КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

УДК 530.145:530.12

ТОЧНЫЕ ВОЛНОВЫЕ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ

А. С. Вшивцев, А. В. Татаринцев

(кафедра теоретической физики)

В последнее время большой интерес в теории калибровочных полей вызывают непертурбативные эффекты, являющиеся следствием взаимодействия полей Янга—Миллса (ЯМ) с материальными полями и полями Хиггса. Такое взаимодействие наряду со сложным самодействием глюонов приводит к нетривиальным свойствам системы полей. Нелинейный характер уравнений ведет к многочисленным явлениям, выходящим за рамки теории возмущений (инстантоны [1, 2], монополи [3], дионы [4]). Одним из важных проявлений неабелевых свойств полей Янга—Миллса оказалась сложная топологическая структура вакуума КХД [5, 6], в основе которой лежат эффекты квантового туннелирования между секторами с различным топологическим зарядом. Другое интересное свойство классических полей ЯМ — стохастичность. Как было показано в ряде работ [7—14], поля ЯМ обладают стохастическими решениями. При этом введение поля Хиггса [7] и учет взаимодействия ЯМ-полей с конденсатом хиггсовских бозонов приводит к устранению стохастичности для некоторого критического значения напряженности конденсата. Значение критической напряженности конденсата было оценено по результатам численных расчетов и оказалось равным $\eta^2 \approx 0{,}78\sqrt{E/g}$, где E — сохраняющаяся энергия [7].

Как известно, в области интегрируемости уравнений движения основной вклад в эффективное действие вносится классическими траекториями. В работах [15—21] такие траектории волнового типа были получены для чистых ЯМ-полей, принадлежащих сектору стохастичности решений. В этой заметке будут найдены классические волновые решения уравнений движения для системы $SU(2)$ полей ЯМ и изодублета хиггсовских бозонов. Исходный лагранжиан

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F^a_{\mu\nu} F^a_{\mu\nu} + \frac{1}{2} (D_\mu \varphi)^+ (D_\mu \varphi) - U(\varphi). \qquad (1)$$

Здесь $F^a{}_{\mu\nu}$ — тензор $SU(2)$ поля ЯМ, $D_\mu = \partial_\mu - i\frac{g}{2}\sigma_a A^a_\mu$ — ковариантная производная, а $U(\varphi) = \frac{\lambda}{4}|\varphi|^4 - \frac{m^2}{2}|\varphi|^2$ — стандартный потенциал Хиггса. Будем использовать следующий анзац для полей, входящих в лагранжиан:

$$A^a_0 = 0, \quad A^a_i = \varepsilon^{aik} n_k \left(\sqrt{2}\, m/g\right) \Phi(px), \quad \varphi = (2m/g)\, \chi(px)\, u, \qquad (2)$$

где $\mathbf{n} = \mathbf{p}/|\mathbf{p}|$ — единичный вектор, $p_\mu = (p_0, \mathbf{p})$ — 4-вектор, играющий роль волнового вектора, u — постоянный столбец, удовлетворяющий условию нормировки $u^+u = 1$, а $\psi \equiv px = p_\mu x^\mu$ — аргумент неизвестных действительных функций Φ и χ, при этом положим $p^2 \geqslant 0$. Уравнения для новых неизвестных функций Φ и χ образуют согласованную систему

$$\varepsilon^2 \frac{d^2}{d\psi^2}\Phi + \chi^2 \Phi + 2\Phi^3 = 0, \quad \varepsilon^2 \frac{d^2}{\partial\psi^2}\chi + (\Phi^2 - 1)x + \nu^2\chi^3 = 0. \qquad (3)$$

Параметры $\varepsilon^2 = p^2/m^2$, $\nu^2 = 4\lambda/g^2$ выражаются через исходные параметры задачи. Система (3) описывает эффективное движение классической частицы с массой $m_{eff} = \varepsilon^2 \geqslant 0$ в плоскости с координатами $\Phi(\psi)$, $\chi(\psi)$, где ψ играет роль времени, а потенциальная энергия имеет вид $U(\Phi, \chi) = \frac{1}{2}\Phi^4 + \frac{\nu^2}{4}\chi^4 + \frac{1}{2}\chi^2(\Phi^2 - 1)$.

Полная энергия для системы (3) является интегралом движения. Полученные уравнения имеют несингулярные волновые решения, выражаемые через эллиптические функции Якоби [22, 23], зависящие от аргумента $\theta=\psi/\varepsilon+\theta_0$, где θ_0 — произвольная фаза. Выпишем их явный вид:

$$\Phi(\theta)=A_1\,\mathrm{sn}(B_1\theta|k_1),\quad \chi(\theta)=A_2\,\mathrm{cn}(B_1\theta|k_1),\tag{4}$$

где $A_1^2=\dfrac{2-2\nu^2}{4\nu^2-3},\ A_2^2=\dfrac{2}{4\nu^2-3},\ B_1^2=\dfrac{3-2\nu^2}{4\nu^2-3},\ k_1^2=\dfrac{2\nu^2-1}{3-2\nu^2},$

