

Следовательно,

$$M = m \operatorname{sinc} (IK_m^2/4\pi k_d); \Delta K_m = \sqrt{1,8\pi k_d/l}; d_{\min} = \sqrt{1,12\lambda l}.$$

Анизотропная дифракция с оптимальной геометрией взаимодействия позволяет получить в  $(f_0/v)\sqrt{1,12\lambda l}$  раз более высокое разрешение, чем изотропная.

При фазовой модуляции несущей гармоническим сигналом  $s(t) = s_0 \exp(j\varphi_0 \cos \Omega_m t)$ . Если глубина модуляции мала ( $\varphi_0 \ll 1$ ), то  $s(t) \approx s_0(1 + j\varphi_0 \cos \Omega_m t)$ . Следовательно, этот случай сводится к предыдущему заменой  $m$  на  $j\varphi_0$ . Частотные характеристики имеют тот же вид, что и при амплитудной модуляции. Таким образом, независимо от вида модуляции разрешение, обеспечиваемое акустооптическим транспарантом в брэгговском режиме дифракции, определяется селективными свойствами акустооптического взаимодействия.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Кулаков С. В. Акустооптические устройства спектрального и корреляционного анализа сигналов. Л., 1978. [2] Балакший В. И., Парыгин В. Н., Чирков Л. Е. Физические основы акустооптики. М., 1985. [3] Балакший В. И., Иванов В. В., Упасена Х. А. // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1983. 26, № 11. С. 3—7. [4] Балакший В. И. // Радиотехн. и электроника. 1982. 27, № 7. С. 1413—1419.

Поступила в редакцию  
25.12.85

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1987. Т. 28, № 1

УДК 534.26

#### ВЛИЯНИЕ КАУСТИЧЕСКОГО ФАЗОВОГО СДВИГА НА ОТРАЖЕНИЕ РЭЛЕЕВСКОЙ ВОЛНЫ ОТ РЕБРА КЛИНА

В. В. Крылов

(кафедра акустики)

Согласно известным положениям геометрической оптики (акустики), при касании лучом каустики волнового поля соответствующая данному лучу волна приобретает сдвиг по фазе  $\Delta\psi_k$ , называемый каустическим фазовым сдвигом [1, 2]. В частности, при отражении от простой каустики  $\Delta\psi_k = -\pi/2$ . Обычно этот сдвиг не имеет практического значения, так как, влияя только на фазу отраженного поля, он никак не проявляется в экспериментах. В данной работе анализируется случай, когда каустический сдвиг фазы становится существенным, определяя не только фазу, но и абсолютную величину поля в точке наблюдения.

Такого рода ситуация возникает в задаче об отражении наклонно падающей поверхностной акустической волны Рэлея от ребра остроугольного упругого клина, которая представляет значительный самостоятельный интерес для ультразвуковой дефектоскопии, акустоэлектроники и сейсмологии [3—5]. Точного решения эта задача не имеет даже в случае падения поверхностной волны по нормали к ребру клина [4, 5]. Что же касается наклонного падения, то оно практически вообще не обсуждалось в литературе. Ниже используется приближенный подход к решению рассматриваемой задачи [6, 7], справедливый для остроугольных клиньев (с углами раствора клина менее  $50-60^\circ$ ) и основанный на представлении падающей на ребро клина рэлеевской

волны в виде суммы двух низших симметричной (продольной) и антисимметричной (изгибной) мод Лэмба одинаковой амплитуды для пластинки с плавно меняющейся толщиной  $h$ . Согласно этому подходу, распространение обеих мод до ребра и от него рассматривается в отдельности с использованием известных решений задач об отражении каждой из них от свободного края бесконечно тонкой пластинки. Далее принимается во внимание тот факт, что в окрестности ребра клина симметричная и антисимметричная моды Лэмба распространяются с различными скоростями. В результате при распространении от точки возбуждения до точки приема между ними появляется зависящая от угла раствора  $\theta$  разность набегов фаз, которая в рамках использованных приближений определяет как фазы, так и амплитуды коэффициентов отражения и прохождения рэлеевской волны в клине.

