на суммарную мощность $P_0=P_1+P_2+P_3$ для разных значений N_3. Как следует из (6),

$$L_{сб}=\Gamma_0^{-1}\ln(\Gamma_0 k_3 a_{03}^2/N_3),$$

и зависимость $L_{сб}$ от N_3 носит слабый логарифмический характер, что и обнаруживается в численных экспериментах. Длина $L_{сб}$ при возрастании N_3 от нуля вначале быстро уменьшается и в условиях численного эксперимента остается мало изменяющейся величиной: $L_{сб}\simeq\simeq 0{,}2k_2a_{02}^2$. При увеличении мощности (или Γ_0), как это видно из рис. 3, $L_{сб}$ незначительно уменьшается.

В целом КПД процесса на длине $L_{сб}$ практически не зависит от начального модового состава пучка накачки.

В заключение авторы выражают благодарность А. П. Сухорукову за плодотворные обсуждения результатов данной работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Пасманик Г. А., Фрейдман Г. И.//Квант. электроника. 1974. 1. С. 547—559. [2] Бабин А. А., Беляева Н. Н., Беляев Ю. Н., Фрейдман Г. И.//ЖЭТФ. 1976. 71, № 1. С. 97—110. [3] Копылов С. М.//Квант. электроника. 1981. 8. С. 1526—1531. [4] Дмитриев В. Г., Копылов С. М.//Там же. 1983. 10. С. 2008—2013. [5] Карамзин Ю. Н., Сухоруков А. П.//ЖЭТФ. 1975. 68. С. 834—846. [6] Алешкевич В. А., Лебедев С. С., Матвеев А. Н.//ЖЭТФ. 1982. 83. С. 1249—1255. [7] Карамзин Ю. Н., Цветкова И. Л. Препринт ИПМ № 115. М., 1979. [8] Карамзин Ю. Н., Сухоруков А. П.//Письма в ЖЭТФ. 1974. 20. С. 734—739.

Поступила в редакцию
11.04.86

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1987. Т. 28, № 4

АКУСТИКА

УДК 534.535

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЗВУКОВОГО ПУЧКА В АКУСТООПТИЧЕСКИХ КРИСТАЛЛАХ ПАРАТЕЛЛУРИТА И КАЛОМЕЛИ

М. А. Воронова, В. Н. Парыгин

(кафедра физики колебаний)

Обычно расчет характеристик акустооптических приборов проводится без учета дифракционной расходимости звукового пучка. Однако в реальных устройствах акустическая дифракция может играть существенную роль. Особенно сильно сказываются дифракционные искажения формы звукового поля в кристаллах, обладающих значительной анизотропией упругих свойств. Поэтому исследование формы звуковых пучков, создаваемых преобразователем в сильно анизотропных кристаллах, представляет большой интерес. Использование развитого к настоящему времени математического аппарата [1] позволит рассчитать дифракцию света на сложном звуковом пучке, форма которого учитывает дифракцию звука.

В данной работе рассматривается акустическое поле, создаваемое медленной сдвиговой волной в широко используемом в акустооптике кристалле парателлурита (TeO_2) вблизи кристаллографической оси [110] и аналогичной волной в каломели (Hg_2Cl_2), являющейся также перспективным для акустооптики материалом благодаря высокому коэффициенту акустооптического качества.

Для расчета звукового поля использовался метод углового спектра [2], который позволяет получить аналитическое выражение для скалярной функции, характеризующей акустическое поле, создаваемое плоским преобразователем в анизотропной среде. Согласно этому методу дифракционное поле от плоского излучателя, расположенного в плоскости $z=0$, характеризуется некоторой скалярной функцией $f(x, y, z)$ (например, амплитудой упругих смещений) и определяется из углового спектра плоских волн по формуле

$$f(x, y, z)=\iint\limits_{-\infty}^{\infty} F(K_x, K_y) \exp j\left[K_x x+K_y y+K_z(K_x, K_y)|z|\right] dK_x dK_y. \quad (1)$$

Здесь

$$F(K_x, K_y)=\frac{1}{4\pi^2} \iint\limits_{R} f(x', y') \exp\left[-j(K_x x'+K_y y')\right] dx' dy' \quad (2)$$

— угловой спектр излучателя, являющийся фурье-преобразованием апертурной функции $f(x', y')$, которая характеризует амплитуду смещения в точках (x', y'), принадлежащих поверхности преобразователя R. Проекции волнового вектора акустической волны K_x, K_y, K_z на оси прямоугольной декартовой системы координат x, y, z связаны между собой соотношением

$$K_z(K_x, K_y)=K^2(\theta, \varphi)-(K_x^2+K_y^2),$$

где $K(\theta, \varphi)=\omega/v(\theta, \varphi)$ — модуль волнового вектора звуковой волны с частотой ω и фазовой скоростью $v(\theta, \varphi)$, зависящей от направления в кристалле; θ — угловое отклонение от оси [001]; φ — азимутальный угол в плоскости (001), отсчитываемый от оси [100].

