

Подводя итог, следует сказать, что основной характер нелинейности (квадратичный, кубичный) зависит от внешнего поля. В области дорезонансных полей имеет место кубическая нелинейность, обусловленная, по-видимому, развитой доменной структурой с подвижными доменными стенками. В области резонанса характер нелинейности в основном квадратичный. Чрезвычайно большие значения эффективного нелинейного параметра при этом приводят к значительному искажению формы волны даже на расстояниях порядка длины волны.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Полякова А. Л. // Акуст. журн. 1976. 22, № 3. С. 427—431. [2] Ожогин В. И., Преображенский В. Л. // ЖЭТФ. 1977. 73, № 3(9). С. 988—1000. [3] Зарембо Л. К., Карпачев С. Н., Генделев С. Ш. // Письма в ЖТФ. 1983. 9, № 8. С. 502—504. [4] Зарембо Л. К., Карпачев С. Н. // ФТТ. 1983. 25, № 8. С. 2343—2345. [5] Зарембо Л. К., Карпачев С. Н. // ФТТ. 1984. 26, № 7. С. 1943—1945. [6] Туров Е. А., Шавров В. Г. Препринт № 81/1 ИФМ УНЦ АН СССР. Свердловск, 1981.

Поступила в редакцию
20.12.85

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА, АСТРОНОМИЯ. 1987. Т. 28, № 1

УДК 534.222.2

О СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИКАХ ДИФРАГИРУЮЩЕГО АКУСТИЧЕСКОГО ШУМА БОЛЬШОЙ ИНТЕНСИВНОСТИ

О. В. Руденко, В. А. Хохлова

(кафедра общей физики и волновых процессов)

В задачах нелинейной акустики шумовых волн необходимо одновременно учитывать и временную, и пространственную некогерентность. Это вызвано тем, что реальные источники интенсивного звука формируют поля со сложной пространственной структурой и широкими спектрами (шум кавитационного слоя, реактивных струй, волны от взрыва и др.). Из-за расходимости пучков широкополосных волн их временная некогерентность влияет на пространственную статистику уже в линейном приближении [1]. Нелинейность приводит к «растеканию» энергии по спектру и тем самым оказывает сильное дополнительное влияние на частотно-зависимые дифракционные эффекты.

Статистические свойства локализованного в пучке шумового поля будем характеризовать поперечной корреляционной функцией $B = \langle u(x, T_1, r_1) \cdot u(x, T_2, r_2) \rangle$, описывающей изменение как временных (время корреляции), так и пространственных (радиус корреляции) масштабов. Здесь u — колебательная скорость частиц среды, r_1 и r_2 — радиус-векторы точек нахождения приемников звука в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны — оси x , T_1 и T_2 — моменты регистрации.

В работе [1] предложен метод, позволяющий обобщить результаты решения линейной задачи дифракции шума на случай больших интенсивностей. Даны обоснование метода и подробный анализ линейных процессов в широкополосном пучке со случайной поперечной структурой. Следуя [1], перейдем к решению нелинейной задачи.

Пусть исходная поперечная корреляционная функция гауссовского шума имеет вид

$$B_0 = I_0 \exp(-T^2/t_k^2 - r^2/r_k^2 - R^2/R_0^2),$$

где $r = r_1 - r_2$, $R = (r_1 + r_2)/2$, $T = T_1 - T_2$, R_0 — размер пучка, r_k — начальный радиус корреляции.

Ограничимся рассмотрением слабокоррелированного в пространстве излучения ($r_k/R_0 \ll 1$) вблизи оси пучка: $r_1 = 0$, $r_2 = s$ (или $r = -s$, $R = s/2$). Рассмотрим изменение радиуса корреляции на двух наиболее характерных участках: в ближней зоне дифракции, когда в линейном приближении корреляционная функция не изменяется, и в дальней зоне, соответствующей сферической расходимости пучка. Линейная корреляционная функция в каждом сечении, перпендикулярном оси x , в этих случаях предствима в аналитическом виде [1].

