№ 18/1983. М., 1983. [4] Айнбиндер А. И. Шумы радиоприемников. М., 1974. [5] Айнбиндер А. И. Входные каскады радиоприемников. М., 1981. [6] Андронов А. А., Витт А. А., Хайкин С. Э. Теория колебаний. М., 1981.

Поступила в редакцию
12.03.86

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1987. Т. 28, № 3

УДК 533.951.7/.8

О ПУЧКОВОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ В РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ПЛАЗМЕ

А. Н. Матвеев, П. А. Поляков, М. А. Тасев (Болгария)

(кафедра общей физики для физического факультета)

Плазма при высоких температурах удерживается обычно посредством магнитных полей. Однако при больших температурах и сильных магнитных полях тепловой разброс частиц становится анизотропным: вдоль внешнего магнитного поля разброс больше, а перпендикулярно полю — меньше. Такая анизотропия теплового разброса обусловлена, во-первых, сохранением продольного адиабатического инварианта при медленном увеличении магнитного поля [1], во-вторых, синхротронными потерями, которые наиболее сильны при релятивистских температурах [2]. Если тепловой разброс частиц много больше вдоль поля, чем поперек, то приближенно можно пренебречь поперечным тепловым разбросом и считать, что невозмущенная функция распределения электронов f_0' имеет вид

$$f_0'=f_0(\mathbf{u}_\parallel)\,\delta(\mathbf{u}_\perp),$$

где $\mathbf{u}_\parallel$ и $\mathbf{u}_\perp$ — продольная и поперечная составляющие пространственной компоненты 4-вектора скорости.

Такая плазменная модель исследовалась в работе [3] в связи с проблемой радиоизлучения пульсаров. Высокотемпературная одномерная плазменная система экспериментально реализована [4]. В [5] было установлено, что в релятивистской одномерной плазме наряду с ленгмюровской модой может существовать еще один вид плазменных колебаний в области волновых векторов $k\ll\omega_p(T/mc^4)^{1/2}$, где ω_p — плазменная частота.

Целью настоящей работы является исследование возможности возбуждения плазменных колебаний электронным потоком малой плотности с небольшим тепловым разбросом скоростей в области частот, близких к частоте указанного нового вида колебаний. Аналогичная задача исследовалась в работе [6] на основании приближенного дисперсионного уравнения, справедливого в области $(akc)^2/|k^2c^2-\omega^2|\gg1$, в то время как новый вид плазменных колебаний существует при малых значениях указанного параметра и, следовательно, результаты работы [6] не могут быть применены в рассматриваемом случае.

Дисперсионное уравнение для плазменных волн, распространяющихся вдоль оси x, где ось x направлена вдоль теплового разброса скоростей (вдоль внешнего магнитного поля), имеет следующий вид [6, 7]:

$$\varepsilon^l(k,\ \omega)=1+\sum\frac{\omega_p^2}{c^2}\int\limits_L\frac{u_0u^1}{k_\alpha u^\alpha k_0}\,\frac{\partial f_0}{\partial u^1}\,du^1+\delta\varepsilon^l(k,\ \omega)=0, \tag{1}$$

где k_α — волновой 4-вектор, L — контур Ландау, $\delta\varepsilon^l(k, \omega)$ — вклад в дисперсионное уравнение, обусловленный электронным пучком. Суммирование подразумевается по сортам частиц (электронам и ионам).

Если тепловой разброс частиц плазмы имеет вид релятивистского закона Максвелла (для одномерного случая) [6]

$$f_0=\exp(-\alpha u_0)/2\mathcal{K}_1(\alpha), \tag{2}$$

где $\alpha=mc^2/T$, T— температура, $\mathcal{K}_1(\alpha)$ — функция Макдональда [8], а тепловой разброс электронов пучка в системе координат, движущейся со средней скоростью частиц пучка v, описывается нерелятивистским законом Максвелла

$$f_0=\left(\frac{m}{2\pi T_B}\right)^{1/2}\exp\left(-\frac{mv^2}{2T_B}\right),$$

где T_B — температура частиц пучка, то для волн с фазовыми скоростями, близкими к скорости света, уравнение (1) можно свести к виду [7]

$$1+\sum\frac{\omega_p^2z^2}{2\alpha k^2c^2}\Psi(z)+\delta\varepsilon^l(k, \omega)=0, \tag{3}$$

