

АТОМНАЯ И ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА

УДК 621.384

МАГНИТНЫЕ СИЛЫ, ДЕЙСТВУЮЩИЕ НА ЧАСТИЦУ
В ИЗОХРОННОМ ЦИКЛОТРОНЕ

Л. А. Саркисян

(НИИЯФ)

Уравнения движения положительно заряженной частицы в магнитном поле в цилиндрической системе координат имеют вид [1, 2]

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(m \frac{dr}{dt} \right) - mr \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 &= \frac{e}{c} \left(r \frac{d\varphi}{dt} H_z - \frac{\partial z}{dt} H_\varphi \right), \\ \frac{1}{r} \frac{dr}{dt} \left(mr^2 \frac{d\varphi}{dt} \right) &= \frac{e}{c} \left(\frac{dz}{dt} H_r - \frac{dr}{dt} H_z \right), \\ \frac{d}{dt} \left(m \frac{dz}{dt} \right) &= \frac{e}{c} \left(\frac{dr}{dt} H_\varphi - r \frac{d\varphi}{dt} H_r \right), \end{aligned} \right\} (1)$$

где $v^2 = (dr/dt)^2 + r^2(d\varphi/dt)^2 + (dz/dt)^2$ — полная скорость частицы, $d\varphi/dt = \omega = v_\varphi/r$.

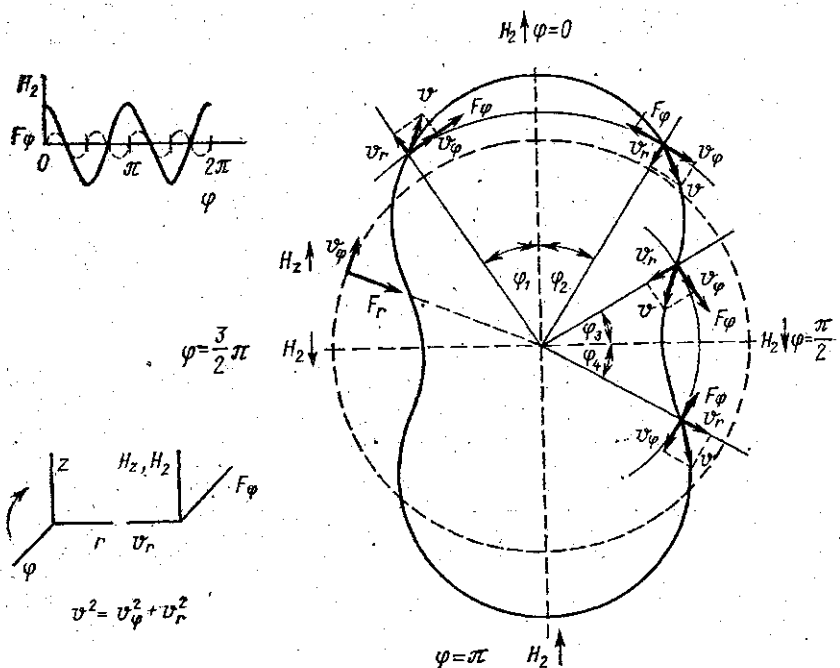


Рис. 1. Поведение скоростей v_φ , v_r и силы F_φ при искажении замкнутой орбиты в зоне целого резонанса $Q_r=2$ в циклотроне; $\varphi_1=\varphi_2$, $\varphi_3=\varphi_4$

Движение частицы происходит в направлении роста угла φ (рис. 1). Напряженность вертикальной компоненты магнитного поля H_z направлена вдоль оси z , и поле H_z симметрично относительно ме-

дианной (средней) плоскости $z=0$ ускорителя. Систему уравнений (1) обычно решают в адиабатическом приближении, т. е. пренебрегают изменением полной скорости частицы за время одного оборота. Вводя вместо времени t независимую переменную — азимутальный угол φ , получают два уравнения для радиального и вертикального движений заряженной частицы:

$$\left. \begin{aligned} r'' - \frac{2r'^2}{r} - r &= - \frac{\sqrt{r^2 + r'^2 + z'^2}}{\bar{H}r} \left(rH_z + \frac{r'^2}{r} H_r - z'H_\varphi - \frac{r'z'}{r} H_r \right), \\ z'' - \frac{2r'z'}{r} &= - \frac{\sqrt{r^2 + r'^2 + z'^2}}{\bar{H}r} \left(rH_r + \frac{z'^2}{r} H_r - r'H_\varphi - \frac{r'z'}{r} H_z \right). \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Здесь $r' = dr/d\varphi$, $z' = dz/d\varphi$, $\bar{H}r = m\omega e/c$.

