риллия. Структура оптических спектров в области 19—22 эВ определяется переходами по симметричным линиям $HK\Gamma$ между верхней валентной зоной ΔE_{v1} и верхней частью зоны проводимости ΔE_c; в области 14 эВ — по симметричным линиям AHK между ΔE_{v1} и нижней частью ΔE_c, а в областях 12,8 и 13,5 эВ — по линиям симметрии ΓMA и $L\Gamma$ соответственно между ΔE_{v1} и нижней частью зоны проводимости ΔE_c.

Таким образом, полученная в данной работе энергетическая зонная структура кристаллов BeO может быть основой для проведения дальнейших количественных оценок различных физических свойств данных кристаллов.

Авторы выражают благодарность А. Н. Васильеву за обсуждение данной работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Васильев А. Н., Топорнин К. Б., Эварестов Р. А.//Опт. и спектр. 1980. **48**, № 2. С. 277—282. [2] Chang K. J., Froyen S., Cohen M.//J. Phys. C. 1983. **16**. P. 3475—3487. [3] Маслов В. А. и др.//VI Междунар. конф. по росту кристаллов: Расширенные тезисы. М., 1980. Т. 3. С. 268—269. [4] Якименко М. Н.// //УФН. 1974. **114**, № 1. С. 55—56. [5] Александров Ю. М., Колобанов В. Н., Махов В. Н., Сырейщикова Т. И., Якименко М. Н. Препринт ФИАН СССР № 139. М., 1980. [6] Samson J. A. R. Techniques of Vacuum Ultraviolet Spectroscopy. N. Y., 1967. [7] Walker W. C., Roessler D. M.//Phys. Rev. Lett. 1968. **20**, N 16. P. 847—849. [8] Александров Ю. М. и др.//Письма в ЖТФ. 1981. **7**, № 6. С. 343—346. [9] Иванов В. Ю. и др.//Тр. VI Всесоюз. совещ. по использованию синхротронного излучения. Новосибирск, 1984. С. 291—293. [10] Roessler D. M., Walker W. C., Loh E.//J. Phys. Chem. Solid. 1969. **30**, N 1. P. 157—159. [11] Freeouf J. L.//Phys. Rev. 1973. **B7**, N 8. P. 3810—3830. [12] Bachelet G. B., Haman D. R., Schlüter M.//Phys. Rev. 1982. **B26**, N 8. P. 4199—4212. [13] Chadi D. J., Cohen M. L.//Ibid. 1973. **B8**, N 11. P. 5747—5763. [14] Харрисон У. Теория твердого тела. М., 1972. [15] Perdew J., Zunger A.//Phys. Rev. 1981. **B23**, N 10. P. 5048—5058. [16] Соболев В. В. Энергетические зоны кристаллов группы A^{IV}. Кишинев, 1979. [17] Сорокин О. М., Бланк В. А.//Опт. и спектр. 1976. **41**, № 2. С. 278—283.

Поступила в редакцию
18.04.86

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1987. Т. 28, № 4

ГЕОФИЗИКА

УДК 621.378

МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ СПЕКТРА МОРСКОГО ВОЛНЕНИЯ

А. Л. Кузьминский, В. И. Шмальгаузен

(кафедра общей физики и волновых процессов)

В настоящее время среди методов лазерного зондирования морской поверхности наибольшее распространение получила фазовая профилометрия [1]. Как отмечается в работе [2], этот метод имеет некоторые ограничения. В работах [3, 4] предложена методика определения параметров модельного пространственного спектра поверхностного волнения, основанная на анализе оптического сигнала, отраженного от зеркальных площадок. Эта методика, однако, не позволяет определять высоту волн, а также требует многократной смены направления движения самолета-лидара над участком морской акватории.

Настоящая работа предлагает новый подход к анализу картины бликов. Предлагается методика определения параметров модельного

спектра поверхностного волнения всего по шести независимым измерениям.

В качестве модели насыщенного спектра морского волнения выберем зависимость [5]:

$$W(u,\ v)=\widetilde{W}(K,\ \varphi)=\begin{cases}0, & K<K_0,\\ BK^{-4}f(\varphi), & K_0\leqslant K\leqslant K_1,\\ 0, & K>K_1,\end{cases} \tag{1}$$

где $f(\varphi)=g_0+\cos^{2n}\varphi$, K_0 — волновое число энергонесущей компоненты спектра; K_1 — волновое число высокочастотной границы спектра.