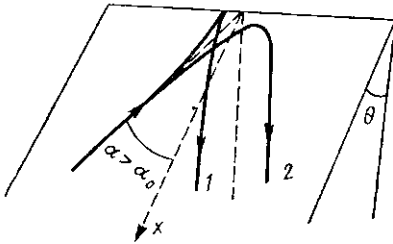


Рис. 1. Геометрия задачи: антисимметричная (1) и симметричная (2) моды

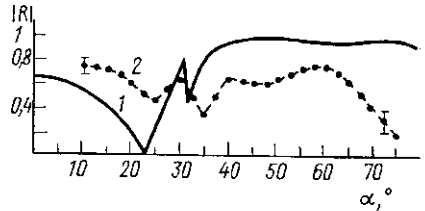


Рис. 2. Зависимость модуля коэффициента отражения  $|R|$  от угла падения  $\alpha$  рэлеевской волны на ребро алюминиевого клина с углом раствора  $\theta=30^\circ$ : 1 — теория, 2 — эксперимент

В интересующем нас случае наклонного падения рэлеевской волны для расчета упомянутых выше набегов фаз естественно воспользоваться приближением геометрической оптики (акустики) слоисто-неоднородных сред [1, 2], являющимся обобщением использовавшегося в работах [6, 7] приближения ВКБ на случай наклонного падения. При этом необходимо принять во внимание, что при подходе к ребру как симметричная, так и антисимметричная моды испытывают рефракцию, характер которой для каждой моды различен вследствие различия законов изменения их скоростей вблизи ребра [8]. Скорость антисимметричной (изгибной) моды уменьшается от скорости рэлеевской волны  $c_R$  до нуля (при  $h \rightarrow 0$ ), поэтому данная мода подходит к ребру практически по нормали (рис. 1). Скорость же симметричной (продольной) моды при уменьшении  $h$ , наоборот, увеличивается от  $c_R$  до так называемой «пластиночной» скорости  $c_p = 2c_t(1 - c_t^2/c_l^2)^{1/2}$ , где  $c_{l,t}$  — скорости продольной и сдвиговой объемных волн. В результате симметричная мода падает под более косым углом на ребро (см. рис. 1), и начиная с некоторого критического угла падения  $\alpha = \alpha_0$  у нее появляется точка поворота. Таким образом, лучи, падающие под углами  $\alpha \geq \alpha_0$ , формируют простую каустику [2], при отражении от которой симметричная мода приобретает каустический фазовый сдвиг  $\Delta\phi_k = -\pi/2$ .

Проанализируем влияние упомянутого фазового сдвига на отражение рэлеевской волны. С этой целью воспользуемся известным соотношением геометрической акустики для фазы волны, распространяющейся в среде, неоднородной в одном направлении [1, 2] (в данном случае

в направлении нормали к ребру клина), и запишем выражение для разности набегов фаз  $\Delta\varphi = \varphi_a - \varphi_s$  антисимметричной и симметричной мод:

$$\Delta\varphi = -2k_R \left\{ \int_0^{\infty} \left[ \frac{k_a^2(x)}{k_R^2} - \sin^2 \alpha \right]^{1/2} dx - \int_{x_n(\alpha)}^{\infty} \left[ \frac{k_s^2(x)}{k_R^2} - \sin^2 \alpha \right]^{1/2} dx \right\}. \quad (1)$$

Здесь  $k_{a,s}(x)$  — волновые числа симметричной и антисимметричной мод, зависящие от координаты  $x$ , отсчитываемой от ребра клина,  $k_R$  — волновое число рэлеевской волны в полупространстве,  $x_n(\alpha)$  — координата точки поворота симметричной моды. С учетом того, что  $h(x, \theta) = 2x \operatorname{tg}(\theta/2)$ , выражение (1) удобно переписать в виде

$$\Delta\varphi = -2\delta(\alpha) / \operatorname{tg}(\theta/2),$$

$$\delta(\alpha) = \frac{k_R}{2} \left\{ \int_0^{\infty} \left[ \frac{k_a^2(h)}{k_R^2} - \sin^2 \alpha \right]^{1/2} dh - \int_{h_n(\alpha)}^{\infty} \left[ \frac{k_s^2(h)}{k_R^2} - \sin^2 \alpha \right]^{1/2} dh \right\}. \quad (2)$$

Согласно формулам (2), значение локальной толщины клина  $h_n(\alpha)$ , характеризующее точку поворота, определяется из уравнения

$$k_s^2(h_n) / k_R^2 - \sin^2 \alpha = 0. \quad (3)$$

Значение же критического угла падения  $\alpha_0$ , начиная с которого эта точка появляется, соответствует замене в выражении (3) величины  $k_s(h_n)$  на  $k_s(0) = k_p = \omega/c_p$ . Таким образом,  $\alpha_0 = \operatorname{arcsin}(c_R/c_p)$ . В частности, для алюминия  $\alpha_0 \approx 32^\circ$ . Действуя далее по аналогии с работами [6, 7], получим выражение для представляющей практический интерес величины — модуля коэффициента отражения рэлеевской волны от ребра клина при наклонном падении:

$$|R| = \left| \sin \left[ \frac{\delta(\alpha)}{\operatorname{tg}(\theta/2)} - \frac{\pi - \theta}{4} + \frac{\Delta\psi_k}{2} \right] \right|. \quad (4)$$