При движении частицы в плоскости $z=0$ компоненты магнитного поля $H_r = H_\varphi = 0$, и поэтому остается одно уравнение радиального движения

$$r'' - \frac{2r'^2}{r} - r = - \frac{1}{\bar{H}} rH_z \left[1 + \left(\frac{r'}{r} \right)^2 \right]^{3/2}. \quad (3)$$

В случае азимутально-симметричного магнитного поля $H_z = \bar{H}$ (вертикальная компонента поля на орбите в классическом циклотроне не зависит от азимута). Частица, движущаяся в медианной плоскости, имеет азимутальную компоненту скорости, направленную в сторону увеличения угла φ . Замкнутая орбита частицы в этом случае будет окружностью радиуса r . При этом уравновешены центробежная сила mv_φ^2/r и радиальная компонента силы Лоренца $F_{r\perp} = \frac{e}{c} [v_\varphi H_z]$. Таким образом, сила F_r искривляет траекторию движения частицы, не совершая работы.

В спадающем вдоль радиуса магнитном поле на частицу, движущуюся вне медианной плоскости, действует направленная к плоскости $z=0$ фокусирующая сила — вертикальная компонента силы Лоренца $F_{z\perp} = \frac{e}{c} [v_\varphi H_r]$. Она равна нулю в медианной плоскости ($z=0$), а в однородном магнитном поле ($H_z = \bar{H}$, $H_r = H_\varphi = 0$) — и вне медианной плоскости.

В растущем вдоль радиуса однородном по φ магнитном поле на частицу вне медианной плоскости действует направленная от плоскости $z=0$ дефокусирующая сила — вертикальная компонента силы Лоренца. Вертикальная фокусировка частицы вне медианной плоскости в растущем с радиусом магнитном поле обеспечивается при использовании неоднородного по азимуту поля [1].

В магнитном поле с пространственной вариацией (изохронный циклотрон)

$$H_z = \bar{H} + H_N \cos(r/\lambda - N\varphi), \quad (4)$$

где $\bar{H} = H_0/\sqrt{1 - (r/r_\infty)^2}$ — среднее магнитное поле, H_0 — поле в центре ($r=0$), H_N — амплитуда вариации магнитного поля, N — периодичность структуры магнитного поля, λ — параметр спирали Архимеда, $r_\infty = E_0/eH_0$.

В этом случае замкнутая орбита в медианной плоскости не является окружностью радиуса r , а имеет зубчатый вид. Отклонение траекто-

рии частицы от окружности радиуса r при изменении угла φ равно $\Delta r(\varphi) = \frac{er}{N^2 - 1 - n} \cos\left(\frac{r}{\lambda} - N\varphi\right)$, где $n = \frac{(r/r_\infty)^2}{1 - (r/r_\infty)^2}$ — показатель среднего магнитного поля, $\varepsilon = H_N/H$.

Известно, что в магнитном поле с азимутальной вариацией (4) на частицу, движущуюся вне плоскости $z=0$, действует сила Томаса $F_{zt} = \frac{e}{c} [v_r H_\varphi]$, которая всегда направлена к медианной плоскости, т. е. является фокусирующей [1]. Кроме того, в спиральном поле на частицу действует еще сила Керста $F_{zk} = \frac{e}{c} [v_\varphi H_r]$, обеспечивающая дополнительную фокусировку в вертикальном направлении [3]. Эти силы должны превышать дефокусирующую силу Лоренца.

Вместе с тем в магнитном поле (4) у частицы на замкнутой зубчатой орбите наряду с продольной компонентой скорости возникает радиальная, направленная попеременно к центру и от центра циклотрона (скорость v_r нелинейная, так как она меняет знак). В этом случае на частицу на орбите при совершении оборота дополнительно действует не отмеченная ранее в теории ускорителей нелинейная знакопеременная азимутальная сила $F_\varphi = (e/c) [v_r H_N]$. Сила F_φ сохраняет зубчатость орбиты при $H_N = \text{const}$. В уравнении (1) азимутальная сила F_φ содержится в выражении для азимутального движения, так как $(dr/dt) H_z = v_r H_N$.