Для неразвитого спектра волнения, согласно [6], существует соотношение

$$\widetilde{W}(K,\ \varphi)=\begin{cases}0, & K<K_0,\\ Bf(\varphi)K_0^{\frac{m-5}{2}}K^{-\frac{m+3}{2}}, & K_0\leqslant K\leqslant K_1,\\ 0, & K>K_1.\end{cases} \tag{2}$$

Рассмотрим случай развитого волнения. В согласии с моделью Лонге-Хиггинса [7] определим отклонение морской поверхности от стационарного состояния:

$$\xi=\sum_n c_n\cos(u_nx+v_ny+\omega_nt+\varepsilon_n), \tag{3}$$

где $\omega_n=\omega_n(u_n,\ v_n)$, u_n и v_n — набор волновых чисел в двух взаимно ортогональных направлениях, фазы ε_n распределены равномерно в интервале $[0,\ 2\pi]$. Введем обозначение

$$\iint\limits_{-\infty}^{+\infty} W(u,\ v)\,u^pv^q du\,dv=m_{pq}.$$

При наклонном наблюдении взволнованной поверхности в точке блика $\partial\xi/\partial x=C_x$, $\partial\xi/\partial y=C_y$. Плотность точек отражения D_{Sp} с градиентом $(C_x,\ C_y)$ для поверхности (3) дается формулой [7]

$$D_{\mathrm{Sp}}=4D_{\max}\exp\left[-\frac{m_{02}C_x^2-2m_{11}C_xC_y+m_{20}C_y^2}{2\Delta_2}\right],$$

$$D_{\max}=\frac{1}{2\pi^2}\frac{l_1}{\Delta_2^{1/2}}\widetilde{\Phi}(-l_2/l_1),\quad \Delta_2=m_{20}m_{02}-m_{11}^2,$$

$$\widetilde{\Phi}(\alpha)=[\alpha(1-\alpha)]^{1/2}\left[\left(\frac{1+\alpha}{\alpha}\right)^{1/2}E\left(k,\ \frac{\pi}{2}\right)-\left(\frac{\alpha}{1+\alpha}\right)^{1/2}F\left(k,\ \frac{\pi}{2}\right)\right],$$

$$k^2=\frac{1-2\alpha}{1-\alpha^2}\quad\left(0<\alpha\leqslant\frac{1}{2}\right).$$

Здесь E и F — эллиптические интегралы Лежандра первого и второго рода:

$$E(k,\ \varphi)=\int\limits_0^{\varphi}(1-k^2\sin^2\varphi)^{1/2}d\varphi;\quad F(k,\ \varphi)=\int\limits_0^{\varphi}(1-k^2\sin^2\varphi)^{-1/2}d\varphi,$$

l_1, l_2, l_3 — корни уравнения $4l^3-3Hl-\Delta_4=0$, где $l_1+l_2+l_3=0$, $l_1>0>l_2\geqslant l_3$, $l_1l_2l_3=(1/4)\Delta_4>0$, $3H=m_{40}m_{04}-4m_{31}m_{13}+3m_{22}^2$,

$$\Delta_4=\begin{vmatrix} m_{40} & m_{31} & m_{22} \\ m_{31} & m_{22} & m_{13} \\ m_{22} & m_{13} & m_{04} \end{vmatrix}.$$

Вычислив моменты m_{pq}, используя (1), получим

$$D_{\mathrm{Sp}}=4D_{\max}\exp\left[-\frac{m_{02}C_x^2+m_{20}C_y^2}{2m_{20}m_{02}}\right], \tag{4}$$

$$D_{\max}=\frac{B}{2\pi}(K_1^2-K_0^2)\frac{\xi_1}{\sqrt{m_{20}m_{02}}}\widetilde{\Phi}\left(-\frac{\xi_2}{\xi_1}\right), \tag{5}$$

где ξ_1, ξ_2, ξ_3 — корни уравнения $4\xi^3-3\widetilde{H}\xi-\widetilde{\Delta}_4=0$, $\xi_1>0>\xi_2\geqslant\xi_3$, $\xi_1+\xi_2+\xi_3=0$,

$$3\widetilde{H}=\frac{3}{8}\left\{\frac{5}{8}g_0^2+g_0\frac{(2n-1)!!}{2^n(n+2)!}\frac{4n^2+16n+31}{8}+\right.$$
$$\left.+\left[\frac{(2n-1)!!}{2^n(n+2)!}\right]^2\frac{20n^2+32n+11}{6}\right\},$$

$$\widetilde{\Delta}_4=\frac{1}{4}\left\{\frac{g_0}{2}+\frac{(2n+1)!!}{2^n(n+2)!}\left[\frac{7}{16}g_0^2+\frac{g_0}{2}\frac{(2n-1)!!}{2^n(n+2)!}\frac{12n^2+16n+77}{8}+\right.\right.$$
$$\left.\left.+\left[\frac{(2n-1)!!}{2^n(n+2)!}\right]^2(2n^2+5n+2)\right\}.$$

Вид функции $\widetilde{\Phi}(\alpha)$ приведен на рис. 1.

