного сечения пучка, $\mathbf{r}_b$ — его координата в поперечном сечении волновода, $k_{\perp n}{}^2$ — собственное число волновода, φ_n — соответствующая собственная функция, а $\|\varphi_n\|$ — ее норма, причем $\omega_p^2<k_{\perp 1}^2u^2\gamma^2$.

Следуя теперь работам [4, 5], из уравнений поля и уравнений движения электронов пучка получим после обычной процедуры усреднения следующую систему:

$$\frac{dz'}{dt}=v',$$

$$\frac{dv'}{dt}=-\frac{1}{2}i\frac{\Omega_b^2}{k_{z0}}w\,(\rho e^{ik_{z0}z'}-\text{к. с.})+$$

$$+\frac{1}{4}\left(\frac{e}{m}\right)^2\gamma^{-6}\frac{k_{z0}}{\Omega^2}w^2\,(B_\alpha B_\beta^* e^{ik_{z0}z'-i\widetilde{D}t}+\text{к. с.}),\qquad(2)$$

$$\frac{\partial D_{1\alpha}}{\partial\omega}\frac{dC_\alpha}{dt}+i(\Delta_\perp+k_{\perp1}^2)C_\alpha=-\frac{1}{2}\frac{\omega_b^2}{\Omega^2}\gamma^{-3}S_b\delta(\mathbf{r}_\perp-\mathbf{r}_b)\,\rho' B_\beta e^{i\widetilde{D}t},$$

$$\frac{\partial D_{1\beta}}{\partial\omega}\frac{dC_\beta}{dt}+i\,(\Delta_\perp+k_{\perp1}^2)\,C_\beta=\frac{1}{2}\frac{\omega_b^2}{\Omega^2}\gamma^{-3}S_b\delta\,(\mathbf{r}_\perp-\mathbf{r}_b)\,\rho'^*B_\alpha e^{-i\widetilde{D}t}.$$

Здесь использованы обозначения

$$C_{\alpha,\beta}=\sum_s A_{\alpha,\beta}^{(s)}\varphi_s\,(\mathbf{r}_\perp),\quad B_{\alpha,\beta}=\left(\varkappa_{\alpha,\beta}^2-2i\frac{\omega_{\alpha,\beta}d}{c^2dt}\right)C_{\alpha,\beta},$$

$$w=\left(1-2\gamma^2\frac{u^2}{c^2}\frac{v'}{u}\right)^{3/2},\ \ \rho=\frac{1}{L}\int_0^L e^{-ik_{z0}z'}\,dz_0,\ \ \rho'=\frac{1}{L}\int_0^L we^{-ik_{z0}z'}\,dz_0,\qquad(3)$$

$$\varkappa_{\alpha,\beta}^2=k_{z\alpha,\beta}^2-\omega_{\alpha,\beta}^2/c^2,\ \ \Omega=w_\alpha-k_{z\alpha}u,\ \ \widetilde{D}=\omega_0-k_{z0}u.$$

Бесконечная сумма по s в выражениях для $C_{\alpha,\beta}$ учитывает искажение поперечной структуры волноводной моды, а производная по времени в выражениях для $B_{\alpha,\beta}$ учитывает искажение поляризации. Поясним также, что $A_{\alpha,\beta}^{(s)}$ — медленные амплитуды поляризационного потенциала, z' и v' — медленные (по сравнению с $|\Omega|^{-1}$) составляющие координаты и скорости электрона пучка, $\mathbf{r}_\perp$ — координата в поперечном сечении волновода, а $\Delta_\perp$ — поперечная часть оператора Лапласа ($\Delta_\perp\varphi_n=-k_{\perp n}^2\varphi_n$). Кроме того, при получении (2), как и в работах [4, 5], считалось выполненным неравенство

$$\Omega_b{}^2\ll\Omega^2.\qquad(4)$$

Из уравнений (2) видно, что нерезонансные амплитуды $A_{\alpha,\beta}^{(s)}\,(s\geqslant 2)$ и производные резонансных амплитуд $A_{\alpha,\beta}^{(1)}$ порядка $\Omega_b^2\Omega^{-2}A_{\alpha,\beta}^{(1)}$, т. е. малы. Следовательно, указанные малые величины достаточно выразить только через резонансные амплитуды $A_{\alpha,\beta}^{(1)}$ и учесть их в уравнениях для резонансных амплитуд по теории возмущений. Тогда в результате несложных вычислений приходим к следующей системе уравнений для резонансных амплитуд:

$$\frac{\partial D_{1\alpha}}{\partial\omega}\frac{dA_\alpha^{(1)}}{dt}-i\delta_\alpha\,|\rho'|^2A_\alpha^{(1)}=-\frac{1}{2}\frac{\omega_b^2}{\Omega^2}\gamma^{-3}\varkappa_\beta^2\frac{S_b\varphi_1^2}{\|\varphi_1\|^2}\rho' A_\beta^{(1)}e^{i\widetilde{D}t},$$

$$\frac{\partial D_{1\beta}}{\partial\omega}\frac{dA_\beta^{(1)}}{dt}-i\delta_\beta\,|\rho'|^2A_\beta^{(1)}=\frac{1}{2}\frac{\omega_b^2}{\Omega^2}\gamma^{-3}\varkappa_\alpha^2\frac{S_b\varphi_1^2}{\|\varphi_1\|^2}\rho'^*A_\alpha^{(1)}e^{-i\widetilde{D}t},\qquad(5)$$

$$\frac{dv'}{dt}=-\frac{1}{2}i\frac{\Omega_b^2}{k_{z0}}w\,(\rho e^{ik_{z0}z'}-\text{к. с.})+\frac{1}{8}i\delta_0w^2\,(\rho' e^{ik_{z0}z'}-\text{к. с.})+$$

$$+\frac{1}{4}\left(\frac{e}{m}\right)^2\gamma^{-6}\frac{k_{z0}}{\Omega^2}\varphi_1^2\varkappa_\alpha^2\varkappa_\beta^2\,(A_\alpha^{(1)}A_\beta^{(1)*}e^{ik_{z0}z'-i\widetilde{D}t}+\text{к. с.}).$$

Здесь величины

$$\delta_{\alpha,\beta}=\frac{1}{4}\left(\frac{\omega_b^2\gamma^{-3}}{\Omega^2}\right)^2\frac{S_b\varphi_1^2}{\|\varphi_1\|^2}\frac{\varkappa_\alpha^2\varkappa_\beta^2}{k_{\perp 1}^2}G_{\alpha,\beta},$$

$$\delta_0=\left(\frac{e}{m}\right)^2\gamma^{-6}\frac{k_{z0}}{\Omega^2}\frac{\omega_b^2\gamma^{-3}}{\Omega^2}\frac{S_b\varphi_1^2}{\|\varphi_1\|^2}\frac{\varkappa_\alpha^2\varkappa_\beta^2\varphi_1^2}{k_{\perp 1}^2}\sum_{n=\alpha,\beta}G_n\varkappa_n^2\,|A_n^{(1)}|^2 \tag{6}$$

определяют нелинейные поправки к спектрам волноводных и пучковых мод, а

$$G_{\alpha,\beta}=2\left|\frac{\omega_{\beta,\alpha}k_{\perp 1}^2}{c^2\varkappa_{\beta,\alpha}\,\partial D_{\beta,\alpha}/\partial\omega}\right|-\frac{\|\varphi_1\|^2}{\varphi_1^2}\sum_{s=2}^{\infty}\frac{k_{\perp 1}^2}{k_{\perp s}^2-k_{\perp 1}^2}\frac{\varphi_s^2}{\|\varphi_s\|^2} \tag{7}$$

— геометрические факторы (см. также [3]).

Уравнения (5) отличаются от рассмотренных в [4, 5] дополнительной кубичной нелинейностью и учетом зависимости массы электронов пучка от возмущений скорости. Отметим также, что уравнения типа (5) были получены ранее в работе [9].

Дальнейшей задачей является разложение нелинейных уравнений по степеням поля с точностью до кубичных членов, что позволит оценить роль перестройки структуры волноводных мод на стадии насыщения. Процедура разложения по степеням поля существенно различна для нерелятивистских и релятивистских пучков. Поэтому в настоящей работе и для сравнения с [4, 5] мы ограничимся нерелятивистскими пучками. Предварительно с помощью безразмерных переменных

$$\tau=\Omega_b t,\ \ y=k_{z0}z',\ \ \eta=k_{z0}v'/\Omega_b,\ \ \eta_0=\widetilde{D}/\Omega_b,$$

$$\varepsilon_{\alpha,\beta}=\frac{e}{m}k_{z0}\left(\frac{\varphi_1\varkappa_{\alpha,\beta}^2}{\omega_b^2G\Omega_b}\frac{\partial D_{1\alpha,\beta}}{\partial\omega}\right)^{\frac{1}{2}}A_{\alpha,\beta}^{(1)},\ \ G=\frac{S_b\varphi_1^2}{\|\varphi_1\|^2},\ \ \beta=\operatorname{sign}\omega_\beta, \tag{8}$$

$$\nu=\frac{1}{2}G\frac{\omega_b^2}{\Omega^2\Omega_b}\left|\frac{1}{\varkappa_\alpha^2}\frac{\partial D_{1\alpha}}{\partial\omega}\frac{1}{\varkappa_\beta^2}\frac{\partial D_{1\beta}}{\partial\omega}\right|^{-\frac{1}{2}},\ \ \mu_{\alpha,\beta}=\left|\frac{\Omega_b}{k_{\perp 1}^2}\frac{\partial D_{1\,\beta,\alpha}}{\partial\omega}\right|G_{\alpha,\beta}$$

