Маеды и Нишино позволяет объяснить постоянство угла Вайнберга в настоящую эпоху. В то же время при рассмотрении эволюции ранней Вселенной учет изменений фундаментальных констант становится необходимым.

Существенно нелинейный характер взаимодействия скалярных и векторных полей при больших значениях напряженности поля приводит к ряду новых эффектов и следствий.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Кислов В. В.//Вестн. Моск. ун-та. Сер. 3, Физ. Астрон. 1986. **27**, № 6. С. 29—33. [2] Креммер Е.//Введение в супергравитацию. М., 1985. С. 235—297. [3] Furlan P.//Czech. J. Phys. 1982. **B 32**, N 6. P. 634—644. [4] Боголюбов Н. Н., Ширков Д. В. Квантовые поля. М., 1980. [5] Окунь Л. Б. Лептоны и кварки. М., 1981. [6] Maeda K., Nishina H.//Phys. Lett. 1985. **B 158**, N 5. P. 381—387.

Поступила в редакцию
15.01.86

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1987. Т. 28, № 2

УДК 530.145.7

МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ КАЛИБРОВОЧНО-ИНВАРИАНТНЫХ ЛАГРАНЖИАНОВ ДЛЯ ПРОИЗВОЛЬНЫХ ГРУПП ЛИ

А. П. Демичев, Н. Ф. Нелипа

(НИИЯФ)

1. В настоящее время уделяется большое внимание построению калибровочно-инвариантных лагранжианов. Эта задача решается сравнительно легко в случае полупростых групп симметрии, метрика Киллинга которых не вырождена [1] и может быть использована для построения инвариантов. Для других групп метрика Киллинга оказывается вырожденной, и это приводит к физически неудовлетворительным лагранжианам: они не содержат кинетических членов для части калибровочных полей или не удовлетворяют требованию положительности энергии.

В связи с этим возникает необходимость в методе, позволяющем построить физически удовлетворительные лагранжианы в случае любых групп. В настоящей статье предлагается универсальный метод построения калибровочных инвариантов для любой группы Ли, и из них затем строится лагранжиан и действие теории. Метод опирается на общие теоремы теории расслоенных пространств, а также теории групп преобразований и не связан с модельными предположениями и конкретной спецификой той или иной калибровочной группы.

Сначала мы изложим основы предлагаемого метода, а затем проиллюстрируем его на примере группы $E_3=O(3)\cdot T_3$, где знаком $\cdot$ обозначено полупрямое произведение.

2. Исходным объектом метода является главное расслоенное пространство $P(M, G)$ с четырехмерной базой M и структурной группой G. Обычно [2] при формулировке четырехмерной калибровочной теории поля, соответствующей данному расслоению P, используются локальные формы связности $A_{(\xi)}$ и кривизны $F_{(\xi)}$, т. е. сужения форм связности ω и кривизны Ω, определенных на всем многообразии P, на локальные сечения $\{\sigma_\xi\}$. Локальное сечение — это четырехмерное подмногообразие, диффеоморфное некоторой области $U_\xi \subset M$. Сужения

одной и той же формы связности ω на разные сечения связаны калибровочным преобразованием $A_{(\xi)}=Ad(g^{-1})A_{(\zeta)}+g^{-1}dg$, где g — такой элемент структурной группы G, что $\sigma_\zeta=\sigma_\xi\cdot g(x)$. Здесь $\sigma_\xi\cdot g(x)$ обозначает действие группы G на многообразии P, а $Ad(g)$ — присоединенное представление группы G в алгебре Ли. Форма кривизны $\Omega=D\omega$, где D — ковариантный дифференциал, при этом преобразуется однородным образом:

$$F_{(\xi)}=Ad(g^{-1})F_{(\zeta)}. \tag{1}$$

Из приведенных формул следует, что требование калибровочной инвариантности эквивалентно независимости действия теории от выбора локальных сечений σ_ξ.

Может оказаться, что в расслоении $P(M, G)$ существует другая совокупность локальных сечений $\{Y_\tau\}$, такая, что $Y_\tau = Y_\rho\cdot h(x)$, $h\in H\subset G$, и области $\{U_\tau\}$ в базе M, диффеоморфные сечениям $\{Y_\tau\}$, покрывают все многообразие M. Как было показано нами [3, 4], если в действие наряду с формами $A_{(\xi)}$, $F_{(\xi)}$ входят формы связности A_Y и кривизны F_Y, суженные на сечения $\{Y_\tau\}$, то калибровочная симметрия спонтанно нарушается до подгруппы H. При этом координаты $y^\alpha(x)$ $(\alpha=1,\dots,\dim G/H)$ сечений $\{Y_\tau\}$ с физической точки зрения соответствуют голдстоуновским полям. Вопрос о существовании набора сечений $\{Y_\tau\}$ зависит от конкретных свойств рассматриваемого расслоения P; в частности, такие сечения всегда можно построить в случае плоской базы M [5].