Решение нелинейной задачи можно найти, совершая над вспомогательной (линейной) корреляционной функцией B_{aux} преобразование следующего вида (см. [1, (4)]):

$$B(x, \tau, s) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial}{\partial T} B_{aux} \Phi \left[\frac{\tau - T}{2(\epsilon/c_0^2) x \sqrt{\sigma^2(x) - B_{aux}}} \right] dT. \quad (1)$$

Здесь $\sigma^2(x) = B_{aux}(x, T=0, s=0)$, Φ — функция ошибок. Для численных расчетов удобно ввести в (1) безразмерный параметр $N = \sqrt{2}(c_0 t_k)^2 / (\epsilon \sqrt{I_0} r_k R_0)$, характеризующий взаимное влияние нелинейных и дифракционных эффектов. Это число определяется отношением x_p/x_d двух масштабов: нелинейности $x_p = c_0 t_k / \epsilon \sqrt{I_0}$ и дифракции $x_d = r_k R_0 / \sqrt{2} c_0 t_k$ (см. [1, (10)]) пучка в линейном приближении. Длина x_p , входящая в определение $N = x_p/x_d$, соответствует расстоянию образования разрыва в плоской регулярной волне частоты $1/t_k$ и амплитуды $\sqrt{I_0}$. Применимость нашего приближенного метода ограничена областью, в которой волна не содержит разрывов. Это либо малые расстояния $x \ll x_p$ при любых соотношениях между x_p и x_d , либо случай преобладающего влияния дифракционных эффектов $N \gg 1$ (для произвольных x).

Нужно отметить, что для широкополосного излучения введение таким образом нелинейной длины не является вполне корректным. Из-за случайного характера модуляции в волне возможно присутствие выбросов, разрывы на которых могут образовываться на расстояниях $x < x_p$. В то же время относительная доля энергии, поглощенной на разрывах, при $x \ll x_p$ ($N \rightarrow 0$) или $N \gg 1$ (на любых расстояниях) мала, и преобразование (1) будет приближенно верным. Критерием применимости данного приближения при сильно выраженной нелинейности $N \rightarrow 0$ может служить величина отклонения $B(x, \tau=0, s=0)$ от исходного значения интенсивности I_0 . Численные расчеты показали, что, например, для шума с начальной временной корреляционной функцией $\exp(-T^2/t_k^2)$ на расстояниях $z = x/x_p < 0,3$ это отклонение не превышает 0,4%, для $z < 0,4$ — 3%.

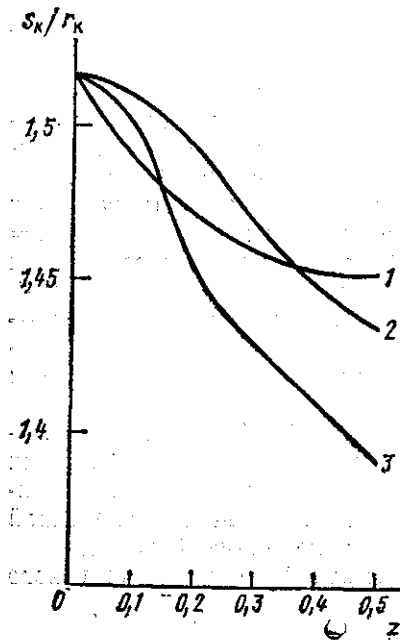


Рис. 1

В случае преобладающего влияния нелинейности ($N=x/x_d \rightarrow 0$) все процессы протекают в ближней зоне дифракции $x/x_d \ll 1$, и можно считать $B_{aux} \approx B_0$, т. е. рассматривать недифрагирующий пучок. На рис. 1 для такого пучка изображены зависимости радиуса корреляции, нормированного на исходное значение r_k , от расстояния в длинах образования разрыва $z=x/x_p$. Радиус корреляции определялся численно по формуле (1) для полной интенсивности шума ($\tau=0$) по уровню 0,1 $B_{aux}(\tau=0, s=0)$. Цифры у кривых соответствуют различным временным корреляционным функциям входного шума:

$$1 - \frac{B_{aux}}{I_0} = \exp\left(-\frac{|\tau|}{t_k} - \frac{s^2}{r_k^2}\right), \quad 2 - \frac{B_{aux}}{I_0} = \exp\left(-\frac{\tau^2}{t_k^2} - \frac{s^2}{r_k^2}\right),$$

$$3 - \frac{B_{aux}}{I_0} = \left(1 - 2\frac{\tau^2}{t_k^2}\right) \exp\left(-\frac{\tau^2}{t_k^2} - \frac{s^2}{r_k^2}\right). \quad (2)$$

Из рис. 1 видно, что начальное спектральное распределение влияет на изменение радиуса корреляции, но во всех случаях нелинейность ведет к его уменьшению. Такая ситуация («обострение» пространственной структуры поля) характерна и для узкополосных шумов, хорошо изученных в оптике [2]. Ее можно пояснить следующим примером.

