ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

УДК 530.12

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПЛОСКИХ ГРАВИТАЦИОННЫХ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН ВО ВНЕШНЕМ ГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ

В. И. Денисов, В. А. Елисеев

(кафедра квантовой теории и физики высоких энергий)

В последнее время в научной литературе наряду с общей теорией относительности (ОТО) активно обсуждаются и другие варианты теории гравитационного взаимодействия. Среди них особое место занимают метрические теории гравитации, т. е. теории, согласно которым воздействие гравитационного поля на остальные поля материи осуществляется через метрический тензор риманова пространства-времени. Все метрические теории гравитации условно можно разделить на две большие группы в зависимости от того, риманова или псевдоевклидова геометрия является естественной геометрией для гравитационного поля в данных теориях. Так, например, ОТО Эйнштейна и релятивистская теория гравитации [1] относятся к первой группе, а полевая теория гравитации [2] — ко второй.

Детальный анализ метрических теорий показал, что эти теории, достаточно хорошо описывая всю имеющуюся совокупность гравитационных экспериментов, зачастую оказываются неотличимыми от ОТО с точки зрения любых постньютоновских экспериментов, которые когда-либо могут быть осуществлены в пределах Солнечной системы.

Однако это не означает, что они являются неразличимыми, поскольку указанные две группы теорий дают существенно различающиеся предсказания о распространении гравитационных волн во внешних гравитационных полях. В частности, все теории первой группы предсказывают единообразное распространение гравитационных и электромагнитных волн во внешних гравитационных полях: гравитационные волны в той же мере, что и электромагнитные, подвержены гравитационному смещению частоты, испытывают равное с ними искривление луча и имеют равные скорости распространения. В теориях второй группы внешние гравитационные поля, оказывая такое влияние на распространение электромагнитных волн, абсолютно не воздействуют на распространение гравитационных волн. Поэтому изучение распространения гравитационных волн и их взаимодействия с электромагнитными полями во внешних гравитационных полях является тем необходимым экспериментальным тестом, который в будущем позволит сделать выбор между двумя основными группами метрических теорий.

Конечно, принципиально решить вопрос о степени влияния внешнего гравитационного поля на распространение гравитационных волн можно только с помощью прямого эксперимента, например измеряя отклонение гравитационного луча в гравитационном поле Солнца. Однако для постановки такого эксперимента необходимо, во-первых, иметь технические возможности для детектирования гравитационных волн в лабораторных условиях и, во-вторых, измерять промежуток времени между моментами прихода гравитационного сигнала к двум независимым детекторам, разнесенным на большое ($L \sim 10^3$ км) расстояние, с точностью не хуже $\Delta\tau \sim 10^{-7}$ с. Поэтому несомненный интерес представляет теоретическое изучение и таких экспериментов, в которых эффект воздействия внешнего гравитационного поля на распространение гравитационных волн проявляется косвенно.

Сравнению предсказаний указанных двух групп теорий гравитации относительно одной из таких экспериментальных ситуаций и посвящена настоящая работа.

Предположим, что в достаточно слабом внешнем однородном гравитационном поле в направлении вектора $\mathbf{n}$ распространяется плоская электромагнитная волна, тензор электромагнитного поля которой имеет вид

$$F_{nm} = \overset{(0)}{F}_{nm} \exp\{i(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r})\}, \tag{1}$$

где, как обычно, $\overset{(0)}{F}_{nm}$ — амплитуда, $\mathbf{k}$ — волновой вектор, ω — частота волны. Предположим далее, что в направлении вектора $\mathbf{N}$ в этом же поле распространяется и плоская гравитационная волна, отличные от нуля компоненты которой имеют вид

$$\varphi_{\alpha\beta} = \Phi_{\alpha\beta} \exp\{i(\Omega t - \mathbf{K}\mathbf{r})\}, \tag{2}$$

где $\Phi_{\alpha\beta}$ — амплитуда волны, удовлетворяющая условиям TT-калибровки

$$\Phi_\alpha{}^\alpha = 0; \quad \Phi_{\alpha\beta} N^\beta = 0.$$

Изучим взаимодействие этих волн во внешнем квазиоднородном гравитационном поле с точки зрения двух групп метрических теорий гравитации и выясним характерные отличия в их предсказаниях.

