$(x \to r,\ l=0)$. Потенциалам с $0<\nu<2$, не искажающим вид $\psi(r) \sim r$ при $r \to 0$ по сравнению со свободным движением, соответствуют суперперенормируемые теории; случаю $\nu=2$, $\lambda > -1/4$, когда искажается поведение $\psi(r) \sim r^{1/2+\sqrt{\lambda+1/4}}$, $r \to 0$, соответствуют перенормируемые теории; случаю $\nu>2$, когда имеет место падение на центр при $\lambda<0$, — неперенормируемые теории.

На наш взгляд, аналогия поведения МЭ и рядов ТВ потенциальной квантовой механики с пертурбативной теорией поля, основанной на фейнмановском разложении, является более физичной, чем аналогия поведения рядов ТВ для S-матрицы в теории поля и формы волновой функции не квантованной вторично механики радиального движения.

Таким образом, рассмотренная в статье простая задача нерелятивистской квантовой механики дает возможность с помощью изменения всего одного параметра ν на примере МЭ возмущения и коэффициентов Рэлея—Шрёдингера моделировать свойства сходимости элементов S-матрицы пертурбативной квантовой теории поля при различных видах лагранжианов взаимодействия.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Рид М., Саймон Б. Методы современной математической физики. М., 1982. Т. 4, гл. 12. [2] Турбинер А. В.//УФН. 1984. 144. С. 35—78. [3] Зюбер Ж.-Б., Ициксон К. Квантовая теория поля. М., 1984. Т. 2, гл. 8. [4] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. М., 1974. [5] Аллилуев С. П.// //ЖЭТФ. 1971. 61. С. 15—21. [6] Морс Ф. М., Фешбах Г. Методы теоретической физики. М., 1960. Т. 2. С. 595. [7] Гостев В. Б., Минеев В. С., Френкин А. Р.// //ТМФ. 1986. 68. С. 45—57. [8] Klauder J.//Acta Phys. Austriaca Suppl. 1973. 11. P. 341—387. [9] Calogero F.//J. Math. Phys. 1969. 10. P. 2191—2219. [10] Малкин И. А., Манько В. И. Динамические симметрии и когерентные состояния квантовых систем. М., 1979. С. 109. [11] Ezawa H., Klauder J., Shepp L.//J. Math. Phys. 1975. 16. P. 783—798. [12] Андреев И. В. Хромодинамика в жесткие процессы при высоких энергиях. М., 1981. С. 123—124.

Поступила в редакцию
14.01.86

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1987. Т. 28, № 2

УДК 538.0

О КВАНТОВЫХ ПОПРАВКАХ В КВАЗИКЛАССИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ СИНХРОТРОННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

И. М. Тернов, В. А. Бордовицын

(кафедра теоретической физики)

Проблема квантовых поправок в теории синхротронного излучения имеет давнюю историю [1—13]. Она остается актуальной и сейчас в связи с предпринимавшейся в работе [6] попыткой ревизии полученных ранее результатов. Обстоятельная критика этой работы была дана в [7—8] (об экспериментальной проверке см. [14]).

Рассмотрим «классический» фурье-образ напряженности поля излучения

$$\tilde{E}_{\tilde{\omega}} = \frac{e\tilde{\omega}}{cR} \int_{-\infty}^{\infty} \beta e^{i[\tilde{\omega}t-(\mathbf{kr})]}\, dt. \qquad (1)$$

Здесь $e=-e_0<0$ — заряд, $\tilde{\omega}$ — частота излучения электрона, остальные обозначения совпадают с общепринятыми. Сделаем далее в выражении (1) замену $\beta \to \langle f|\alpha|i\rangle$, где α — известная дираковская матрица, а матричный элемент вычисляется на волновых функциях свободного электрона. Тогда

$$\langle f|\alpha|i\rangle = \left(1+\frac{\varepsilon}{2}\right)\beta - i\frac{\varepsilon}{2}\,[\langle f|\sigma|i\rangle\, B], \tag{2}$$

где

$$B = n - \frac{\gamma}{\gamma+1}\beta, \quad \varepsilon = \frac{\hbar\widetilde{\omega}}{E'}$$

и, как обычно, $\mathbf{n}=\mathbf{k}/k$, $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$.

При выводе формулы (2) использовались законы сохранения $\mathbf{p}' = \mathbf{p} - \hbar\mathbf{k}$, $E' = E - \hbar\widetilde{\omega}$.

Матричные элементы $\langle\sigma\rangle$ вычисляются в системе покоя. Если излучение происходит без переворота спина, то $\langle\uparrow|\sigma|\uparrow\rangle \sim (0,\ 0,\ \zeta')$, а при излучении с переворотом спина $\langle\downarrow|\sigma|\uparrow\rangle \sim (\zeta',\ i,\ 0)$, где $\zeta' = \pm 1$ характеризует проекцию спина на направление магнитного поля после излучения.