Поверхность фазовых скоростей находится из дисперсионного уравнения Грина — Кристоффеля [3]

$$|\Gamma_{ik}-\rho v^2 \delta_{ik}|=0, \qquad i, k=1, 2, 3, \quad (3)$$

где $\Gamma_{ik}=c_{ijkl} n_j n_l$ — тензор Кристоффеля, c_{ijkl} — тензор модулей упругости, δ_{ik} — символ Кронекера, n_j — единичный вектор волновой нормали, v — фазовая скорость акустической волны, ρ — плотность кристалла.

Уравнение (3) является бикубичным относительно v, оно описывает три поверхности фазовых скоростей, соответствующие трем различным объемным плоскополяризованным акустическим волнам.

Акустооптическая дифракция в анизотропных средах в основном происходит в режиме Брэгга, поэтому при рассмотрении акустооптического взаимодействия со звуковой волной, распространяющейся в кристалле вблизи направления [110], мы выделяем только одну квазисдвиговую волну с поляризацией вдоль направления [$\bar{1}$10]. Эта волна обладает наименьшей скоростью и соответственно наибольшим значением коэффициента акустооптического качества. Для двух других волн условие Брэгга не будет выполняться, и, следовательно, они не будут вносить существенного вклада в акустооптическую дифракцию.

Для нахождения поверхности фазовых скоростей $v(\theta, \varphi)$ уравнение (3) решалось тригонометрическим методом на ЭВМ БЭСМ-6. Значения упругих констант и плотности для кристаллов TeO_2 и Hg_2Cl_2 взяты из работ [4, 5]. Вблизи заданного направления волнового вектора

$\mathbf{K}(\theta, \varphi)$ зависимость $K_z(K_x, K_y)$ аппроксимировалась параболоидом в системе координат, связанной с преобразователем:

$$K_z(K_x, K_y) = K_0 + A_1 K_x + A_2 K_y - \frac{B_1}{2K_0} K_x^2 - \frac{B_2}{2K_0} K_y^2. \quad (4)$$

Здесь коэффициенты параболической аппроксимации имеют следующий физический смысл: A_1 и A_2 — тангенсы углов между проекциями волнового и лучевого векторов на плоскость $y=0$ и $x=0$ соответственно, B_1 и B_2 — главные значения кривизны поверхности волновых векторов ($B_1=B_2=1$ в изотропном случае, когда поверхность волновых векторов является сферой).

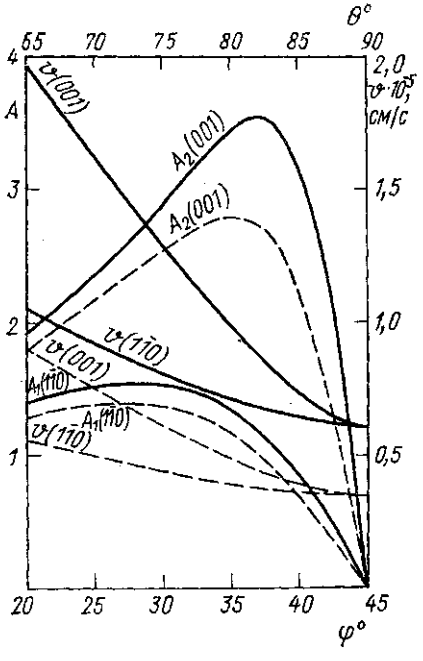

Рис. 1. Зависимости коэффициентов параболической аппроксимации A_1 и A_2 и скорости медленной квазисдвиговой волны в парателлурите (сплошная линия) и каломели (пунктирная линия) от угла θ в плоскости (1$\bar{1}$0) и φ в плоскости (001)