где

$$\delta\varepsilon^l(k, \omega)=-\frac{\omega_{pB}^2}{\Gamma(\omega-kv)^2}\left[1+\frac{3k^2v_{TB}^2}{\Gamma^4(\omega-kv)^2}\right],\quad z=\alpha a;$$

$$a=kc/(k^2c^2-\omega^2)^{1/2};\ \Gamma=\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-1};\ v_{TB}^2=\frac{T_B}{m};$$

$$\Psi(z)=zE_1(-z)-zE_1(z)\exp(z)+2+i\cdot 2\pi\theta(-\operatorname{Im}\omega)\times$$
$$\times\theta(-\operatorname{Re}\omega+kc)z\exp(-z). \tag{4}$$

Для ультрарелятивистского пучка, когда $\Gamma\gg1$, в рассматриваемом пределе приближенно имеем

$$\omega-kv=kc(\Gamma^{-2}-a^{-2})/2. \tag{5}$$

Рассмотрим далее для определенности релятивистскую электронно-ионную плазму с ионами очень большой массы. Тогда дисперсионное уравнение (3) с учетом (5) можно представить в виде

$$1+\frac{\omega_p^2z^2}{4\alpha k^2c^2}\Psi(z)-\frac{4\omega_{pB}^2z^4\Gamma}{k^2c^2(z^2-\alpha^2\Gamma^2)^2}\left[1+\frac{3v_{TB}^2z^4\Gamma^3}{\Gamma^3c^2(z^2-\alpha^2\Gamma^2)^2}\right]=0. \tag{6}$$

В области

$$k^2c^2\ll|\omega_p{}^2z^2\Psi(z)/2\alpha| \tag{7}$$

в (6) можно пренебречь единицей, и вместо (6) получим уравнение

$$\Psi(z)-16(\alpha\Gamma)\frac{n_B}{n_0}\left[\frac{1}{z^2-\alpha^2\Gamma^2}+\frac{\alpha^2\Gamma^2}{(z^2-\alpha^2\Gamma^2)^2}\right]\times$$
$$\times\left[1+\frac{3v_{TB}^2z^2}{c^2(z^2-\alpha^2\Gamma^2)}+\frac{3v_{TB}^2\alpha^2z^2}{c^2(z^2-\alpha^2\Gamma^2)^2}\right]=0, \tag{8}$$

где n_0, n_B — плотность частиц плазмы и пучка.

Введем обозначение $z=x+iy$ и положим $z=x_0+\eta$, где $|\eta|\ll|x_0|$, а x_0 — корень трансцедентного уравнения $\mathrm{Re}\,\Psi(x_0)=0$. Численное решение этого уравнения с помощью таблиц для функции $E_1(z)$ [8] привело к следующему значению этого корня: $x_0=1{,}92$, при этом $\mathrm{Im}\,\Psi(x_0)=0{,}88$. В этом случае для комплексной переменной η из (8) найдем

$$i\cdot\mathrm{Im}\,\Psi(x_0)=16\alpha\Gamma\frac{n_B}{n_0}\left[\frac{1}{(x_0+\eta)^2-\alpha^2\Gamma^2}+\frac{\alpha^2\Gamma^2}{((x_0+\eta)^2-\alpha^2\Gamma^2)^2}\right]\times$$
$$\times\left[1+\frac{3v_{TB}^2(x_0+\eta)^2}{c^2((x_0+\eta)^2-\alpha^2\Gamma^2)}+\frac{3v_{TB}^2\alpha^2(x_0+\eta)^2}{((x_0+\eta)^2-\alpha^2\Gamma^2)^2}\right]=0, \tag{9}$$

где i — мнимая единица.

Уравнение (8) можно решить аналитически в общем виде, так как оно является биквадратным уравнением с комплексными коэффициентами. При определенных значениях этих коэффициентов существует решение с $\mathrm{Im}\,\omega>0$, т. е. релятивистская пучково-плазменная система в рассматриваемой области может быть неустойчивой по отношению к возбуждению продольных плазменных волн. В общем случае выражение для инкремента неустойчивости является сложным и громоздким. Однако если параметры плазмы и пучка таковы, что $\alpha\Gamma\sim x_0$, то приближенно уравнение (9) примет следующий вид:

$$i\cdot\mathrm{Im}\,\Psi(x_0)=2x_0\Gamma^2(n_B/n_0)\,\eta^2\left(1+\frac{x_0^2\cdot 3v_{TB}^2}{4c^2\eta^2}\right). \tag{10}$$

Из уравнения (10) находим

$$\eta=\eta_0(1+i)+\frac{i\cdot 3}{8\sqrt{2}}\frac{v_{TB}^2}{c^2}\frac{1}{\eta_0},$$

