СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Семенова О. П., Суханова Г. Б.//Журн. прикл. спектр. 13, № 6. С. 956—960. [2] Теодорович З. С., Семенова О. П.//Изв. вузов. Физика. 1976. № 7. С. 32—39. [3] Волкова Л. М., Девятов А. М., Фазлаев В. Х.//Вестн. Моск. ун-та. Сер. 3, Физ. Астрон. 1982. 23, № 2. С. 16—20. [4] Фриш С. Э.//Спектроскопия газоразрядной плазмы. Л., 1970. С. 244—273. [5] Пенкин Н. П., Шабанова Л. Н.//Опт. и спектр. 1969. 26, № 3. С. 346—349. [6] Касабов Г. А., Елисеев В. В. Спектроскопические таблицы для низкотемпературной плазмы. М., 1973. С. 125—133. [7] Стародуб В. П., Алексахин И. С., Гарга И. И., Запесочный И. П.//Опт. и спектр. 1973. 35, № 6. С. 1037—1045. [8] Алексахин И. С., Запесочный И. П., Гарга И. И., Стародуб В. П.//Там же. 1975. 38, № 2. С. 228—234. [9] Запесочный И. П., Кельман В. А., Имре А. И., Дащенко А. Н., Данч Ф. Ф.//ЖЭТФ. 1975. 69, № 6 (12). С. 1947—1955. [10] Фазлаев В. Х., Девятов А. М., Макарычев С. В.//Вестн. Моск. ун-та. Сер. 3, Физ. Астрон. 1979. 20, № 3. С. 81—84.

Поступила в редакцию
13.02.85

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1987. Т. 28, № 2

УДК 538.566.001.24

ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД АНАЛИЗА СОБСТВЕННЫХ ЗАМЕДЛЕННЫХ ВОЛН ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ВОЛНОВОДА

Е. Ф. Алексеенко

(кафедра математики)

Диэлектрические волноводы и устройства на их основе привлекают внимание практиков и теоретиков вот уже более пятнадцати лет. Количество работ, посвященных этому вопросу, не уменьшается, что свидетельствует об актуальности направления. В настоящее время главные усилия прилагаются к разработке таких алгоритмов расчета, которые бы давали возможность анализировать диэлектрические волноводы (ДВ) произвольного сечения при произвольном поперечном распределении диэлектрической проницаемости [1—3]. Представляемая работа также относится к этому направлению.

Будем рассматривать собственные замедленные волны ДВ. Для этих волн фиксированной частоты известно, что они имеют гармоническую зависимость от продольной координаты и экспоненциально затухают на бесконечности. Поэтому краевая граничная задача для электрических потенциалов поля ДВ сводится к плоской краевой граничной задаче в поперечном сечении $S_\perp$

$$-\Delta_\perp \mathbf{A} = k^2 \mathbf{A}, \tag{1}$$

$$-\Delta_\perp \varphi = k^2 \varphi \tag{2}$$

с граничным условием непрерывности скалярного потенциала и касательной составляющей векторного потенциала $\mathbf{A}$ на границе сечения стержня. В уравнениях (1), (2) и далее знак ($\perp$) означает поперечность вектора или оператора.

Используем широко известный метод возмущения и будем искать решение задачи в виде суперпозиции волн «невозмущенного» присутствием диэлектрического стержня оператора уравнений (1) и (2), т. е. волн свободного пространства. Поскольку задача открытая, то суперпозиция получается в виде обобщенного интеграла Фурье. Полную систему волн для векторной задачи (1) образуют волны, порожденные применением операторов $\nabla_\perp$; $\nabla_\perp \times \mathbf{i}_z$ и $\mathbf{i}_z \partial/\partial z$, коммутирующих с $\Delta_\perp$, к решению невозмущенной скалярной задачи (2). Два первых оператора дают *TM*- и *TE*-волны свободного пространства, а оператор $\mathbf{i}_z\partial/\partial z$ порождает волны, дополняющие систему *TE*- и *TM*-волн, которая, как известно [4], полна лишь относительно поперечных составляющих полей, до полной и относительно продольных составляющих. На потенциалы наложим калибровку следующего вида:

$$\operatorname{div}\mathbf{A}_\perp + \varepsilon_0\mu_0\partial\varphi/\partial t = 0.$$