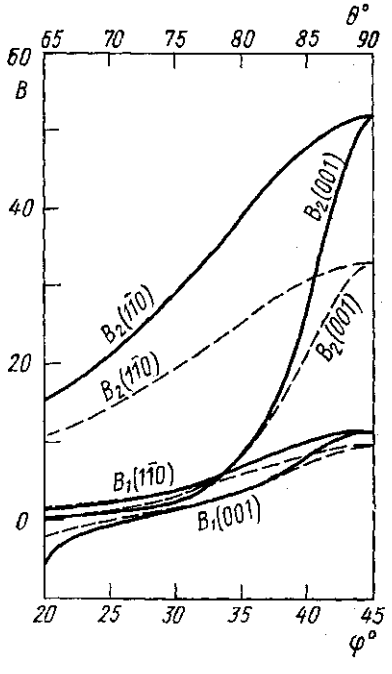

Рис. 2. Зависимости коэффициентов B_1 и B_2 в парателлурите (сплошные линии) и каломели (пунктирные) от угла θ в плоскости (1$\bar{1}$0) и φ в плоскости (001)

На рис. 1 и 2 представлены рассчитанные на ЭВМ БЭСМ-6 зависимости коэффициентов параболической аппроксимации от угла θ в плоскости (1$\bar{1}$0) и от угла φ в плоскости (001) при отходе от оси [110] на угол до 25° для медленной квазисдвиговой волны в TeO_2 и Hg_2Cl_2.

Будем считать, что распределение смещения по апертуре преобразователя имеет гауссову форму:

$$f(x', y') = \exp\left[-\left(\frac{x'}{a}\right)^2 - \left(\frac{y'}{b}\right)^2\right],$$

где a и b — поперечные размеры прямоугольного преобразователя. Тогда при больших волновых размерах излучателя ($K_0 a \gg 1$, $K_0 b \gg 1$) ис-

пользование в (1) и (2) параболической аппроксимации (4) приводит к следующему результату:

$$f(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt[4]{(1+\beta_1^2 z^2)(1+\beta_2^2 z^2)}} \exp\left[-\frac{(x+A_1 z)^2}{a^2(1+\beta_1^2 z^2)} - \frac{(y+A_2 z)^2}{b^2(1+\beta_2^2 z^2)}\right] \times$$

$$\times \exp j \left\{\left[K_0 + \frac{(x+A_1 z)^2 \beta_1}{a^2(1+\beta_1^2 z^2)} + \frac{(y+A_2 z)^2 \beta_2}{b^2(1+\beta_2^2 z^2)}\right] z - \frac{\operatorname{arctg} \beta_1 z}{2} - \frac{\operatorname{arctg} \beta_2 z}{2}\right\}, \quad (5)$$

где $\beta_1 = \frac{2B_1}{K_0 a^2}$, $\beta_2 = \frac{2B_2}{K_0 b^2}$.

Если за границу исследуемого пучка будем принимать те точки, в которых амплитуда смещения уменьшается относительно амплитуды в центре пучка в e раз при фиксированной координате z, то из (5) получим уравнения границы

$$x_{\text{гр}} = -A_1 z \pm a\sqrt{1+\beta_1^2 z^2} \text{ при } y = 0, \quad (6)$$

$$y_{\text{гр}} = -A_2 z \pm b\sqrt{1+\beta_2^2 z^2} \text{ при } x = 0. \quad (7)$$

Из этих уравнений следует, что в анизотропной среде акустический пучок распространяется под некоторым, в общем случае отличным от нуля, углом (углом сноса) относительно вектора волновой нормали. Угол сноса акустической энергии тем больше, чем больше параметры A_1 и A_2. Из рис. 1 видно, что угол сноса в плоскости (001) значительно больше, чем в плоскости $(1\bar{1}0)$. Параметры β_1 и β_2 характеризуют дифракционное уширение пучка. Уширение максимально в направлении [110], причем в плоскости (001) оно значительно больше, чем в плоскости $(1\bar{1}0)$.