Требование калибровочной инвариантности при одновременном наличии сечений $\{\sigma_\xi\}$ и $\{Y_\tau\}$ формулируется как независимость действия от выбора локальных сечений $\{\sigma_\xi\}$ и от выбора конкретного представителя в классе сечений $\{Y_\tau\}$, связанных преобразованием $Y_\tau\to Y_\tau\cdot h(x)$. Отсюда следует, что построение действия сводится к нахождению тензорной 4-формы [6], инвариантной относительно преобразований группы G (связывающей сечения $\{\sigma_\xi\}$) и группы H (связывающей сечения $\{Y_\tau\}$). Такая форма может быть построена с помощью внешнего произведения. Чтобы эта форма была тензорной, тензорными должны быть исходные формы, из которых строится искомый инвариант. Как следует из теории расслоений, тензорными формами являются $F^{\widehat{\alpha}}_{(\xi)}$, $F^{\widehat{\alpha}}_{Y}$, A^{α}_{Y}, y^α и дуальные к ним (здесь $F^{\widehat{\alpha}}_{(\xi)}$, $A^{\alpha}_{Y}, \dots$ — компоненты форм $F_{(\xi)}$, $A_Y,\dots$ в разложении по базису алгебры Ли группы G, $\widehat{\alpha}=1,\dots,\dim G$; $\alpha=1,\dots,\dim G/H$). Заметим, что при использовании форм действие автоматически оказывается инвариантным относительно общекоординатных преобразований. Это очень упрощает построение инвариантных лагранжианов.

Выясним закон преобразования указанных выше величин при замене сечений. Определим сначала способ задания координат сечений Y_τ. Для этого выберем представителей $L(y)$ в классах смежности G/H. Тогда элемент g группы G представляется в виде $g=L(y)h(u)$, где $h\in H$, u — параметры группы H. В качестве координат сечений Y_τ выберем групповые параметры $y^\alpha, u^{\bar\alpha}$ $(\bar\alpha=1,\dots,\dim H)$, определяемые из соотношения

$$Y_\tau=\sigma_\xi\cdot g(x)=\sigma_\xi\cdot L(y(x))h(u(x)).$$

Чтобы найти закон преобразования координат $y(x)$, учтем, что при переходе к другому сечению $\sigma_\zeta=\sigma_\xi\cdot(g'(x))^{-1}$ получаем

$$Y_\tau=\sigma_\zeta\cdot g'(x)g(x)=\sigma_\zeta\cdot L(y'(x))h(u'(x))h(u(x))=\sigma_\zeta\cdot L(y'(x))h(u''(x)). \tag{2}$$

Здесь новые координаты y'^{α}, $u''^{\bar{\alpha}}$ определяются групповым законом умножения:

$$g'L(y) = L(y')h(u'),\ h(u')h(u) = h(u''). \tag{3}$$

В соответствии с требованием независимости действия от выбора представителей в классе сечений Y_τ, связанных преобразованиями группы H, координаты $u(x)$ не могут входить в инвариантное действие.

Отметим, что совокупность сечений $\{Y_\tau\}$ вместе с требованием калибровочной инвариантности относительно группы H эквивалентна существованию глобального сечения в ассоциированном расслоении $E(M,\ G/H;\ G)$, а предлагаемый нами метод построения спонтанно нарушенных теорий является практической реализацией теоремы [6] о редукции структурной группы расслоения $P(M,\ G)$ до подгруппы H, если существует глобальное сечение в расслоении E.

Перейдем теперь к закону преобразования форм $F_Y^{\widehat{\alpha}}$, A_Y^{α}, учитывая, что на сечении $Y_\tau = \sigma_\xi \cdot L(y)$ они связаны с локальными формами на сечении σ_ξ калибровочным преобразованием

$$A_Y^{\alpha} = D_\beta^{\alpha}(L^{-1}(y))\, A_{(\xi)}^{\widehat{\beta}} + [L^{-1}(y)\, dL(y)]^{\alpha}, \tag{4}$$

$$F_Y^{\widehat{\alpha}} = D_{\widehat{\beta}}^{\widehat{\alpha}}(L^{-1}(y)) F_{(\xi)}^{\widehat{\beta}}, \tag{5}$$

где D — матрица присоединенного представления группы G.