При распространении в нелинейной среде узкополосного излучения образуются гармоники. Используя предложенный метод [1], можно показать, что область пространственной корреляции тем уже, чем выше номер гармоники. Для пучка с исходным распределением интенсивности и пространственной корреляции по гауссовскому закону $\exp(-R^2/R_0^2 - r^2/r_k^2)$ отношение радиусов корреляции n -й и 1-й гармоник $r_k^{(n)}/r_k^{(1)} = 1/\sqrt{n}$. Ясно, что если радиус корреляции определять по полной интенсивности, суммируя все гармоники, то пространственная когерентность поля будет уменьшаться с увеличением пройденного волной расстояния. В случае широкополосного излучения механизм тот же: сужение области пространственной корреляции из-за «обострения» выбросов при нелинейных взаимодействиях.

В зоне сферической расходимости пучка $x \gg x_d$ численные расчеты нелинейных корреляционных функций были проведены для исходной функции $B_0 = I_0 \exp(-T^2/t_k^2 - R^2/R_0^2 - r^2/r_k^2)$ при $r_k \ll R_0$. На рис. 2 изображены зависимости радиуса корреляции, нормированного на размер излучателя ($s_k/2R_0$), для полной интенсивности ($\tau=0$) по уровню 0,1 от максимального значения от безразмерного расстояния $\sqrt{\beta} = (c_0 t_k / 2R_0^2) x$. Цифры у кривых соответствуют различным значениям числа N . Штриховая линия — изменение радиуса корреляции в линейном приближении ($N \rightarrow \infty$) под влиянием только дифракционных эффектов. Как видно из рис. 2, с усилением нелинейности (уменьшением N) происходит более быстрый рост радиуса корреляции. Можно показать, что такой эффект имеет место лишь при не очень больших N , в данном примере при $N < 4$. При дальнейшем увеличении N значение радиуса корреляции сначала незначительно уменьшается (меньше чем на 2%), а затем возрастает и при $N > 10$ практически не отличается от линейного. Подобную немонотонную зависимость от N можно объяснить следующим образом.

В работе [3] рассматривалась эволюция широких спектров в нелинейной среде (плоские волны) и было показано, что в акустических недиспергирующих средах наблюдается тенденция к сдвигу максимума спектрального распределения в сторону низких частот, а также суже-

ние спектра. Эти результаты описаны теоретически и подтверждены экспериментально [4]. Перекачка энергии в низкие частоты приводит к усилению дифракции (поскольку $x_d \sim \omega$) и тем самым к увеличению радиуса корреляции. Сужение спектра, т. е. увеличение времени корреляции, приводит к усилению роста радиуса корреляции; в области $xR_0/x_d r_k \gg 1$, где пространственная когерентность поля полностью определяется временной статистикой, $r_k \sim \sqrt{2c_0 t_k x}$ [1].

На рис. 3 изображены сечения корреляционной функции в пространственно-временных координатах по уровню $0,1 B(x, \tau=0, s=0)$ на различных расстояниях от источника ($\beta=0,8$ — штриховые и $\beta=0,4$ — сплошные линии) и для различных значений параметра N (цифры у кривых). Как видно из графика, область пространственно-временной когерентности увеличивается с усилением нелинейности, что связано с обсуждавшимися выше деталями трансформации спектра. Максимум корреляции, как и в линейном приближении, наблюдается вблизи значений $\tau = -s^2/2c_0 x$, где компенсируется набег фазы между точками расположения приемников на оси и вблизи нее.