а параметр ν^2 изменяется в пределах $3/4<\nu^2\leqslant 1$, что соответствует $1/3<k_1^2\leqslant 1$, и

$$\Phi(\theta)=A_3\,\mathrm{cn}(B_2\theta|k_2),\quad \chi(\theta)=A_4\,\mathrm{dn}(B_2\theta|k_2),\tag{5}$$

где

$$A_3^2=\frac{(2\nu^2-2)(2\nu^2-3)}{(2\nu^2-1)(4\nu^2-3)},\quad A_4^2=\frac{8\nu^2-8}{(2\nu^2-1)(4\nu^2-3)},\quad B_2^2=\frac{4\nu^2-4}{4\nu^2-3},\quad k_2^2=\frac{2\nu^2-3}{4\nu^2-4},$$

а $3/2\leqslant\nu^2<\infty$, соответственно $0\leqslant k_2^2\leqslant 1/2$.

Решение (5) при $\nu^2\to\infty$ переходит в решение для поля ЯМ типа решений, полученных в [17, 21], а при $\nu^2\to 3/2$ — в вакуумное (конденсатное) решение для поля Хиггса $\chi=\pm 1/\nu=\pm\sqrt{2/3}$. При $\nu^2=3/2+\delta^2$, где $\delta^2\ll 1$, решение (5) представляет собой малые возмущения на фоне конденсата Хиггса и пертурбативного вакуума теории ЯМ.

Эффективное действие W для эллиптических волновых решений в нулевом, классическом приближении соответствует массе покоя волны и равно $W^{(0)}=S^{(0)}/(L^3T)$, где L, T — характерные размер и временной интервал системы, которые обычно полагают достаточно большими, $S^{(0)}$ — классическое действие на траектории. Заметим, что для решений (4) $S^{(0)}$ имеет сингулярность при $\nu^2=3/4$, что соответствует $k^2=1/3$. Действительно, усредняя в выражении для действия по достаточно большому временному интервалу $T\gg\tau(k^2)$, где τ — период функций Якоби, получим для решений (4) и (5) соответственно

$$W^{(0)}(k^2)=\frac{2m^4}{g^2(3k^2-1)^2}\{3k^4-2k^2-1+\alpha_2(k)(4k^4+8k^2+4)+$$
$$+\alpha_4(k)(-12k^4-4k^2)\},\quad 1/3<k^2\leqslant 1,\tag{6}$$

$$W^{(0)}(k^2)=\frac{2m^4}{g^2(1-k^2)(3-2k^2)^2}\{(3-8k^2)(1-k^2)+4k^2\alpha_2(k)(-4k^4+2k^2+1)+$$
$$+4k^4(4k^2-3)\alpha_4(k)\},\quad 0\leqslant k^2\leqslant 1/2,\tag{7}$$

где $\alpha_m(k)=\dfrac{1}{\tau}\displaystyle\int_0^\tau d\xi\,\mathrm{sn}^m(\xi|k)$. Из формулы (6) видно, что предел $k^2=1/3+\delta$, $\delta\to+0$ описывает особенность в поведении эффективного действия $W^{(0)}|_{k^2=1/3+\delta}\approx\approx\dfrac{2m^4}{g^2\delta^2}C$. Используя частные значения функций α_m в точке $k^2=1/3$, легко найти, что постоянная $C\approx 0{,}14$. Для $k^2>1$ или $\nu^2>1$ решение (4) отсутствует, следовательно, $W^{(0)}=0$; с другой стороны, при $k^2=1-\delta$, $\delta\to+0$ эффективное действие $W^{(0)}|_{k^2=1-\delta}=O(\delta^2)$, что указывает на непрерывность $W^{(0)}$ в точке $k^2=1$. Из формулы (7) легко получить, что $W^{(0)}=\dfrac{m^4}{g^2}\cdot\dfrac{2}{3}$ для $k^2=0$ соответствует вакуумному значению $W^{(0)}$ и $W^{(0)}\approx 0{,}2m^4/g^2$ для $k^2=1/2$. Неаналитическая зависимость $W^{(0)}$ для полей ЯМ и Хиггса от параметра в точке $\nu^2=3/4$ сопровождается ростом амплитуд A_1 и A_2 и частоты B_1 решений (4), что указывает на возможность существования эффектов типа параметрического резонанса. Вклад подобных решений в амплитуду вероятности экспоненциально подавлен за счет большого (в пределе резонанса — неограниченного) классического действия, соответствующего этим решениям. В то же время подобные явления, не будучи наблюдаемыми, могут оказывать существенное влияние на «внутренние» эффекты кварк-глюонных систем с полями Хиггса. Возможно, они окажутся полезными при изучении свойств стохастичности и стохастического квантования теории ЯМ.