Учитывая (1)—(5), найдем, что закон преобразования форм A_Y^{α}, $F_Y^{\widehat{\alpha}}$, $F_{(\xi)}^{\widehat{\alpha}}$ при заменах $\sigma_\xi \to \sigma_\xi \cdot (g')^{-1}$, $Y_\tau \to Y_\tau \cdot (h')^{-1}$ выглядит так:

$$A'^{\alpha}_Y = D_\beta^{\alpha}(h)\, A_Y^{\beta}, \tag{6}$$

$$F'^{\widehat{\alpha}}_Y = D_{\widehat{\beta}}^{\widehat{\alpha}}(h)\, F_Y^{\widehat{\beta}}, \tag{7}$$

$$F'^{\widehat{\alpha}}_{(\xi)} = D_{\widehat{\beta}}^{\widehat{\alpha}}(g')\, F_{(\xi)}^{\widehat{\beta}}, \tag{1'}$$

где $h = h''h'$, h'' определяется соотношением $g'L(y) = L(y')h''$.

Используя найденные законы преобразования величин $F_{(\xi)}^{\widehat{\alpha}}$, $F_Y^{\widehat{\alpha}}$, A_Y^{α}, y^{α}, можно построить инварианты калибровочной группы. Так как формы являются тензорными, то для построения инвариантной 4-формы действия можно воспользоваться инфинитезимальным критерием инвариантов [7] групп преобразований. Пусть Π — пространство, образованное указанными выше тензорными формами, p^{μ} — координаты этого пространства (другими словами, это общее обозначение для всех форм), а $\Psi^{\mu}(p,\ g,\ h)$ — общее обозначение групповых преобразований (1′), (3), (6), (7). Группа преобразований $G \otimes H$ в пространстве Π определяется отображением $G \otimes H \otimes \Pi \to \Pi : p^{\mu} \to p'^{\mu} = \Psi^{\mu}(p, g, h)$ (здесь группа G связана с переходами между сечениями σ_ξ, а группа H — между сечениями Y_τ). Вид условия инвариантности зависит от типа форм, используемых при построении инварианта $f(p)$. Если используются только четные формы (т. е. p-формы, где p — четное число), которые коммутируют относительно внешнего произведения, то инварианты $f(p)$ удовлетворяют системе уравнений [7]

$$M_{\widehat{\alpha}}^{\mu}(p) \frac{\partial f}{\partial p^{\mu}} = 0 \ (\mu = 1, \ldots, \dim \Pi), \tag{8}$$

где $M^{\mu}_{\widehat{\alpha}}=(\partial\Psi^{\mu}/\partial\widehat{g^{\alpha}})_{g=0}$ — векторные поля, индуцируемые группой преобразований G в пространстве Π. При этом число решений n системы (8) определяется формулой [7]

$$n=\dim\Pi-\max_{p\in\Pi}\operatorname{rank} M^{\mu}_{\widehat{\alpha}}(p). \tag{9}$$

Если для построения инвариантов используются нечетные формы (т. е. p-формы, где p — нечетное число), которые антикоммутируют относительно внешнего произведения, то пространство Π становится суперпространством. В этом случае критерий инвариантности приобретает вид

$$\widehat{M}^{\widehat{\mu}}_{\widehat{\alpha}}(p,\xi)\frac{\partial f(p,\xi)}{\partial p^{\widehat{\mu}}}+\overline{M}^{\overline{\mu}}_{\widehat{\alpha}}(p,\xi)\frac{\partial f(p,\xi)}{\partial\xi^{\overline{\mu}}}=0, \tag{10}$$

где p^{μ} — четные координаты подпространства Π_1, $\xi^{\bar{\mu}}$ — координаты грассманова подпространства Π_2; $\Pi=\Pi_1\oplus\Pi_2$. Число решений системы (10) определяется теоремой [8], которую в нашем случае можно сформулировать следующим образом. Пусть $\max\operatorname{rank}\widehat{M}^{\widehat{\mu}}_{\widehat{\alpha}}(p,0)=\dim G$. Тогда число четных инвариантов по-прежнему определяется формулой $n_1=\dim\Pi_1-\dim G$, а число нечетных равно $n_2=\dim\Pi_2$.