Запишем разложения уже на уровне полей [5, 6]:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, z, t) = \omega e^{i\omega t}\iint\limits_{-\infty}^{\infty}\left[a[\mathbf{k}\times\mathbf{i}_z] + b\left(1 - \frac{k^2}{k_0^2}\right)\mathbf{k} + \right.$$
$$\left. + i\left(b'\frac{k^2}{k_0^2} - c'\right)\mathbf{i}_z\right]e^{i\mathbf{kr}}dk_x dk_y; \tag{3}$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, z, t) = e^{i\omega t}\iint\limits_{-\infty}^{\infty}[ia'\mathbf{k} - i(b' - c')[\mathbf{k}\times\mathbf{i}_z] + ak^2\mathbf{i}_z]\,e^{i\mathbf{kr}}dk_x dk_y. \tag{4}$$

Здесь a, b и $c(\mathbf{k}, z)$ — плотности амплитуд частичных нормальных волн, $(') = \partial/\partial z$, $\mathbf{k} = k_x\mathbf{i}_x + k_y\mathbf{i}_y$, $\mathbf{r} = x\mathbf{i}_x + y\mathbf{i}_y$, $k_0^2 = \varepsilon_0\mu_0\omega^2$.

Для построения уравнений относительно спектральных амплитуд частичных волн разложения искомого поля ДВ использовалось осевое представление принципа наименьшего действия [7]. Как известно [7, 8], этот принцип эквивалентен уравнениям Максвелла. При этом, как показано в работе [9], пара граничных условий $\mathbf{H}_\tau^+ = \mathbf{H}_\tau^-$ и $D_\nu^+ = D_\nu^-$ является для функционала действия естественной. Другая пара граничных условий удовлетворяется благодаря пробным функциям-полям выбранного базиса в разложениях (3) и (4). В осевом представлении принципа наименьшего действия в объеме изменения поля выделяется осевая координата, которой отводится роль временной компоненты в обычной формулировке. Интегрирование же по времени в предположении гармонической временной зависимости компонент искомого поля заменяется усреднением на периоде при правильном выборе границ интервала. Приведем полученные для спектральных амплитуд связанные интегральные уравнения в несколько ином виде, чем в работах [6] и [10]:

$$a(k_0^2 - k^2) + \frac{k_0^2}{k^2}\iint\limits_{-\infty}^{\infty}\left\{a\mathbf{k}\varkappa - b\left(1 - \frac{\varkappa^2}{k_0^2}\right)\mathbf{i}_z[\mathbf{k}\times\varkappa]\right\}\times$$
$$\times F_S(\varkappa - \mathbf{k})\,d\varkappa_x d\varkappa_y = \beta^2 a, \tag{5}$$

$$b(k_0^2 - k^2) + \frac{k_0^2}{k^2}\iint\limits_{-\infty}^{\infty}\left\{a\mathbf{i}_z[\mathbf{k}\times\varkappa] + b\left(1 - \frac{\varkappa^2}{k_0^2}\right)\mathbf{k}\varkappa\right\}\times$$
$$\times F_S(\varkappa - \mathbf{k})\,d\varkappa_x d\varkappa_y = \beta^2(b - c), \tag{6}$$

$$c(k_0^2 - k^2) + \iint\limits_{-\infty}^{\infty}[-b\varkappa^2 + ck_0^2]\,F_s(\varkappa - \mathbf{k})\,d\varkappa_x d\varkappa_y = 0. \tag{7}$$

Здесь, как и в предыдущих работах, приняты следующие обозначения:

$k^2=\mathbf{kk}$; β — собственная постоянная распространения замедленной волны ДВ;

$$F_S(\varkappa-\mathbf{k})=\frac{1}{4\pi^2}\iint\limits_{S_\text{д}}\frac{\varepsilon-\varepsilon_0}{\varepsilon_0}e^{i(\varkappa-\mathbf{k})\mathbf{r}}\,dx\,dy;$$

$S_\text{д}$ — поперечное сечение диэлектрического стержня, где диэлектрическая проницаемость ε отлична от ε_0.

Из уравнений (5)—(7) видно, что задача анализа замедленных волн ДВ свелась к обобщенной задаче на собственные значения линейного ограниченного оператора, а собственным значением является квадрат продольного волнового числа. Аналогичная задача для матрицы образуется при применении к интегралам квадратурной формулы. Для собственных замедленных волн ДВ известно, что квадрат продольного волнового числа лежит в интервале $[k_0^2,\ k_0^2\varepsilon_r]$, где ε_r — относительная диэлектрическая проницаемость материала стержня. В этих условиях с учетом того, что задача на собственные значения обобщенная, наиболее целесообразным представляется решение частичной проблемы собственных значений для полученной матричной задачи. Использовалась модификация метода обратной итерации с переменным сдвигом [11], в которой следующий сдвиг β^2_{i+1} определялся по двум предыдущим β^2_i и β^2_{i-1} и по соответствующим этим сдвигам значениям ненулевой компоненты вектора решения Q_i и Q_{i-1}:

$$\beta^2_{i+1}=\frac{\beta^2_iQ_i-\beta^2_{i-1}Q_{i-1}}{Q_i-Q_{i-1}}.$$

Правая часть матричного уравнения в процессе итераций оставалась постоянной и ортогональной левым собственным векторам, соответствующим уже найденным собственным значениям. Достаточно легко может быть показана сходимость этого процесса. Аналогичный метод Виландта, как показано в книге [12], имеет квадратичную скорость сходимости.