В изохронном циклотроне при прохождении частицами целых резонансов по свободным радиальным колебаниям либо сильно смещаются центры орбит ($Q_r=1$), либо значительно искажаются замкнутые орбиты ($Q_r=2, 3, 4, \dots$). При исследовании прохождения целого резонанса индекса $S=Q_r$ магнитное поле в средней плоскости циклотрона имеет вид

$$H_z = \bar{H} + H_N \cos\left(\frac{r}{\lambda} - N\varphi\right) + H_s \cos S\varphi, \quad (5)$$

где H_s — S -я гармоника вертикальной компоненты поля. При аналитическом рассмотрении прохождения частицами целого резонанса обычно полагали малость нелинейного члена r^2/r в уравнениях (2) и (3) и его отбрасывали. Динамическое прохождение частицами наиболее опасного целого резонанса $Q_r=2$ (энергия $W=E_0$) в циклотроне аналитически исследовалось на основе неоднородного линейного уравнения свободных радиальных колебаний (одномерное рассмотрение при нулевых начальных условиях) [4]

$$x'' + Q_r^2 x = -\varepsilon_s r \cos S\varphi, \quad (6)$$

где $\varepsilon_s = H_s/H$. В рамках линейного рассмотрения определяли изменение амплитуды вынужденных радиальных колебаний (искажение замкнутой орбиты) в зависимости от числа оборотов в процессе прохождения зоны целого резонанса. Так как в уравнении (6) отсутствует член x' (член «трения»), то амплитуда вынужденных радиальных колебаний после достижения максимума слабо затухает с ростом частоты Q_r в послерезонансной зоне: уменьшение амплитуды равно $\sim 18\%$ (рис. 2, кривые 1 и 4; прямая линия — асимптотическое значение амплитуды) [5–7].

Если для наглядности картины в изохронном циклотроне не учитывать амплитуду вариации магнитного поля H_N , то на искаженных замкнутых орбитах в зоне целого резонанса появляется радиальная

компонента скорости, приводящая к нелинейной знакопеременной азимутальной силе $F_\varphi = (e/c) [v_r H_s]$. В статическом режиме при одном знаке H_s (на азимутах $\varphi_1 = \varphi_2, \varphi_3 = \varphi_4$, рис. 1) действуют равные по величине и противоположные по направлению силы F_φ , сохраняющие искажение замкнутой орбиты. В динамическом режиме не сохраняется равенство скоростей v_r (сил F_φ) при движении вдоль возмущенной орбиты. До резонанса доминируют силы одного знака, после резонанса — силы другого знака. Необходимо отметить, что в левой части уравне-

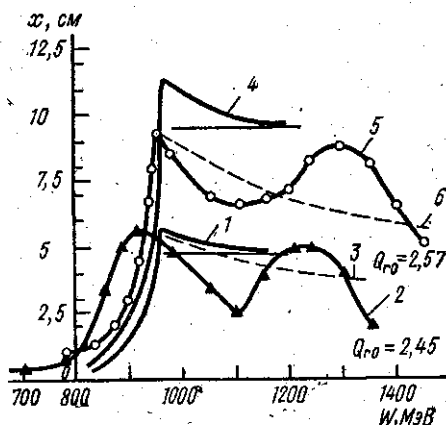


Рис. 2. Динамическое прохождение целого резонанса $Q_r=2$ в циклотроне при $eV=3$ МэВ/об.: кривые 1, 2, 3 рассчитаны при параметрах циклотрона $H_0=2$ кЭ, $N=20$, $\varepsilon=1$, $Q_z=1,1$ и гармонике $\varepsilon_2=1,3 \cdot 10^{-4}$ ($H_2=0,5$ Э), кривые 4, 5, 6 — при $H_0=2$ кЭ, $N=20$, $0,3 \leq \varepsilon \leq 1$, $Q_z=0,9$ и $\varepsilon_2=2,6 \cdot 10^{-4}$ ($H_2=1$ Э)

ния азимутального движения (1) член $mr^2 d\varphi/dt = mv_r r$ характеризует момент количества движения. На рис. 1 показано поведение скоростей и сил в циклотроне при прохождении зоны целого резонанса $S=Q_r=2$.

Как и в случае N -й гармонике поля, на частицу вне медианной плоскости будет действовать сила $F_z = \frac{e}{c} [v_r H_{s\varphi}]$ (аналогичная силе

Томаса), направленная к медианной плоскости $(H_{s\varphi} = \frac{z}{r} \frac{\partial H_s}{\partial \varphi} \Big|_{z=0} -$

S -я гармоника азимутальной компоненты магнитного поля).