Здесь  $\Delta\psi_k$  — каустический фазовый сдвиг, равный нулю при  $\alpha < \alpha_0$  и  $-\pi/2$  при  $\alpha \geq \alpha_0$ . При  $\alpha = 0$  выражение (4) совпадает с формулой для коэффициента отражения при нормальном падении [6, 7]

$$|R| = \left| \sin \left[ \frac{\delta}{\operatorname{tg}(\theta/2)} - \frac{\pi - \theta}{4} \right] \right|$$

(где  $\delta \equiv \delta(0) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [k_a(h) - k_s(h)] dh$ ), которая описывает наблюдае-

мые в эксперименте [3] многократные осцилляции  $|R|$  при изменении  $\theta$ . Так как зависимости  $k_{s,a}(h)$  не имеют аналитических выражений, при расчетах удобно пользоваться аппроксимациями соответствующих дисперсионных кривых, рассчитанных численными методами (см., например, [8]). В частности, в работах [6, 7] использовались аппроксимации, допускающие аналитическое вычисление величины  $\delta(0)$  и соответственно коэффициента отражения  $|R(\theta)|$ .

При  $\alpha \neq 0$  аналитическое решение получить не удается даже при использовании наиболее простых аппроксимирующих зависимостей и приходится прибегать к численному расчету  $\delta(\alpha)$  и  $|R(\theta, \alpha)|$ . Такой расчет проводился на ЭВМ для алюминиевого клина при аппроксимациях  $k_{s,a}(h)$ , взятых из работ [6, 7]. В целях сравнения полученного

решения с результатами эксперимента, выполненного С. В. Королевым и автором, полученная в процессе расчета зависимость  $\delta(\alpha)$  умножалась на корректирующий множитель  $\gamma$ , определяемый из условия точного совпадения теоретического значения величины  $|R|$  при  $\alpha=0$  с ее экспериментальным значением для этого случая [3]. В частности, для клина с углом раскрыва  $\theta=30^\circ$  использовался множитель  $\gamma=0,915$ , что соответствовало замене значения  $\delta(0)=2,75$ , рассчитанного в работах [6, 7], на  $\delta(0)=2,52$ . Такого рода коррекция была вызвана необходимостью установления начального соответствия (при  $\alpha=0$ ) между теорией и экспериментом, без которого их сравнение при произвольных углах падения  $\alpha$  не имело бы смысла.

На рис. 2 изображена зависимость  $|R(\alpha)|$ , рассчитанная по формулам (2)—(4) для алюминиевого клина с углом  $\theta$ , равным  $30^\circ$ . На этом же рисунке приведена соответствующая экспериментальная зависимость. Как показывают расчеты, наличие каустического фазового сдвига у симметричной моды (при  $\alpha \geq 32^\circ$ ) оказывает существенное влияние на ход теоретической кривой  $|R(\alpha)|$ . В частности, при  $\alpha \approx 32^\circ$  величина  $|R(\alpha)|$  меняется скачкообразно. Подобная аномалия отчетливо наблюдается и в поведении экспериментальных точек. Однако в отличие от теории эксперимент дает более плавное спадание коэффициента отражения при  $30^\circ < \alpha < 35^\circ$ . Частично это может быть объяснено тем, что в теории фигурируют плоские поверхностные волны, в то время как в эксперименте все рассмотренные процессы разыгрывались для реальных волновых пучков, обладающих конечным угловым спектром.

Таким образом, в работе показано, что в задаче об отражении рэлеевской волны от ребра остроугольного клина естественным образом присутствует каустический сдвиг фазы симметричной моды поля, который оказывает существенное влияние на поведение угловых зависимостей модуля коэффициента отражения. Следует отметить, что в отношении роли каустического фазового сдвига рассмотренный выше случай отражения рэлеевской волны, по-видимому, уникален. Эта уникальность обусловлена наличием в задаче опорной волны (антисимметричной моды), не испытывающей отражения от каустики.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. М., 1973. [2] Кравцов Ю. А., Орлов Ю. И. Геометрическая оптика неоднородных сред. М., 1980. [3] Викторов И. А. Звуковые поверхностные волны в твердых телах. М., 1981. [4] Kiporoff L. // Wave propagation in solids. / Ed. J. Miklowitz. N. Y., 1969. P. 3—43. [5] Завадский В. Ю. Вычисление волновых полей в открытых областях и волноводах. М., 1972. [6] Можяев В. Г., Крылов В. В. // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 3, Физ. Астрон. 1985. 26, № 4. С. 76—79. [7] Крылов В. В., Можяев В. Г. // Акуст. журн. 1985. 31, № 6. С. 751—755. [8] Микер Т., Мейтцлер А. // Физическая акустика. / Ред. У. Мэзон. М., 1966. Т. 1, ч. А. С. 140—203.

Поступила в редакцию  
21.10.85