ДВ с различными распределениями диэлектрической проницаемости в пределах поперечного сечения стержня при различной форме этого сечения с точки зрения методики расчета различаются лишь функциями $F_s(\varkappa-\mathbf{k})$. Поэтому для перехода к анализу собственных замедленных волн другого диэлектрического стержня достаточно заменить лишь блок вычисления этой функции. В этом смысле алгоритм расчета универсален.

При численном решении удовлетворительная точность определения β^2 для собственных волн ДВ достигается при малом числе членов в квадратурной формуле Лагерра, которой заменялись интегралы в уравнениях (5)—(7). Это связано с тем, что функционал для квадрата продольного волнового числа, который легко можно получить для цилиндрической волны с использованием принципа наименьшего действия в осевом представлении, стационарен на решениях интегральных уравнений (5)—(7). Доказательство этого утверждения мало отличается от вывода интегральных уравнений. Электромагнитные поля из решений этих уравнений определяются с меньшей точностью по сравнению с точностью определения β^2. Поэтому для получения удовлетворительных результатов необходимо увеличивать число точек в квадратурной формуле. Здесь встает вопрос об экономии памяти ЭВМ, поскольку при численной реализации алгоритма образуются системы линейных алгебраических уравнений относительно значений спектральных амплитуд в узлах квадратуры, имеющие большой порядок. Объем матрицы системы уравнений можно уменьшить вдвое, приняв одну из составляющих поля в поперечной плоскости за чисто действительную или чисто мнимую. Это всегда можно сделать, учитывая, что поля всегда определяются с точностью до начальной фазы. Для спектральных амплитуд a, b и c в этом случае получается следующий характер симметрии на плоскости поперечных волновых чисел k_x и k_y:

$$r(k_x, k_y) = -r^*(-k_x, -k_y).$$

Наличие одной оси симметрии в поперечном сечении стержня, образующего волновод, влечет за собой симметрию с точностью до знака составляющих поля волновода относительно этой оси. Такая симмет-

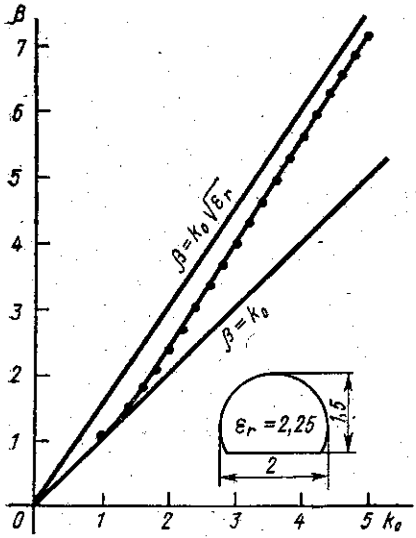

Рис. 1

k_0	$\beta(k_0)$			
	1	2	3	4
1,0	1,003	1,002	1,001	1,007
1,2	1,217	1,214	1,209	1,230
1,4	1,448	1,443	1,430	1,481
1,6	1,703	1,695	1,669	1,756
1,8	1,982	1,970	1,931	2,051
2,0	2,281	2,265	2,211	2,361
2,2	2,591	2,575	2,506	2,682
2,4	2,905	2,889	2,809	3,008
2,6	3,217	3,203	3,114	3,332
2,8	3,526	3,514	3,419	3,653
3,0	3,837	3,825	3,726	3,972
3,2	4,153	4,140	4,035	4,290
3,4	4,476	4,460	4,347	4,608
3,6	4,806	4,787	4,664	4,929
3,8	5,139	5,119	4,983	5,252
4,0	5,470	5,451	5,303	5,575

рия позволяет перевести интегралы в уравнениях (5)—(7) на четверть волновой плоскости, тем самым сокращая объем матрицы в четыре раза. Такое же сокращение дает наличие двух осей симметрии в поперечном сечении стержня, при котором спектральные амплитуды пре-