Из теории колебаний известно, что как в линейной, так и в нелинейной системах при прохождении через целый резонанс после достижения максимума изменение амплитуды вынужденных колебаний с ростом частоты носит характер затухающих биений в случае линейной [8–10] и нелинейной (квадратичной) [10, 11] сил трения.

Начиная с 1975 г. в работах [5–7, 12–15] исследовалось прохождение протонами наиболее опасного целого резонанса $Q_r=2$ в магнитном поле с пространственной вариацией на основе численного интегрирования полной системы уравнений движения (уравнений (2), дополненных электрическим полем) — двумерное рассмотрение. Отметим, что чем больше номер целого резонанса $S=Q_r$, тем сильнее теряется индивидуальность частиц пучка: частицы быстро изменяют свои координаты r и r' относительно равновесной орбиты при прохождении зоны целого резонанса. Эти исследования показали, что послерезонансное уменьшение амплитуды вынужденных радиальных колебаний имеет вид затухающих биений при ускорении протонов до энергии $W=1355$ и 1450 МэВ (см. рис. 2, кривые 2 и 5). Уменьшение амплитуды вынужденных радиальных колебаний в уравнениях (2) и (3) обусловлено нелинейным членом $\frac{3}{2} \frac{r'^2}{r} H_s H$, который значителен в случае боль-

ших искажений замкнутых орбит в зоне целого резонанса $S=Q_r$. Поскольку v_r и F_φ меняют знак при замене t на $-t$ (r' меняет знак при замене φ на $-\varphi$), то движение «неконсервативно». В магнитном поле с пространственной вариацией при аналитическом рассмотрении про-

хождения частицами целого резонанса вместо неоднородного линейного уравнения свободных радиальных колебаний (6) необходимо использовать неоднородное нелинейное уравнение свободных радиальных колебаний [7, 13, 14]

$$x'' + Q_r^2 x + \frac{1}{6} \frac{r_0}{\lambda^3} \sin\left(\frac{r}{\lambda} - N\varphi\right) x^3 + \frac{3}{2r} x'^2 \operatorname{sgn} x' \varepsilon_s \cos S\varphi = -\varepsilon_s r \cos S\varphi, \quad (7)$$

где $Q_r^2 x + \frac{1}{6} \frac{r_0}{\lambda^3} \sin\left(\frac{r}{\lambda} - N\varphi\right) x^3$ — нелинейная жесткая сила, $\frac{3}{2r} x'^2 \operatorname{sgn} x' \varepsilon_s \cos S\varphi$ — нелинейный член, $\operatorname{sgn} x'$ равен 1 при $x' > 0$ и -1 при $x' < 0$.

Если же не учитывать биений амплитуды (кривые 2 и 5 на рис. 2), то в гладком приближении уменьшение амплитуды после достижения максимума может быть оценено формулой [14]

$$x = x_{\max} (r_s/r) (S/Q_r)^2, \quad (8)$$

полученной из уравнения (7) (кривые 3 и 6).

Отметим, что в работе [15] был предложен способ вывода пучка из циклотрона на спадающих и растущих участках кривых 2 и 5 в послерезонансной зоне, так как радиальный шаг орбиты в этой зоне, как и в дорезонансной, равен $\Delta r = \pi r \varepsilon_s / S$.

В невозмущенном магнитном поле средний радиус равновесной орбиты равен \bar{r} . В зоне целого резонанса при искажении орбиты возникает r' . В изохронном циклотроне из-за постоянства периода обращения

$$T = \frac{2\pi \bar{r}}{v_\varphi} = \frac{1}{v_\varphi} \int_0^{2\pi} \sqrt{r^2 + r'^2} d\varphi \quad (9)$$

уменьшается эффективный средний радиус искаженной орбиты ($r < \bar{r}$). На меньшем радиусе частица имеет меньшую скорость и меньшую кинетическую энергию, чем она должна была бы иметь при заданном наборе энергии за оборот. Часть энергии перешла в энергию радиального движения, т. е. имеется «диссипация энергии» продольного движения. В этом смысле и надо понимать появление «трения», ибо в азимутально-симметричном магнитном поле радиальная компонента скорости равна нулю.

Азимутальная сила F_φ возникает на искаженной орбите и способствует затуханию. Используя терминологию теории колебаний, будем называть силу F_φ (и член $(3/2r) x'^2 \operatorname{sgn} x' \varepsilon_s \cos S\varphi$) силой «магнитного трения» (силой «противодействия»).