Можно показать также, что имеют место соотношения

$$([\langle\uparrow|\sigma|\uparrow\rangle B]\,\mathbf{n}_2) = \frac{1}{\gamma}, \quad ([\langle\uparrow|\sigma|\uparrow\rangle B]\,\mathbf{n}_3) = 0,$$

$$([\langle\downarrow|\sigma|\uparrow\rangle B]\,\mathbf{n}_2) = -\zeta'\psi, \quad ([\langle\downarrow|\sigma|\uparrow\rangle B]\,\mathbf{n}_3) = -\zeta'\frac{ct}{\rho} - \frac{i}{\gamma}, \tag{3}$$

где ψ — угол между плоскостью орбиты и направлением излучения, ρ — радиус кривизны траектории, $\mathbf{n}_2$ и $\mathbf{n}_3$ — ортогональные единичные векторы поляризации излучения (соответственно σ- и π-компоненты).

Формулы (3) представляют собой разложение в ряд по малым $1/\gamma$, ψ и ct/ρ, причем опущены несущественные в дальнейшем фазовые множители.

Член, содержащийся в формуле (2), связан с излучением собственного магнитного момента электрона. Убедиться в этом нетрудно, если рассмотреть квазиклассический гамильтониан взаимодействия магнитного момента электрона с полем излучения (см., например, [10]; $g=2$)

$$\widehat{\mathbf{H}} = \mu_0\left(\sigma\left\{\frac{\mathbf{H}}{\gamma} - \frac{[\beta\mathbf{E}]}{\gamma+1}\right\}\right), \tag{4}$$

где μ_0 — магнетон Бора.

Множитель ε в реальных условиях является малой величиной, он учитывает эффекты отдачи при излучении.

Спектрально-угловое распределение поляризованного излучения определяется выражением ($s=\sigma, \pi$)

$$\frac{d^2W^s_{\widetilde{\omega}}}{d\Omega\, d\widetilde{\omega}} = \frac{c^2R^2}{8\pi^3\rho}\,|\widetilde{E}^s_{\widetilde{\omega}}|^2. \tag{5}$$

С учетом сделанных выше замечаний находим

$$\frac{d^2W^\sigma}{d\Omega d\widetilde{\omega}} = \frac{e^2\widetilde{\omega}^2\rho}{24\pi^3c^2}\left\{\frac{1+\zeta\zeta'}{2}\left[(2+\varepsilon)\,\eta^2K_{2/3} - \varepsilon\eta\frac{\zeta'}{\gamma}K_{1/3}\right]^2 + \right.$$
$$\left. + \frac{1-\zeta\zeta'}{2}\,\varepsilon^2\eta^2\psi^2K^2_{1/3}\right\},$$

$$\frac{d^2W^{\pi}}{d\Omega d\widetilde{\omega}}=\frac{e^2\widetilde{\omega}^2\rho}{24\pi^3c^2}\left\{\frac{1+\zeta\zeta'}{2}(2+\varepsilon)^2\psi^2\eta^2K_{1/3}^2+\frac{1-\zeta\zeta'}{2}\eta^2\left[\eta K_{2/3}+\frac{\zeta'}{\gamma}K_{1/3}\right]^2\right\}, \tag{6}$$

где $\eta^2=\psi^2+1/\gamma^2$.

Аргумент K-функций (функций Макдональда) в этих формулах равен $\widetilde{\omega}\rho\eta^3/3c$. Члены, пропорциональные $(1-\zeta\zeta')/2$, соответствуют излучению с переворотом спина, а $(1+\zeta\zeta')/2$ — излучению без переворота спина.

Последующее интегрирование по спектру и углам позволяет вычислять все квантовые поправки к мощности синхротронного излучения. Соответствующие формулы удобно представить в виде

$$W^{\sigma}=W_{\text{кл}}\left[\frac{7}{8}+f^{\sigma}(\xi)\right],\quad W^{\pi}=W_{\text{кл}}\left[\frac{1}{8}+f^{\pi}(\xi)\right], \tag{7}$$

где $W_{\text{кл}}=\frac{2}{3}\frac{e_0^2c^3}{\rho^2}\gamma^4$

— известное выражение мощности синхротронного излучения электрона. Квантовые поправки определяются следующим образом:

$$\begin{aligned}
f^{\sigma}(\xi) &= \frac{1+\zeta\zeta'}{2}\left(-\frac{25\sqrt{3}}{12}\xi+\frac{325}{18}\xi^2\right. \Bigg| -\xi\zeta+\frac{245\sqrt{3}}{48}\xi^2\zeta \Bigg| + \\
f^{\pi}(\xi) &= \frac{1+\zeta\zeta'}{2}\left(-\frac{5\sqrt{3}}{24}\xi+\frac{25}{18}\xi^2\right) \Bigg| \qquad\qquad \Bigg| +
\end{aligned}$$

(эффекты отдачи при излучении) (смешанное излучение)

$$\left.+\frac{5}{9}\xi^2\right)+\frac{1-\zeta\zeta'}{2}\left(\frac{1}{18}\xi^2\right),$$

$$+\frac{1-\zeta\zeta'}{2}\left(\frac{23}{18}+\frac{35\sqrt{3}}{48}\zeta\right)\xi^2. \tag{8}$$

(излучение собственного магнитного момента)

Вертикальные линии в этих формулах отделяют излучение, связанное с эффектами отдачи, от излучения собственного магнитного момента, остальные члены соответствуют смешанному излучению.