Влияние внешнего гравитационного поля на изучаемый процесс в рассматриваемом случае можно описать единственным параметром α. В частности, полагая $\mathbf{k} = (\omega/c\alpha)\mathbf{n}$, $\mathbf{K} = (\Omega/c)\mathbf{N}$, где $\mathbf{n}$ и $\mathbf{N}$ — единичные векторы, легко показать, что при $\alpha < 1$ получаемые результаты будут соответствовать расчету в рамках теорий гравитации второй группы, в то время как при $\alpha = 1$ получаемые результаты будут относиться к случаю одинакового влияния внешнего поля на обе волны, как это имеет место в теориях первой группы.

В линейном приближении по амплитуде гравитационной волны общековариантные уравнения Максвелла дают следующее уравнение, описывающее взаимодействие электромагнитной (1) и гравитационной (2) волн во внешнем гравитационном поле:

$$\left[\frac{1}{\alpha^2 c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta\right] a^l_{(\pm)} = j^l_{(\pm)} \exp\{i[(\omega \pm \Omega)t - (\mathbf{k} \pm \mathbf{K})\mathbf{r}]\}, \tag{3}$$

где $a^l = a^l_{(+)} + a^l_{(-)}$ — 4-потенциал электромагнитного поля, возникающего в результате взаимодействия волн (1) и (2);

$$j_{(\pm)\beta} = \pm \frac{\omega\Omega}{c\alpha^2}\left[\frac{\overset{(0)}{F}_{l\beta}\Phi^l_\nu}{\Omega} - \frac{\overset{(0)}{F}_{\nu l}\Phi^l_\beta}{\omega}\right](n^\nu - \alpha^2 N^\nu),$$

$$j^0_{(\pm)} = \frac{j_{\alpha(\pm)}}{\omega \pm \Omega}(k^\alpha \pm K^\alpha). \tag{4}$$

Решение уравнений (3) существенно зависит от соотношений между величинами α, $\omega \pm \Omega$ и $|\mathbf{k} \pm \mathbf{K}|$. Рассмотрим сначала потенциал $a^l_{(+)}$.

С математической точки зрения здесь возможны следующие два случая. Предположим, что $\omega+\Omega\neq\alpha c|\mathbf{k}+\mathbf{K}|$, т. е. ток взаимодействия в правой части уравнения (3) представляет собой волну, распространяющуюся со скоростью, отличной от αc — скорости электромагнитной волны в эффективном римановом пространстве-времени. Тогда из уравнения (3) легко получить, что

$$a^l_{(+)} = -\frac{j^l_{(+)} \exp\{i[(\omega+\Omega)t-(\mathbf{k}+\mathbf{K})\mathbf{r}]\}}{(\omega+\Omega)^2/\alpha^2c^2-(\mathbf{k}+\mathbf{K})^2}. \tag{5}$$

Если же поверхность постоянной фазы тока взаимодействия распространяется со скоростью αc $(\omega+\Omega=\alpha c|\mathbf{k}+\mathbf{K}|)$, то решение уравнения (3) приобретает вид

$$a^l_{(+)} = -\frac{i\alpha^2 t}{\omega+\Omega} j^l_{(+)} \exp\{i[(\omega+\Omega)t-(\mathbf{k}+\mathbf{K})\mathbf{r}]\}. \tag{6}$$

Аналогичным образом можно выделить два существенно различных решения и для потенциала $a^l_{(-)}$. В частности, при $|\omega-\Omega|\neq\alpha c|\mathbf{k}-\mathbf{K}|$ уравнение (3) дает

$$a^l_{(-)} = -\frac{j^l_{(-)} \exp\{i[(\omega-\Omega)t-(\mathbf{k}-\mathbf{K})\mathbf{r}]\}}{(\omega-\Omega)^2/\alpha^2c^2-(\mathbf{k}-\mathbf{K})^2}. \tag{7}$$

В случае же, когда $\omega-\Omega=\alpha c|\mathbf{k}-\mathbf{K}|$, получаем

$$a^l_{(-)} = -\frac{i\alpha^2 t}{\omega-\Omega} j^l_{(-)} \exp\{i[(\omega-\Omega)t-(\mathbf{k}-\mathbf{K})\mathbf{r}]\}. \tag{8}$$

Следует отметить, что резонансный рост амплитуды в выражениях (6) и (8) возможен только при отсутствии любых диссипативных процессов и бесконечной протяженности цугов электромагнитных и гравитационных волн. В реальных же ситуациях множитель t в этих выражениях не может превышать некоторой величины $T=L/c$, где L — характерный размер области когерентного взаимодействия.