Таким образом, «неконсервативность движения» дополнительно уменьшает амплитуду вынужденных радиальных колебаний при целом резонансе по сравнению с амплитудой в случае нестационарного и неизохронного движения и приводит с ростом частоты Q_r к послерезонансному ее изменению в виде затухающих биений [5—7, 12—15]. Азимутальная сила «трения» F_φ содержится в исходных уравнениях движения (1), так как $(dr/dt) H_z = v_r H_s$. Она отсутствует, когда орбита является окружностью ($v_r = 0$, $H_s = 0$, $H_N = 0$).

Исследование нелинейных уравнений приводит к возникновению новых представлений, новых понятий. В линейной системе с увеличе-

нием возмущения изменения носят количественный характер, новых качеств не возникает [9, 10, 16].

Подчеркнем, что необходимость учета члена r^2/r в уравнении радиального движения (2) при проведении численных расчетов для изохронного циклотрона в случае сильного отличия замкнутой орбиты от окружности либо значительного смещения центра орбиты была позднее отмечена в работе [17].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Thomas L. H. // Phys. Rev. 1938. 54. P. 580—587. [2] Брук Г. Циклические ускорители заряженных частиц. М., 1970. [3] Ливингуд Дж. Принципы работы циклических ускорителей. М., 1963. [4] Dillip P. D. et al. // Proc. Symp. High Energy Accel. and Pion Physics. CERN. 1956. V. 1. P. 9—31. [5] Саркисян Л. А. // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 3, Физ. Астрон. 1976. 17, № 3. С. 282—287. [6] Саркисян Л. А. // //Тр. Всесоюз. совещ. по ускорителям ионов низких и средних энергий. Киев, 1982. С. 178—181. [7] Саркисян Л. А., Чернышенко Т. А. // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 3, Физ. Астрон. 1984. 25, № 5. С. 109—113; 1985. 26, № 6. С. 26—30. [8] Lewis F. M. // Trans. of ASME. 1932. 54. P. 258. [9] Митропольский Ю. А. Нестационарные процессы в нелинейных колебательных системах. Киев, 1955. [10] Богголюбов Н. Н., Митропольский Ю. А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М., 1958. [11] Бондарь Н. Г. Нелинейные стационарные колебания. Киев, 1974. [12] Sarkisyan L. A. // Proc. 7th Intern. Conf. Cyclotrons and their Appl. Basel. 1975. P. 324—325. [13] Саркисян Л. А. // Химия твердого тела. Свердловск, 1984. С. 127—134. [14] Саркисян Л. А., Чернышенко Т. А. // Препринт ОИЯИ Р9-85-707. Дубна, 1985. С. 281—287. [15] Саркисян Л. А. // Там же. С. 288—293. [16] Самарский А. А., Курдюмов С. П., Ахромеева Т. С., Малинецкий Г. Г. // Вестн. АН СССР. 1985. № 9. С. 64—77. [17] Gordon M. M. // Particle accelerators. 1983. 13. P. 67—84.

Поступила в редакцию
15.10.85

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1987. Т. 28, № 2

УДК 539.125

F- и D-СВЯЗИ И ЛЕПТОННЫЕ РАСПАДЫ БАРИОНОВ В КВАРКОВОЙ МОДЕЛИ С ЧЕТЫРЬМА АРОМАТАМИ

Л. Жельми (Люксембург), В. С. Замиралов

(НИИЯФ)

Недавно мы показали, что константы F - и D -связей электромагнитного тока барионов, через которые выражаются их магнитные моменты в теории барионной симметрии $SU(3)$ и $SU(4)$, связаны с кварк-бикварковым строением барионов, причем бикварк, как правило, составлен из кварков одинакового аромата [1, 2]. Это же справедливо и для констант F - и D -связей гиперзарядового тока барионов, через которые выражается расщепление масс барионного октета в $SU(3)$ [3].

В настоящей работе мы попытаемся найти подобную связь для слабого аксиально-векторного барионного тока, определяющего лептонные распады барионов. Эта задача представляет интерес, во-первых, потому, что лептонные распады известных барионов успешно описываются в рамках барионной симметрии $SU(3)$ [4], а во-вторых, потому, что она может помочь объяснить ухудшение согласования предсказаний $SU(3)$ с экспериментом при учете киральных поправок по теории возмущений в КХД [5].

С тем чтобы иметь возможность включить в рассмотрение лептонные распады шармовых барионов и, кроме того, оперировать корректным выражением для слабого нейтрального барионного тока, будем