3. Проиллюстрируем изложенный метод на примере группы $G=E_3=O(3)\cdot T_3$. Ее алгебра Ли имеет вид

$$[J_i,J_j]=\varepsilon_{ijk}J_k;\ [J_i,P_j]=\varepsilon_{ijk}P_k;\ [P_i,P_j]=0\quad (i,j,k=1,2,3). \tag{11}$$

Сначала построим действие из компонент F^i, $\mathcal{F}^j$ локальной формы кривизны $F_{(\xi)}\equiv F^iJ_i+\mathcal{F}^jP_j$. Так как при этом учитываются формы, редуцированные только на сечения $\{\sigma_\xi\}$, то это соответствует случаю ненарушенной калибровочной симметрии. Используя закон преобразования (1′) этих форм и коммутационные соотношения (11), получаем матрицу $M^{\mu}_{\widehat{\alpha}}$, определяющую систему уравнений (8). Ее вид приведен в табл. 1. Строкам в этой таблице соответствуют генераторы группы E_3, которые индуцируют векторное поле $M_{\widehat{\alpha}}$, а столбцам — координаты пространства Π, на которые действуют векторные поля $M_{\widehat{\alpha}}$ как дифференциальные операторы (см. (8)). Из форм F^i, $\mathcal{F}^j$, $*F^i$, $*\mathcal{F}^j$ с помощью табл. 1 и формул (8), (9) можно построить шесть инвариантов:

$$f_1=F^i\wedge F^i,\ f_2=F^i\wedge\mathcal{F}^i,\ f_3=*F^i\wedge *F^i,$$

$$f_4=*\mathcal{F}^i\wedge *F^i,\ f_5=*F^i\wedge F^i,\ f_6=\mathcal{F}^i\wedge *F^i+*\mathcal{F}^i\wedge F^i.$$

Действие, соответствующее этим инвариантам, имеет вид

$$S[F,\mathcal{F}]=\int\{F^i_{mn}F^i_{pq}(a_1\varepsilon^{mnpq}+a_2g^{mp}g^{nq}\sqrt{g})+F^i_{mn}\mathcal{F}^i_{pq}(a_3\varepsilon^{mnpq}+$$

$$+a_4g^{mp}g^{nq}\sqrt{g})\}\,d^4x,$$

где $a_1,\dots,a_4$ — произвольные константы, g_{mn} — метрика на базе M. Как показывает простой анализ, квадратичная форма для калибровочных полей в действии $S[F,\mathcal{F}]$ индефинитна (т. е. кинетическая энергия не является знакоопределенной). Это означает, что в случае ненарушенной симметрии в принципе невозможно получить действие, удовлетворяющее физическим требованиям.

Перейдем к случаю спонтанного нарушения симметрии $G=O(3)\cdot T_3$ до подгруппы $H=O(3)$, т. е. учтем формы $F^i{}_Y$, $\mathcal{F}^i{}_Y$, $A^i{}_Y$

и им дуальные, а также координаты сечений y^i; последние в соответствии с (2) являются групповыми параметрами представителей в классах смежности $E_3/O(3)$. Найдем вид преобразования координат y^i в этом случае. Для этого учтем, что групповой закон умножения в E_3 задается в форме $(a, G)(y, Z) = (a+Gy, GZ)$, где G, Z — матрицы вращений; a, y — параметры трансляций. Тогда представителей $L(y)$ можно выбрать в виде $L(y)=(y, 1)$, и для преобразований координат найдем

$$gL(y)=(a, G)\ (y, 1)=(a+Gy, G)=$$
$$=(a+Gy, 1)(0, G)=L(y')h. \qquad (12)$$

Используя (12), (3) и (4), получаем матрицу M^{μ}_{α} в случае спонтанного нарушения симметрии (табл. 2). В этой таблице I_i — генераторы группы $H=O(3)$. Как видно из табл. 2, координаты y^i не преобразуются группой H. Это обусловлено спецификой неоднородной группы, являющейся полупрямым произведением, и приводит к тому, что в данном случае группы G и H действуют каждая в своем инвариантном подпространстве пространства П. В случае других групп координаты y^{α} могут преобразовываться как группой G, так и группой H.