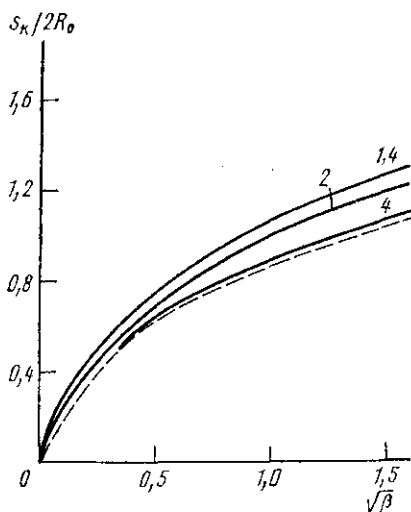


Рис. 2

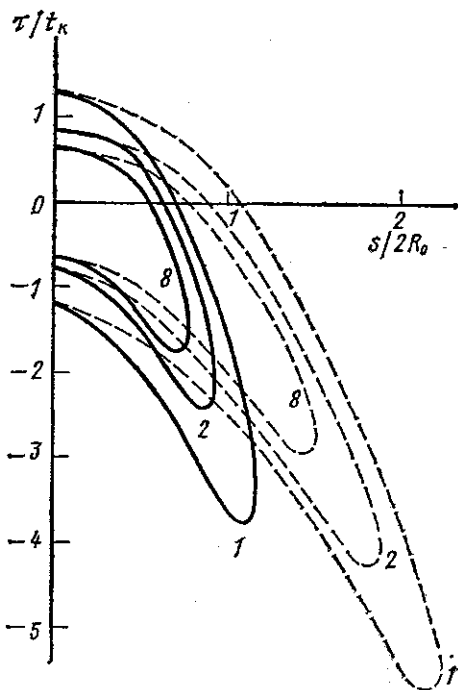


Рис. 3

Таким образом, изменение пространственных статистических характеристик шума при дифракции в нелинейной среде обусловлено влиянием двух конкурирующих эффектов: нелинейность уменьшает радиус корреляции, но в то же время вызывает изменения в спектре, ведущие к расширению области пространственной когерентности по сравнению с линейным случаем.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Руденко О. В., Хохлова В. А. // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 3, Физ. Астрон. 1986. 27, № 5. С. 31—35. [2] Ахманов С. А., Дьяков Ю. Е., Чиркин А. С. Введение в статистическую радиофизику и оптику. М., 1981. [3] Руденко О. В.,

ГЕОФИЗИКА

УДК 551.466

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЛНОВЫХ ДВИЖЕНИЙ В ВОДОХРАНИЛИЩАХ ПРИ НАЛИЧИИ СТРАТИФИКАЦИИ

Н. Н. Нефедов, Ю. Г. Пыркин

(кафедра физики моря и вод суши)

Исследование придонных плотностных течений в водохранилищах является весьма интересной с точки зрения теории и важной в прикладном смысле задачей. Изучаемое явление довольно сложно с физической точки зрения, поэтому значительное количество экспериментального материала не нашло до настоящего времени однозначного теоретического объяснения. В ряде экспериментов было обнаружено интересное явление — периодические возмущения границы раздела слоев с различной плотностью [1]. Применительно к водохранилищам плотностная стратификация может быть обусловлена различием в температуре или в содержании твердых взвешенных частиц.

В настоящей работе предлагается один из возможных механизмов — волновой — и рассматривается математическая модель, позволяющая качественно объяснить наблюдаемое в эксперименте явление. Рассмотрим некоторые физические предположения, которые необходимо принять при теоретическом изучении задачи. Плотностная структура жидкости предполагается двухслойной: верхний слой имеет постоянную плотность ρ_1 , нижний — ρ_2 ; будем считать также, что глубина и плотность не меняются вдоль горизонтальной координаты x . Пусть граница раздела совершает гармонические колебания с частотой вынуждающей силы, которая задается с помощью колебаний расхода жидкости на входе водохранилища. Такой механизм имеет место в водохранилищах на горных реках, где колебания расхода происходят за счет суточного хода интенсивности таяния ледников, из которых берет начало горная река.

В соответствии со сделанными физическими предположениями перейдем к математической постановке задачи. Рассмотрим слой идеальной жидкости $Q = \{(x, z) : 0 \leq x < L, -H \leq z \leq 0\}$, в котором плотность зависит лишь от вертикальной координаты z и является кусочно-постоянной функцией:

$$\rho(z) = \begin{cases} \rho_1, & 0 \leq z < -h, \\ \rho_2, & -h < z \leq -H. \end{cases}$$

Рассматривая установившиеся решения задачи, т. е. зависящие от времени по закону $e^{i\sigma t}$, где σ — частота вынуждающей силы, предполагая, что колебания малы и могут быть описаны линеаризованными