Проанализируем теперь полученное решение с точки зрения двух групп метрических теорий гравитации. В случае первой группы теорий такой анализ провести достаточно просто. Действительно, полагая $\alpha=1$, легко убедиться, что условия резонанса $\omega\pm\Omega=\alpha c|\mathbf{k}\pm\mathbf{K}|$ выполняются, если $\mathbf{n}=\mathbf{N}$, т. е. только в том случае, когда волны (1) и (2) распространяются в одном направлении. Однако соответствующие амплитуды $j^l_{(\pm)}$ тока взаимодействия, как следует из выражения (4), в этом случае тождественно равны нулю. Таким образом, во всех метрических теориях гравитации первой группы резонансное взаимодействие свободных электромагнитных и гравитационных волн во внешнем поле отсутствует.

При распространении волн (1) и (2) в разных направлениях $\mathbf{n}\neq\mathbf{N}$ 4-потенциалы возникающего излучения на суммарной и разностной частотах отличны от нуля и определяются выражениями (5) и (7).

В случае метрических теорий гравитации, относящихся ко второй группе, ситуация несколько сложнее. В частности, на суммарной частоте условие резонанса $(\omega+\Omega)=\alpha c|\mathbf{k}+\mathbf{K}|$ не выполняется при любой ориентации векторов $\mathbf{n}$ и $\mathbf{N}$. Поэтому возникающее излучение на суммарной частоте описывается выражением (5). На разностной же частоте условие резонанса принимает вид

$$\mathbf{nN} = \frac{1}{\alpha} - \frac{\Omega(1-\alpha^2)}{2\alpha\omega}. \tag{9}$$

Детальный анализ этого соотношения показывает, что при выполнении следующих трех групп условий:

$$
\begin{aligned}
&\text{а) } \omega<\Omega<2\omega, \quad 1>\alpha>2\omega/\Omega-1,\\
&\text{б) } \Omega=2\omega, \quad \alpha<1,\\
&\text{в) } \Omega>2\omega, \quad 1>\alpha>1-2\omega/\Omega
\end{aligned}
\tag{10}
$$

найдется такая ориентация единичных векторов $\mathbf{n}$ и $\mathbf{N}$ (причем $\mathbf{nN}\neq\neq 1$), при которой излучение на разностной частоте будет иметь резонансный характер и описываться выражением (8). Во всех же иных случаях 4-потенциал возникающего излучения будет определяться выражением (7).

Таким образом, метрические теории гравитации второй группы в отличие от теорий первой группы предсказывают, что при выполнении условий (9)—(10) возникающее излучение на разностной частоте должно иметь резонансный характер. В частности, при $\Omega=2\omega$ в теориях второй группы возможно непрерывное усиление плоской электромагнитной волны плоской гравитационной волной, тогда как для теорий первой группы, как было отмечено в [3], этот эффект невозможен. Оценивая перспективы наблюдения данного эффекта, следует прежде всего отметить, что в настоящее время уровень развития экспериментальной техники не позволяет осуществить даже простую регистрацию гравитационных волн. А так как рассмотренный нами эффект по своей природе является более тонким, то он предъявляет еще более жесткие требования к постановке эксперимента.

Однако некоторые перспективы для наблюдения такого эффекта все же имеются. Действительно, в настоящее время реальным представляется создание оптических систем со средней мощностью до 10^7 Вт [4] и импульсной мощностью до 10^{15} Вт [5]. Тогда для наблюдения эффекта резонансного превращения гравитационной волны в электромагнитную на разностной частоте, как показывает анализ, необходимо, чтобы произведение амплитуды гравитационной волны h на ее частоту Ω достигало значения $h\Omega\sim10^{-14}$ $с^{-1}$ (в случае импульсного источника гравитационных волн и использования лазера с большой импульсной мощностью эта величина может быть улучшена на 3—4 порядка). Согласно результатам работы [6] и оценкам, приведенным в [7], такая величина произведения $h\Omega$ характерна лишь для относительно редких всплесков гравитационных волн, приходящих из района ядра Галактики.