Таблица 1

Определяющая матрица M для группы E_3 (точная симметрия)

	F^1	F^2	F^3	$\mathcal{F}^1$	$\mathcal{F}^2$	$\mathcal{F}^3$
J_1	0	F^3	$-F^2$	0	$\mathcal{F}^3$	$-\mathcal{F}^2$
J_2	$-F^3$	0	F^1	$-\mathcal{F}^3$	0	$\mathcal{F}^1$
J_3	F^2	$-F^1$	0	$\mathcal{F}^2$	$-\mathcal{F}^1$	0
P_1	0	0	0	0	$-F^3$	F^2
P_2	0	0	0	F^3	0	$-F^1$
P_3	0	0	0	$-F^2$	F^1	0

С помощью матрицы M^{μ}_{α} получаем, что учет форм F_Y и $*F_Y$ приводит к следующим инвариантам: $f_7=\mathcal{F}^i_Y\wedge\mathcal{F}^i_Y$, $f_8=\mathcal{F}^i_Y\wedge*\mathcal{F}^i_Y$, $f_9=*\mathcal{F}^i_Y\wedge*\mathcal{F}^i_Y$. Соответствующее этим инвариантам действие имеет вид

$$S[F, \mathcal{F}, y]=\int\{\mathcal{F}^i_{Ymn}\mathcal{F}^i_{Ypq}(a_5\varepsilon^{mnpq}+a_6g^{mp}g^{nq}\sqrt{g})\}\,d^4x=$$
$$=\int(\mathcal{F}^i_{mn}+\varepsilon^{ijk}y^jF^k_{mn})(\mathcal{F}^i_{pq}+\varepsilon^{ijk}y^jF^k_{pq})(a_5\varepsilon^{mnpq}+a_6g^{mp}g^{nq}\sqrt{g})\,d^4x;$$
$$\mathcal{F}^i_{Ymn}=\mathcal{F}^i_{mn}+\varepsilon^{ijk}y^jF^k_{mn}.$$

Можно убедиться, что сумма действий $S[F, \mathcal{F}]+S[F, \mathcal{F}, y]$ содержит невырожденную и знакоопределенную квадратичную форму кинетической энергии калибровочных полей.

С учетом 1-форм $A^i{}_Y$, $*A^i{}_Y$ можно построить шесть нечетных инвариантных форм:

$$\xi_1=F^i\wedge A^i_Y,\ \ \xi_2=\mathcal{F}^i_Y\wedge A^i_Y,\ \ \xi_3=F^i\wedge\mathcal{F}^j_Y\wedge A^k_Y\varepsilon_{ijk},$$
$$\xi_4=F^i\wedge*A^i_Y,\ \ \xi_5=\mathcal{F}^i_Y\wedge*A^i_Y,\ \ \xi_6=F^i\wedge\mathcal{F}^j_Y\wedge*A^k_Y\varepsilon_{ijk}.$$

В действие может входить любая 4-форма, построенная из $\xi_1, \ldots, \xi_6$. Среди них особый интерес представляет инвариант $A^i{}_Y\wedge*A^i{}_Y$. Ему соответствует действие

$$S_m[A_Y]=\int mg^{mn}A^i_{Ym}A^i_{Yn}\sqrt{g}\,d^4x,$$

которое является массовым членом для калибровочных полей $A^i{}_m$ под-

Таблица 2

Определяющая матрица M для группы E_3 (теория со спонтанным нарушением)

	y^1	y^2	y^3	F^1_Y	F^2_Y	F^3_Y	$\mathscr{F}^1_Y$	$\mathscr{F}^2_Y$	$\mathscr{F}^3_Y$	A^1_Y	A^2_Y	A^3_Y
J_1	0	$-y^3$	y^2									
J_2	y^3	0	$-y^1$									
J_3	$-y^2$	y^1	0					0				
P_1	1	0	0									
P_2	0	1	0									
P_3	0	0	1									
I_1				0	F^3_Y	$-F^2_Y$	0	$\mathscr{F}^3_Y$	$-\mathscr{F}^2_Y$	0	A^3_Y	$-A^2_Y$
I_2		0		$-F^3_Y$	0	F^1_Y	$-\mathscr{F}^3_Y$	0	$\mathscr{F}^1_Y$	$-\mathscr{F}^3_Y$	0	A^1_Y
I_3				F^2_Y	$-F^1_Y$	0	F^2_Y	$-\mathscr{F}^1_Y$	0	A^2_Y	$-A^1_Y$	0

группы трансляций, так как в унитарной калибровке ($y^i = 0$) действие $S_m[A_Y]$ приобретает вид

$$S_m[A_Y] = \int m g^{mn} A^i_m A^i_n \sqrt{g}\, d^4x.$$

При этом был использован явный вид форм $A^i{}_Y$:

$$A^i_Y = (A^i_m + \varepsilon^{ijk} y^j B^k_m)\, dx^m + dy^i,$$

где $B^k{}_m$ — калибровочные поля группы $O(3)$.