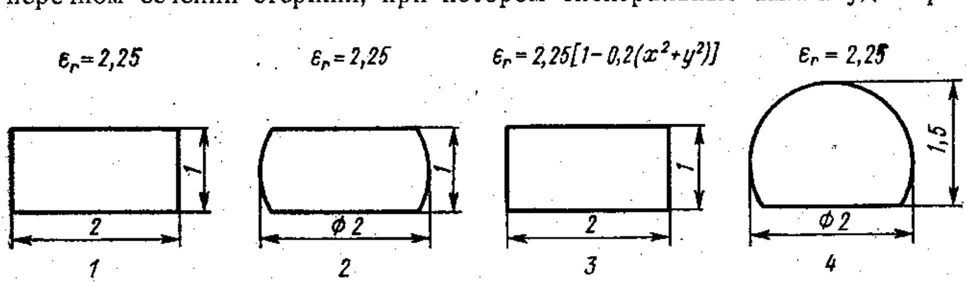

Рис. 2

вращаются в чисто действительные или чисто мнимые переменные. Помимо этого учет симметрии позволяет разделять моды, различающиеся направлением поляризации и характером симметрии в поперечной плоскости.

Результаты работы алгоритма сравнивались с численными данными, приведенными в статье [1]. Уже при использовании квадратурной формулы Лагерра четвертого порядка результаты различались в четвертом знаке при времени счета одной точки около 1 мин на мини-ЭВМ ряда СМ. На рис. 1 приведена дисперсионная характеристика низшей моды ДВ с несимметрично усеченным круглым сечением. Волноводы с таким сечением рекомендованы для использования в качестве элементов устройств с преобразованием поляризации. В таблице сведены рассчитанные дисперсионные характеристики низших мод ДВ четырех видов. На рис. 2 приведены сечения этих волноводов под теми же номерами и их параметры.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Веселов Г. И., Воронина Г. Г., Платонов Н. И.//Изв. вузов. Радиоэлектроника, 1985. **28**, № 3. С. 3—9. [2] Корнеев В. И., Мицкевич И. В.// //Электромагнитные и механические свойства структур, применяемых в микроэлектронике. М., 1983. С. 38—43. [3] Davies J. B., Rahman R. M. A.//Radio Science. 1984. **19**, N 5. P. 1245—1249. [4] Каценеленбаум Б. З. Высокочастотная электродинамика. М., 1966. [5] Барсуков Ю. К.//Радиотехн. и электроника. 1971. **16**, № 12. С. 2167—2174. [6] Алексеенко Е. Ф., Барсуков Ю. К.//Там же. 1980. **25**, № 12. С. 2531—2541. [7] Барсуков Ю. К.//Там же. 1969. **14**, № 7. С. 1216—1224. [8] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. М., 1967. [9] Алексеенко Е. Ф.//Вестн. Моск. ун-та. Сер. 15, Вычислит. матем. и кибернетика. 1986. № 1. С. 42—47. [10] Барсуков Ю. К., Алексеенко Е. Ф.//Радиотехн. и электроника. 1980. **25**, № 1. С. 199—202. [11] Парлетт Б. Симметричная проблема собственных значений. Численные методы. М., 1983. [12] Фаддев Д. К., Фаддева В. Н. Вычислительные методы линейной алгебры. М.; Л., 1963.

Поступила в редакцию
24.01.86

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1987. Т. 28, № 2

ОПТИКА И СПЕКТРОСКОПИЯ

УДК 535.37:539.196

ПРОЯВЛЕНИЯ УНИВЕРСАЛЬНЫХ МЕЖМОЛЕКУЛЯРНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ В СПЕКТРАЛЬНО-ЛЮМИНЕСЦЕНТНЫХ И ГЕНЕРАЦИОННЫХ СВОЙСТВАХ КУМАРИНА 1

Н. В. Королькова, Б. М. Ужинов

(кафедра химической кинетики химического факультета)

Молекула красителя в растворителе вступает во взаимодействие с окружающими молекулами, что приводит к изменению ее энергетических характеристик. При поглощении света происходят переходы с равновесного основного уровня на возбужденный франк-кондоновский уровень, неравновесный по отношению к окружающей среде. В результате процессов межмолекулярной релаксации, восстанавливающих равновесие между возбужденной молекулой и растворителем, молекула флуорофора переходит на равновесный уровень, а затем излучает свет, попадая на франк-кондоновский подуровень основного состояния. Чем быстрее происходит релаксация молекул окружения, тем меньше заселены франк-кондоновские уровни по отношению к равновесным. Скорость ориентационной релаксации среды существенно зависит от природы растворителя и влияет на положение электронных спектров поглощения и испускания и на генерационные характеристики красителей.