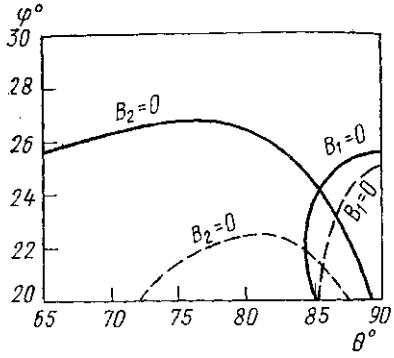

Рис. 3. Направления точек перегиба поверхности волновых векторов для парателлурита (сплошные линии) и каломели (пунктир)

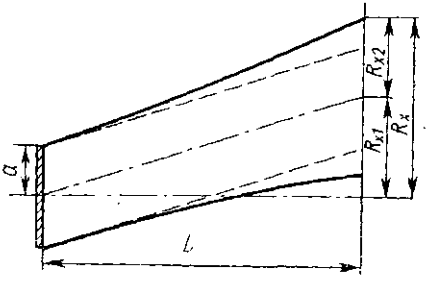

Рис. 4. Геометрия акустического пучка

На рис. 3 представлены направления точек поверхности волновых векторов, в которых одно из главных значений кривизны обращается в нуль. В рамках модели параболической аппроксимации поверхности волновых векторов это приводит к отсутствию дифракционной расходимости звукового пучка от плоского преобразователя с гауссовым распределением амплитуды смещения по поверхности в плоскости нулевой кривизны. Это так называемые параболические точки [6]. Для более

корректного расчета поля в этих направлениях в формуле (4) необходимо учитывать члены третьего порядка разложения по K_x и K_y. Следует отметить, что в направлении $\varphi=24{,}3°$, $\theta=85{,}7°$ в TeO_2 и $\varphi=21{,}4°$, $\theta=85{,}8°$ в Hg_2Cl_2 линии нулевой кривизны пересекаются. Это направление может быть использовано для создания слабо расходящегося акустического пучка.

Были оценены пределы параболичности [7] поверхности волновых векторов, т. е. такие интервалы углов δ_x и δ_y в плоскостях $y=0$ и $x=0$ соответственно, при которых отклонение данного приближения от реальной поверхности волновых векторов не превышает 5%. В исследуемом диапазоне направлений волновых векторов для кристаллов парателлурита и каломели самый узкий предел составляет не менее 2,5°. Если ширина углового спектра излучающего преобразователя меньше 2,5°, то коэффициенты параболической аппроксимации в пределах звукового пучка можно считать постоянными.

Как известно, для преобразователя с гауссовым распределением амплитуды по поверхности волновой размер преобразователя K_0a и ширина его углового спектра δ связаны соотношением

$$\operatorname{tg}\delta=\frac{2}{K_0a}=\frac{\lambda}{\pi a},$$

где λ — длина волны излучаемого звука. Отсюда следует, что $\delta<2{,}5°$ означает $K_0a>46$ или $a>15\ \lambda$.

При конструировании реальных акустооптических устройств нередко приходится сталкиваться с проблемой оценки возможных допусков на точность выполнения среза поверхности кристалла, к которой будет крепиться излучающий ультразвуковой преобразователь. Особенно важной эта проблема становится для медленной квазисдвиговой волны в TeO_2, распространяющейся в направлении [110], в связи с резким изменением угла сноса при незначительном отходе от этого направления. Зависимости $A_1(\Delta\theta)$ и $A_2(\Delta\varphi)$ при отходе от оси [110] на малый угол до 1° в плоскостях (001) и $(1\bar{1}0)$ имеют линейный характер: $A_1=\alpha_1\cdot\Delta\theta$, $A_2=\alpha_2\cdot\Delta\varphi$, где $\alpha_1=0{,}185$ град$^{-1}$, $\alpha_2=0{,}875$ град$^{-1}$ для TeO_2. Параметры B_1 и B_2, как видно из рис. 2, в этой области меняются незначительно, поэтому их можно считать постоянными ($B_1=11{,}6$, $B_2=51{,}9$ для парателлурита). Фазовая скорость в этом диапазоне также изменяется незначительно, поэтому можно считать $v=0{,}617\cdot10^5$ см/с для TeO_2.

Определим соотношения между минимальными поперечными размерами кристалла, его длиной и допустимой точностью ориентации поперечного среза, при которой границы звукового пучка не попадают на боковые грани кристалла. Для геометрии пучка, изображенной на рис. 4, из уравнений (6) и (7) получаем неравенства

$$R_x\geqslant\alpha_1\Delta\theta L+a\sqrt{1+\left(\frac{2B_1}{K_0L}\right)^2\left(\frac{L}{a}\right)^4}=R_{x1}+R_{x2},\tag{8}$$

$$R_y\geqslant\alpha_2\Delta\varphi L+b\sqrt{1+\left(\frac{2B_2}{K_0L}\right)^2\left(\frac{L}{b}\right)^4}=R_{y1}+R_{y2},\tag{9}$$