где

$$\eta_0=\pm\Gamma(2n_Bx_0/n_0\,\mathrm{Im}\,\Psi(x_0))^{1/2}. \tag{11}$$

Из решения (11), принимая во внимание определения величин η и z, для действительной частоты $\omega'=\mathrm{Re}\,\omega$ и инкремента неустойчивости (или декремента затухания) $\gamma=\mathrm{Im}\,\omega$ соответственно находим

$$\omega'=\left\{1-\frac{\alpha^2}{2}\frac{(x_0+\eta_0\pm\sigma)^2-(\sigma\pm\eta_0)^2}{[(x_0+\eta_0\pm\sigma)^2+(\sigma\pm\eta_0)^2]^2}\right\}\cdot kc, \tag{12}$$

$$\gamma=\pm\alpha^2\frac{(x_0+\eta_0\pm\sigma)(\eta_0\pm\sigma)}{[(x_0+\eta_0\pm\sigma)^2+(\eta_0+\sigma)^2]^2}, \tag{13}$$

где знак плюс соответствует неустойчивой (возбуждаемой) моде, а минус — затухающей, $\sigma=3v^2_{TB}x_0/(8\sqrt{2}c^2\eta_0)$.

Итак, моноэнергетический электронный пучок может возбуждать в релятивистской плазме (в области $k^2c^2\ll\omega_p{}^2/\alpha$) плазменные волны с фазовыми скоростями, близкими к скорости света, $(\omega/k)\sim c$. Согласно [9], кроме рассмотренной неустойчивости в релятивистской пучково-плазменной системе в области $k^2c^2\sim\omega_p{}^2/\alpha$ возбуждаются плазменные колебания с максимальным инкрементом

$$\gamma_{max}=\frac{\sqrt{3}}{4}\left(\frac{n_B}{n_0}\right)^{1/3}\frac{kc}{(\Gamma\Gamma)}, \tag{14}$$

где

$$\bar{\Gamma}=\sqrt[3]{6}\,T/mc^2.$$

Следует отметить, что, анализируя совместно формулы (13) и (14), нетрудно убедиться в существовании области значений параметров плазмы и пучка в случае ультрарелятивистской плазмы, когда неустойчивость вида (13) будет развиваться быстрее (14).

Необходимо также отметить, что здесь рассматривалась одномерная модель плазмы, учитывая наличие сильного внешнего магнитного поля.

В трехмерной плазменной системе наряду с рассмотренными типами неустойчивости при тех же условиях возможна еще и неустойчивость волн, распространяющихся под углом к внешнему магнитному полю (неустойчивость циклотронного вида). Максимальный инкремент неустойчивости указанного вида оценивается следующим образом [10]:

$$\gamma_{max}\sim 0{,}1\,(\omega_p/\omega_H)\,\alpha^{4/3}\cdot kc, \qquad (15)$$

где ω_H — циклотронная частота, и, кроме того, $kc\leqslant\omega_H\alpha$. Таким образом, формулу (13) можно использовать только для значений, превосходящих выражение (15).

Из полученных выше результатов следует еще, что при пронизывании релятивистским пучком релятивистской одномерной плазмы в ней могут возбуждаться плазменные волны в широкой спектральной области $0<kc\leqslant\omega_p/\alpha^{1/2}$, хотя их интенсивность при различных значениях плазмы и пучка будет различной.

Тепловой разброс частиц пучка, согласно формулам (12), (13), приводит к уменьшению инкремента возбуждения неустойчивой плазменной волны и, наоборот, увеличивает декремент затухания устойчивой плазменной волны. Что касается частоты колебаний (12), то она из-за теплового разброса частиц пучка для обоих видов волн уменьшается.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Нортроп Т. Адиабатическая теория движения заряженных частиц. М., 1967. [2] Соколов А. А., Тернов И. М. Релятивистский электрон. М., 1974. [3] Михайловский А. Б.//Письма в Астрон. журн. 1979. 5. С. 604—607. [4] Закатов Л. П., Иванов А. А., Плахов А. Г., Шапкин В. В.//Письма в ЖЭТФ. 1972. 15. С. 16—19. [5] Поляков П. А.//ЖЭТФ. 1983. 85. С. 1585—1589. [6] Джавахишвили Д. И.//ЖТФ. 1974. 44. С. 193—197. [7] Александров А. Ф., Богданкевич Л. С., Рухадзе А. А. Основы физики плазмы. М., 1978. [8] Справочник по специальным функциям/Под ред. М. Абрамовица и И. Стиган. М., 1979. [9] Ломинадзе Д. Г., Михайловский А. Б.//ЖЭТФ. 1979. 76. С. 959—970. [10] Каплан С. А., Цытович В. Н. Плазменная астрофизика. М., 1972.

Поступила в редакцию
18.03.86