В заключение авторы выражают признательность проф. И. М. Тернову и В. Ч. Жуковскому за интерес к работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Polyakov A. M.//Phys. Lett. 1975. **B59**, N 1. P. 82—84; Belavin A. A., Polyakov A. M., Schwartz A. S., Tyupkin Yu. S.//Там же. P. 85—87. [2] 't Hooft G.//Nucl. Phys. 1976. **37**, N 1. P. 8—11. [3] 't Hooft G.//Nucl. Phys. 1974. **B79**, N 2. P. 276—284; Поляков А. М.//Письма в ЖЭТФ. 1974. **20**. С. 430—432. [4] Julia B., Zee A.//Phys. Rev. 1975. **D11**, N 8. P. 2227—2232. [5] Jackiw R., Rebbi C.//Phys. Rev. Lett. 1976. **37**, N 3. P. 172—175. [6] Callan C. G., Dashen R. F., Gross D. J.//Phys. Lett., 1976. **B63**, N 3. P. 334—340. [7] Матинян С. Г., Саввиди Г. К., Тер-Арутюнян-Саввиди Н. Г.//Письма в ЖЭТФ. 1981. **34**, № 11. С. 613—616. [8] Авакян А. Р., Арутюнян С. Г., Басеян Г. З.//Письма в ЖЭТФ. 1982. **36**, № 10. С. 372—374. [9] Чириков Б. В., Шепелянский Д. Л.//Ядерная физика. 1982. **36**, № 6. С. 1563—1576. [10] Chang S.-J.//Phys. Rev. 1984. **D29**, N 2. P. 259—268. [11] Gorski A.//Acta Phys. Pol. 1984. **B15**, N 6. P. 465—471. [12] Savvidy G. K.//Nucl. Phys. 1984. **B246**, N 2. P. 302—334. [13] Savvidy G. K. Препринт ЕрФИ № 747/62. Ереван, 1984. [14] Матинян С. Г.//Физика элементарных частиц и атомного ядра. 1985. **16**, № 3. С. 522—550. [15] Coleman S.//Phys. Lett. 1977. **B70**, N 1. P. 59—60. [16] Actor A.//Lett. in Math. Phys. 1978. **2**. P. 275—288. [17] Басеян Г. З., Матинян С. Г., Саввиди Г. К.//Письма в ЖЭТФ. 1979. **29**, № 10. С. 641—644. [18] Бацула О. И., Гусынин В. П.//Укр. физ. журн. 1981. **26**, № 8. С. 1233—1238. [19] Kovacs E.//J. Math. Phys. 1982. **23**, N 5. P. 834—838. [20] Матинян С. Г., Саввиди Г. К., Тер-Арутюнян-Саввиди Н. Г.//ЖЭТФ. 1981. **80**, № 3. С. 830—838. [21] Агаев Ш. С., Вшивцев А. С., Жуковский В. Ч., Семенов О. Ф., Татаринцев А. В. Деп. ВИНИТИ № 8022-84 от 17.12.1984. М., 1984. [22] Абрамовиц М., Стиган И. Справочник по специальным функциям. М., 1979. [23] Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. М., 1974.

Поступила в редакцию
02.06.86

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1987. Т. 28, № 1

УДК 537.636

О ПОРЯДКАХ ВЕЛИЧИНЫ ЭФФЕКТОВ ТОРМОЖЕНИЯ ИЗЛУЧЕНИЕМ ДЛЯ НАИБОЛЕЕ БЫСТРЫХ ЭЛЕКТРОНОВ В МАКСИМАЛЬНО ДОСТИЖИМЫХ МАГНИТНЫХ ПОЛЯХ

Н. П. Клепиков

(кафедра теоретической физики)

Согласно классической электродинамике движение одной заряженной частицы во внешнем электромагнитном поле описывается уравнением Лоренца—Дирака

$$w_i = \frac{e}{mc^2} F_{ik}u_k + \frac{2}{3}\frac{e^2}{mc^2}\left(\frac{dw_i}{ds} - u_i w^2\right), \qquad (1)$$

где внешнее поле предполагается известным как функция координат частицы $x_i = (\mathbf{r}, ict)$. Используются обычные обозначения $u_i = dx_i/ds$, $ds = c\sqrt{1-\beta^2}$, $\beta = v/c$, $w_i = du_i/ds$. История формулировки и свойства уравнения (1) и его решений подробно изложены в обзоре [1].

Для электронов $r_0 = \frac{2}{3}\frac{e}{mc^2} = 1{,}837\cdot 10^{-15}$ м, а для других заряженных частиц эта величина еще меньше. Поэтому для всех известных лабораторных и космических ситуаций сила торможения излучением очень мала по сравнению с силой, действующей со стороны внешнего поля, в системе отсчета, в которой частица в соответствующий момент покоится. Это, однако, не означает, как отметил еще Померанчук [2], что в системе отсчета, где частица движется быстро, сила торможения излучением мала. Поэтому представляет интерес оценить величины эффектов торможения излучением различных порядков для электронов наибольших достижимых в настоящее время энергий в рекордно достижимых импульсных полях и проанализировать, возможна ли экспериментальная проверка действия высших членов силы торможения излучением (за пределами члена первого порядка по r_0). Дело в том, что некоторые авторы [3, 4] полагают, что правильным уравнением движения вместо (1) является