перепишем нерелятивистский аналог (5) в более удобном виде:

$$\begin{gathered}\frac{d\varepsilon_\alpha}{d\tau}-i\nu^2\mu_\alpha\,|\rho|^2\,\varepsilon_\alpha=-\nu\varepsilon_\beta\rho e^{i\eta_0\tau},\\ \frac{d\varepsilon_\beta}{d\tau}-i\beta\nu^2\mu_\beta\,|\rho|^2\,\varepsilon_\beta=\beta\nu\varepsilon_\alpha\rho^*e^{-i\eta_0\tau},\\ \frac{dy}{d\tau}=\eta,\\ \frac{d\eta}{d\tau}=-\frac{1}{2}\,i\,[1-\nu^2(\mu_\alpha\,|\varepsilon_\alpha|^2+\mu_\beta\,|\varepsilon_\beta|^2)](\rho e^{iy}-\text{к. с.})+\\ +\frac{1}{2}\nu\,(\varepsilon_\alpha\varepsilon_\beta^*e^{iy-i\eta_0\tau}+\text{к. с.}).\end{gathered} \tag{9}$$

При $\mu_{\alpha,\beta}\to 0$ система (9) переходит в исследованную в работах [4, 5]. По порядку величины, как это легко видеть,

$$\mu_{\alpha,\beta}\approx 2\frac{\Omega_b}{\Omega}\frac{\omega^2_{\beta,\alpha}}{k^2_{\perp 1}c^2}, \tag{10}$$

что, несмотря на условие (4), может быть и не мало. Таким образом, учет перестройки структуры волноводных мод, особенно в высокочастотной области $(\omega^2_{\alpha,\beta}\gg k^2_{\perp 1}c^2)$, является существенным.

Для перехода к разложению по степеням поля представим координату электрона пучка в виде [5]

$$y=y_0+W(\tau)+\tilde{y}(y_0,\ \tau), \tag{11}$$

где $\tilde{y}$ — периодическая функция y_0, определяемая выражением

$$\tilde{y}=\frac{1}{2}\left[\tilde{u}(\tau)\,e^{-i\eta_0\tau+iy_0}+\text{к. с.}\right]. \tag{12}$$

Подставляя (11) в (9), получим после линеаризации по $\tilde{y}$ следующую систему уравнений в приближении кубичной нелинейности:

$$\begin{gathered}\frac{d\varepsilon_\alpha}{d\tau}+\frac{1}{8}i\left(|\varepsilon_\alpha|^2-|\varepsilon_{\alpha 0}|^2-8\nu^2\mu_\alpha S^2\right)\varepsilon_\alpha=\nu\varepsilon_\beta U,\\ \frac{d\varepsilon_\beta}{d\tau}+\frac{1}{8}i\beta\left(|\varepsilon_\beta|^2-|\varepsilon_{\beta 0}|^2-8\nu^2\mu_\beta S^2\right)\varepsilon_\beta=-\beta\nu\varepsilon_\alpha U^*,\\ \frac{d\tilde{u}}{d\tau}+\frac{1}{2}i\nu^2\left(\mu_\alpha|\varepsilon_\alpha|^2+\mu_\beta|\varepsilon_\beta|^2\right)u=\frac{1}{2}\nu\varepsilon_\alpha\varepsilon^*_\beta,\end{gathered} \tag{13}$$

где $S^2=\tilde{u}\tilde{u}^*$. При выводе (13) положили $\eta_0=-1$, что соответствует синхронизму волноводных мод с медленной волной пучка.