где $\Delta\theta$ и $\Delta\varphi$ — отклонения от оси [110] в плоскости $(1\bar{1}0)$ и (001) соответственно (в градусах). Первое слагаемое в правых частях неравенств (R_{x1}, R_{y1}) обусловлено сносом акустической энергии из-за неточности выполнения поперечного среза кристалла. Второе слагаемое

(R_{x2}, R_{y2}) описывает дифракционное уширение в соответствующей плоскости. На рис. 5 изображены зависимости относительного уширения пучка R_{x2}/a и R_{y2}/b от отношения L/a и L/b для различных волновых размеров K_0L кристалла в плоскостях $(1\bar{1}0)$ и (001) в парателлурите.

Допустим, что нам нужно получить в кристалле парателлурита длиной $L=4$ см на частоте $f=100$ МГц акустический пучок с параметрами $R_{x2}/a=R_{y2}/b=1{,}5$, $R_{x1}/a=R_{y1}/b=2$. Из неравенств (8) и (9) и из графиков на рис. 5 определяем, что для данного волнового размера кристалла ($K_0L=4\cdot10^4$) размеры преобразователя должны быть: $a\geqslant L/40$, $b\geqslant L/20$. Если мы выберем размеры преобразователя минимальными ($2a=2$ мм, $2b=4$ мм), то отклонение плоскости поперечного среза кристалла от кристаллографической плоскости (110) не должно превышать 7′. Поперечные размеры кристалла при этом должны быть: $R_x\geqslant3{,}5a=3{,}5$ мм, $R_y\geqslant3{,}5b=7{,}0$ мм.

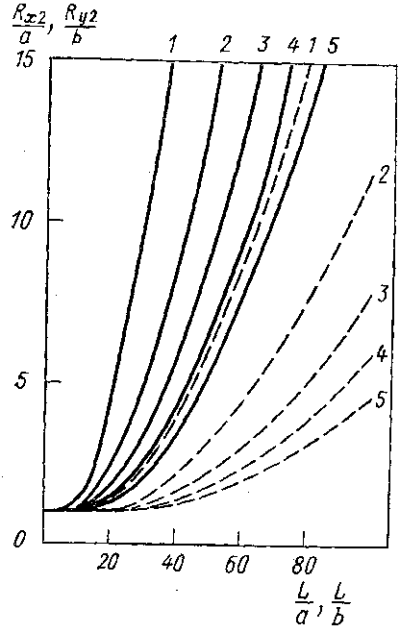

Рис. 5. Зависимость относительного дифракционного уширения акустического пучка R_{x2}/a от отношения L/a (пунктирные линии) и R_{y2}/b от L/b (сплошные) в парателлурите для различных волновых размеров кристалла: $K_0L=10^4$ (*1*), $2\cdot10^4$ (*2*), $3\cdot10^4$ (*3*), $4\cdot10^4$ (*4*), $5\cdot10^5$ (*5*)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Балакший В. И., Парыгин В. Н., Чирков Л. Е. Физические основы акустооптики. М., 1985. [2] Kharusi M. S., Farnell G. W.//J. Acoust. Soc. Am. 1970. **48**, N 3 (pt 2). P. 665—670. [3] Сиротин Ю. И., Шаскольская М. П. Основы кристаллофизики. 2-е изд. М., 1979. [4] Ohmachi Y., Uchida N.//J. Appl. Phys. 1970. **41**, N 6. P. 2307—2311. [5] Сильвестрова И. М. и др. Кристаллография. 1975. **20**, № 2. С. 359—365. [6] Хаткевич А. Г.//Акуст. журн. 1978. **24**, № 1. С. 108—115. [7] Демидов В. П., Якименко В. А.//Там же. 1981. **27**, № 5. С. 787—790.

Поступила в редакцию
26.03.86

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1987. Т. 28, № 4

УДК 534.83;534.88

ИССЛЕДОВАНИЕ ПУЛЬСАЦИЙ ДАВЛЕНИЯ НА ПОВЕРХНОСТИ ШАРА ПРИ ОБТЕКАНИИ ЕГО ПОТОКОМ ЖИДКОСТИ

Ф. В. Рожин, О. С. Тонаканов, С. Г. Михайлов

(кафедра акустики)

Анализ литературы по шумам обтекания показывает, что в подавляющем большинстве авторы экспериментальных работ изучали шумы обтекания на гидрофонах, чувствительные элементы которых