Итак, рассмотренный эффект не только представляет теоретический интерес, но и дает возможность (по крайней мере после осуществления регистрации гравитационных волн, приходящих из района ядра Галактики) поставить гравитационно-волновой эксперимент, позволяющий сделать выбор между двумя группами метрических теорий гравитации.

В заключение авторы выражают глубокую благодарность академику А. А. Логунову за постоянное внимание к работе, а также профессору В. Б. Брагинскому за ценные обсуждения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Логунов А. А., Мествиришвили М. А.//ТМФ. 1984. **61**, № 3. С. 327—346. [2] Денисов В. И., Логунов А. А.//ЭЧАЯ. 1982. **13**, № 4. С. 757—934. [3] Брагинский В. Б. и др.//ЖЭТФ. 1973. **65**. С. 1729—1737. [4] Газовые

лазеры/Под ред. И. Мак-Даниеля и У. Нигэна. М., 1986. [5] Holzrichter J. F.// //Nature. 1985. 316, № 6026. P. 309. [6] Hawking S. W.//Phys. Rev. Lett. 1971. 26. P. 1344—1346. [7] Нарликар Дж. Неистовая Вселенная. М., 1985.

Поступила в редакцию
27.12.85
После переработки —
20.11.86

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1987. Т. 28, № 2

УДК 530.1:530.12:531.51

МНОГОМЕРНОЕ ОБЪЕДИНЕНИЕ МОДЕЛИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ И СЛАБЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ ВАЙНБЕРГА—САЛАМА С ГРАВИТАЦИЕЙ: ФЕРМИОННЫЙ СЕКТОР

В. В. Кислов

(кафедра теоретической физики)

В предыдущей работе [1] было показано, что бозонный сектор модели Вайнберга—Салама хорошо вкладывается в многомерной римановой геометрии в схему Калуцы—Клейна при обобщении зависимости от дополнительных координат. В 6-мерной теории легко удалось реализовать калибровочные поля с группой $SU(1,1)\times U(1)$. Отмечалось также, что в 7-мерной модели (с топологией внутреннего пространства $S^2\times S^1$) легко описать набор полей с калибровочной группой $SU(2)\times U(1)$. При этом лагранжиан бозонного сектора получался после размерной редукции из лагранжиана

$$\mathscr{L}_B=\sqrt{-G^*}\left[-\frac{1}{2\varkappa}R^*+\Lambda^*\right], \tag{1}$$

где $\sqrt{-G^*}$ — корень из определителя метрического тензора ${}^*G_{AB}$, R^* — многомерная скалярная кривизна, Λ^* — космологическая «постоянная».

Однако оказывается, что в предложенной модели удается геометрически описать не только бозонный сектор, но и взаимодействие внешней спинорной материи со скалярными и векторными полями. При этом исходный лагранжиан зададим в виде суммы геометрической бозонной части и многомерного свободного спинорного лагранжиана. Проиллюстрируем это на примере 6-мерной модели (обобщение на 7-мерный случай проводится аналогичным образом с тем лишь отличием, что из-за иного выбора топологии внутреннего пространства изменится зависимость метрики от дополнительных координат):

$${}^6\mathscr{L}_0={}^6\mathscr{L}_B+{}^6\mathscr{L}_\psi, \tag{2}$$

$${}^6\mathscr{L}_\psi=i\bar{\psi}\Gamma^M\nabla_M\psi+(\text{к. с.})^*, \tag{3}$$

где ψ — 8-компонентный спинор, Γ^M — 8×8 матрицы, определяющие образующие алгебры Клиффорда $C(1,5)$ [2], ∇_M — ковариантная производная на 6-мерном римановом многообразии. Представление Г-матриц выберем согласно [3] в виде

$$\Gamma_\mu=\gamma_\mu\otimes\tau_3;\ \Gamma_5=i\cdot1\otimes\tau_1;\ \Gamma_6=i\cdot1\otimes\tau_2, \tag{4}$$

* Для обеспечения действительности лагранжиана (3) вводится комплексно-сопряженное выражение, которое в дальнейших вычислениях явно выписывать уже не будем.