Суммируя компоненты линейной поляризации, получим

$$W=W^{\sigma}+W^{\pi}=W_{\text{кл}}[1+f(\xi)], \tag{9}$$

где

$$f(\xi)=-\frac{55\sqrt{3}}{24}\xi+\frac{56}{3}\xi^2+\frac{8}{3}\xi^2-\xi\zeta+\frac{35\sqrt{3}}{6}\xi^2\zeta. \tag{10}$$

Выражения (6)—(10) полностью совпадают с соответствующими формулами квантовой теории синхротронного излучения, построенной на основе точных решений уравнения Дирака в однородном магнитном поле [15].

Первая квантовая поправка $(-55\sqrt{3}/24)\xi$ была вычислена А. А. Соколовым, Н. П. Клепиковым и И. М. Терновым [1] (позднее этот результат был повторен Ю. Швингером [2]).

Вторая квантовая поправка $(56/3)\xi^2+(8/3)\xi^2=(64/3)\xi^2$ была получена в работе А. А. Соколова, А. Н. Матвеева и И. М. Тернова [3], там же было высказано предположение, что квантовая поправка $(8/3)\xi^2$ связана с излучением собственного магнитного момента электрона. Более подробно вопрос о роли собственного магнитного момента в синхротронном излучении исследован в [4]. В деталях структура квантовой поправки $(8/3)\xi^2$ была исследована в работе [5] (см. также [15]). Некоторые из перечисленных выше квантовых поправок рассматривались и в более поздних работах [10—13, 16].

В данной работе мы показали, что все результаты перечисленных выше авторов легко получить разработанным здесь квазиклассическим методом, причем этот метод значительно проще, результативнее, а с физической точки зрения нагляднее, чем квазиклассическая теория синхротронного излучения, построенная в известных монографиях [16, 17].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Соколов А. А., Клепиков Н. П., Тернов И. М.//ЖЭТФ. 1952. **23.** С. 632—640; 1953. **24.** С. 249—252. [2] Schwinger J.//Proc. Nat. Acad. Sci. USA. 1954. **40.** P. 132—136. [3] Соколов А. А., Матвеев А. Н., Тернов И. М.// //ДАН СССР. 1955. **102.** С. 65—68. [4] Матвеев А. Н.//ЖЭТФ. 1956. **31.** С. 479—489. [5] Тернов И. М., Багров В. Г., Рзаев Р. А.//Изв. вузов. Физика. 1963. № 5. С. 127—139; ЖЭТФ. 1964. **46.** С. 374—382. [6] Latal H. G., Erber T.//Ann. Phys. 1977. **108.** P. 408—442. [7] Соколов А. А.//Изв. вузов. Физика. 1980. № 2. С. 46—53. [8] Соколов А. А., Тернов И. М., Жуковский В. Ч., Борисов А. В.//Изв. вузов. Физика. 1979. № 12. С. 44—48. [9] Дербенев Я. С., Кондратенко А. М.//ЖЭТФ. 1973. **64.** С. 1918—1922. [10] Jackson J. D.//Rev. Mod. Phys. 1976. **48.** P. 417—433. [11] Schwinger J., Tsai Wu-yang//Ann. of Phys. (N. Y.). 1978. **110.** P. 63—84. [12] Tsai Wu-yang//Phys. Rev. 1978. **D 18.** P. 3863—3872. [13] Dittrich W.//Nucl. Phys. 1980. **B163.** P. 133—155. [14] Бондарь А. Е., Салдин Е. Л. Препринт ИЯФ 81-41. Новосибирск, 1981. [15] Синхротронное излучение/Ред. А. А. Соколов, И. М. Тернов. М., 1966. [16] Байер В. Н., Катков В. М., Фадин В. С. Излучение релятивистских электронов. М., 1973. [17] Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Квантовая электродинамика. М., 1980.

Поступила в редакцию
10.01.86

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1987. Т. 28, № 2

УДК 536.1

ТЕОРИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ В СТАТИСТИЧЕСКОЙ ТЕРМОДИНАМИКЕ И ЕЕ ОБОБЩЕНИЕ

И. П. Базаров, П. Н. Николаев

(кафедра квантовой статистики и теории поля)

В настоящее время в статистической термодинамике имеется много развитых методов определения термодинамических функций на основе использования базовых систем и вычисления поправочных членов по теории возмущений. Наиболее широко используемый подход — термодинамическая теория возмущений (ТТВ). Полученные на ее основе результаты хорошо описывают термодинамические свойства различных систем. Вместе с тем в этом подходе существуют трудности принципиального характера. Так, для финитного потенциала взаимодействия он приводит к фазовому переходу не только в двух- и трехмерных системах, но и в одномерных, что противоречит теоретическим выводам об отсутствии такого перехода. Это сильно снижает ценность получаемых с помощью ТТВ результатов, так как становится проблематичным ответить на вопрос: обусловлен ли устанавливаемый ею фазовый переход в двух- и трехмерных системах его фактическим существованием или плохой сходимостью ряда теории возмущений?