Суммарное действие

$$S = S[F, \mathscr{F}] + S[F, \mathscr{F}, y] + S_m[A_Y]$$

имеет структуру обычной калибровочной теории Янга—Миллса со спонтанным нарушением подгруппы T_3.

4. Итак, нами предложен метод построения калибровочно-инвариантных лагранжианов, одинаково пригодный для любых групп Ли. Как показывает приведенный пример, метод позволяет построить физически удовлетворительный лагранжиан, в частности, для неоднородных групп. Обычная трудность, связанная с вырожденностью метрики Киллинга, преодолевается благодаря двум обстоятельствам: а) используется общий способ построения всех инвариантов, не связанный с какой-либо метрикой; б) метод включает в себя наравне с теориями с точной симметрией теории со спонтанным нарушением.

В дальнейших публикациях мы применим изложенный формализм для исследования реалистичных калибровочных теорий, соответствующих неоднородным пространственно-временным группам.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Барут А., Рончка Р. Теория представлений групп и ее приложения. М., 1980. Т. 1. [2] Даниэль М., Виалле С..М.//УФН. 1982. 136, № 3. С. 377—419. [3] Демичев А. П., Нелипа Н. Ф.//Вестн. Моск. ун-та. Сер. 3, Физ. Астрон. 1985. 26, № 3. С. 20—23. [4] Chaichian M., Demichev A. P., Nelipa N. F. Preprint HU-TFT-84-50. Helsinki, 1986. [5] Дубровин Б. А., Новиков С. П., Фоменко А. Т. Современная геометрия. М., 1979. [6] Кобаяси Ш., Номидзу К. Основы дифференциальной геометрии. М., 1981. Т. 1. [7] Овсянников Л. В. Групповой анализ дифференциальных уравнений. М., 1978. [8] Кац Г. И., Коронкевич А. И.//Функциональный анализ и его применения. 1971. 5. С. 78—80.

Поступила в редакцию
29.12.85

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1987. Т. 28, № 2

УДК 530.145.7

КЛАССИФИКАЦИЯ ТЕОРИИ ПОЛЯ И СИНГУЛЯРНЫЕ ВОЗМУЩЕНИЯ

В. Б. Гостев, В. С. Минеев, А. Р. Френкин

(кафедра теоретической физики)

Одномерный ангармонический осциллятор ($-\infty<x<\infty$, $\hbar=2m=\omega/2=1$) со свободным гамильтонианом

$$H_0=-d^2/dx^2+x^2 \tag{1}$$

и четным возмущением, растущим при $x\to\infty$: $gW=gx^{2n}$, $n=2, 3\ldots$, уже давно рассматривался как одномерная модель квантовой теории поля [1, 2], которая содержит многие проблемы, присущие четырехмерным теориям, например известную неустойчивость Дайсона (случай возмущения gx^4 см. в [2]).

В ряде работ (обзор в [1]) был рассмотрен осциллятор (1) с четным возмущением с особенностью при $x\to 0$:

$$\lambda W=\lambda|x|^{-\nu}. \tag{2}$$

Свойства четных решений уравнения Шрёдингера

$$(H_0+\lambda W)\psi=E\psi \tag{3}$$

дают интересную возможность провести близкую аналогию между классификацией полевых теорий [3] и поведением рядов теории возмущений Рэлея—Шрёдингера (ТВ) для сингулярных возмущений осциллятора (2).

Эти свойства таковы.

Для $\nu>2$, $\lambda<0$; $\nu=2$; $\lambda\leqslant-1/4$ имеет место падение на дно ямы (падение на центр) [4, с. 143—146], и поэтому мы считаем эти значения физически недопустимыми и не рассматриваем их (см., однако, [5]).

Для $\nu\geqslant 1$ логарифмическая производная всех четных решений уравнения Шрёдингера (3) обращается в бесконечность при $x=0$. Для $0\leqslant\nu<2$; $\nu=2$, $-1/4<\lambda<3/4$ все решения квадратично интегрируемы в окрестности $x=0$. Поэтому требуются дополнительные соображения для выбора четных решений в этой области параметров возмущения. При $0<\nu<1$ можно удовлетворить стандартному для четных решений условию

$$\psi'(0)\psi^{-1}(0)=0 \tag{4}$$