Используя стандартную методику [10], получим из (13) одно уравнение для величины $X=S^2$, а именно

$$\begin{gathered}\frac{dX}{d\tau}=2\nu\left\{X\left(X+\frac{1}{2}\varepsilon^2_{\alpha 0}\right)\left(-\beta X+\frac{1}{2}\varepsilon^2_{\beta 0}\right)-\right.\\ \left.-\frac{1}{4}\left[\frac{X^2}{4\nu}-\mu_\alpha X\left(X+\frac{1}{2}\varepsilon^2_{\alpha 0}\right)-\mu_\beta X\left(-\beta X+\frac{1}{2}\varepsilon^2_{\beta 0}\right)\right]^2\right\}^{1/2}.\end{gathered} \tag{14}$$

Решение последнего уравнения выражается через эллиптические функции и имеет громоздкий вид. Поэтому ограничимся здесь только оценкой максимального значения X для частного случая взрывной неустойчивости ($\beta=-1$) с адиабатическим включением поля ($\varepsilon_{\alpha 0}=\varepsilon_{\beta 0}=0$). Приравнивая правую часть (14) к нулю, получаем

$$X_{\max}=\frac{64\nu^2}{[1-4\nu(\mu_\alpha+\mu_\beta)]^2}. \tag{15}$$

Видно, что при $\mu_\alpha+\mu_\beta\geqslant 1/4\nu$ искажение поляризации и поперечной структуры волноводных мод очень существенно, а в ряде случаев (см. [9]) определяет насыщение параметрических неустойчивостей.

Таким образом, учет перестройки структуры волноводных мод за счет ВЧ полей пучка существен, если $\mu_{\alpha,\beta}\gg 1$, что, как это видно из (10), имеет место в сильноточных пучках. В противоположном случае справедливы результаты работ [4, 5].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Кузелев М. В., Рухадзе А. А., Филиппычев Д. С. // Релятивистская высокочастотная электроника. Горький, 1981. С. 170—203. [2] Айзацкий Н. И. // Физика плазмы. 1980. **6**, № 3. С. 597—602. [3] Кузелев М. В., Панин В. А., Рухадзе А. А., Филиппычев Д. С. // Письма в ЖТФ. 1984. **10**, № 4. С. 228—230. [4] Кузелев М. В., Панин В. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 1984. **27**, № 4. С. 426—435. [5] Кузелев М. В., Панин В. А., Рухадзе А. А. Препринт ФИАН СССР № 28. М., 1984. [6] Балакирев В. А. // ЖТФ. 1983. **53**, № 11. С. 2130—2137. [7] Огнивенко В. В. // Радиотехн. и электроника. 1982. **27**, № 9. С. 1818—1824. [8] Литвак А. Г., Петрухина В. И., Трахтенгерц В. Ю. // Письма в ЖЭТФ. 1973. **18**, № 3, С. 190—193. [9] Кузелев М. В., Рухадзе А. А., Санадзе Г. В., Филиппычев Д. С. // ЖТФ. 1983. **53**, № 2. С. 396—399. [10] Вильхельмссон Х., Вейланд Я. Когерентное нелинейное взаимодействие волн в плазме. М., 1981.

Поступила в редакцию
23.12.85

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1987. Т. 28, № 1

ОПТИКА И СПЕКТРОСКОПИЯ

УДК 539.196:621.378.325:546.314

МОДЕЛЬ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ СПЕКТРА И КИНЕТИКИ ИК ВОЗБУЖДЕНИЯ ТРЕХАТОМНЫХ МОЛЕКУЛ

С. В. Иванов, В. Я. Панченко, А. П. Сухоруков

(кафедра общей физики и волновых процессов)

1. **Введение.** В последние годы большой интерес исследователей вызывает изучение возбуждения и диссоциации малоатомных молекул под действием мощного лазерного ИК излучения [1—3]. Так, в [1] дан обзор экспериментальных работ по воздействию излучения на молекулы OCS, SO_2, NO_2, NH_3, DN_3 в бесстолкновительных условиях. В работах [2, 3] экспериментально исследовалось поглощение и теоретически моделировалась столкновительная диссоциация озона в поле излучения CO_2-лазера. В то же время следует отметить, что к настоящему времени процессы возбуждения малоатомных молекул теоретически изучены слабо и требуют подробного анализа.

Теоретический анализ процессов поглощения молекулярных газов в мощных ИК полях предполагает решение двух связанных задач: 1) расчет колебательно-вращательного (КВ) спектра вплоть до границы диссоциации и 2) выделение каналов возбуждения и моделирования кинетики заселенностей уровней. Решение первой задачи необходимо, как правило, всегда, поскольку для большинства малоатомных молекул экспериментальная спектроскопическая информация известна лишь для ограниченного числа нижних колебательных уровней (см., например, [4]).

В настоящей работе предлагается простая методика моделирования на ЭВМ кинетики поглощения импульсного ИК излучения трехатомными молекулами в столкновительных условиях, основанная на расчете КВ спектра, каналов и сечений каскадного возбуждения.

2. **Расчет КВ спектра трехатомных молекул.** Спектр колебательных уровней трехатомных молекул представляет собой сложную систему благодаря наличию трех типов колебаний и их ангармонического взаимодействия. Потенциальную функцию колебательной энергии мо-