Для качественного анализа статистических свойств бликующих точек проводился численный эксперимент. Модель волнения соответствовала модели Лонге—Хиггинса:

$$\xi(x,\ y)=\sum_{n=1}^{8}[A_n\sin(u_nx+\varepsilon_{xn})+B_n\sin(v_ny+\varepsilon_{yn})].$$

Коэффициенты A_n и B_n были распределены по нормальному закону с такой дисперсией, что при угле наблюдения, равном $\pi/4$ (начиная с этого угла возможно двойное отражение), число бликов становилось исчезающе малым. Интенсивность бликующей точки выбиралась пропорциональной площади первой зоны Френеля в этой точке взволнованной поверхности. На рис. 2, *а* приведены типичные гистограммы распределения интенсивности $P(I)$ бликующих точек для различных углов наблюдения ψ (изотропный спектр, $\operatorname{tg}\psi_x=C_x$, $\operatorname{tg}\psi_y=C_y$). Как показали численные эксперименты, вид гистограмм, а также число бликующих точек на фиксированном участке поверхности (рис. 2, *б*) определяются гармоникой спектра, формирующей наибольший наклон отражающей поверхности. Этот вывод справедлив и для случая неизотропного волнения. В спектре (1) это соответствует гармонике с волновым числом K_0.

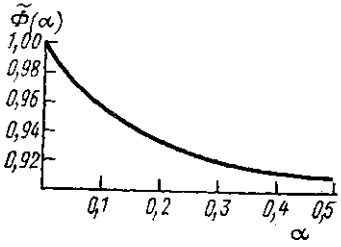

Рис. 1

Рассмотрим далее статистику бликов в моногармоническом приближении:

$$\xi(x,\ y)=A_x \sin K_0 x+A_y \sin K_0 y. \tag{6}$$

Интенсивность света, отраженного бликующей точкой, выберем пропорциональной площади эллипса с полуосями AB_x и AB_y — радиусами первых зон Френеля во взаимно перпендикулярных направлениях:

$$I \sim S=4\pi\, AB_x\, AB_y; \quad AB=\frac{1}{2(1-R/r)}\sqrt{r\lambda\left(4\frac{|R|}{r}-4\frac{R|R|}{r^2}-\frac{\lambda}{r}\right)}.$$

Здесь r — расстояние от точки блика до точки наблюдения; λ — длина

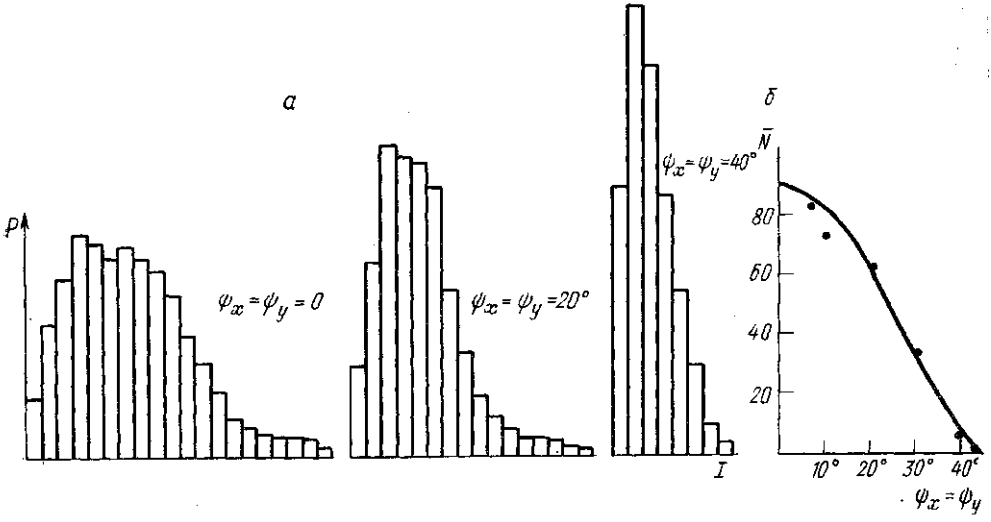

Рис. 2

волны светового излучения. Так как $r \gg 1$, $\lambda \ll r$, то, вычисляя радиусы первой зоны Френеля для $\xi(x,\ y)$ (6), получим

$$S=\begin{cases} \dfrac{4\pi\lambda\,(1+C_x^2)^{3/4}\,(1+C_y^2)^{3/4}}{K_0\,(A_x^2K_0^2-C_x^2)^{1/4}\,(A_y^2K_0^2-C_y^2)^{1/4}}, & A_x>A_x',\ A_y>A_y' \\ 2{,}621\left(\dfrac{\lambda^2}{A_xA_y}\right)^{1/3}\dfrac{\varkappa}{K_0^2}, & A_{0x}\leqslant A_x\leqslant A_x',\ A_{0y}\leqslant A_y\leqslant A_y' \quad A_0=\dfrac{C}{K_0}, \end{cases} \tag{7}$$

$$\varkappa=\int_{-\infty}^{+\infty}[(1-y^3)^{1/3}+y]\,dy\approx 2{,}657,$$

$$A'=A_0\left[1+2{,}385-10^{-2}(\lambda K_0)^{1/3}\frac{(1+C^2)^{3/2}}{C^{4/3}}\right].$$

Проведем усреднение величины S по распределению $\omega(A_x,\ A_y)$. Предположим, что A_x и A_y статистически независимы и имеют гауссову статистику:

$$\omega(A)=\frac{1}{2\pi\sigma}\exp\left(-\frac{A^2}{2\sigma^2}\right);$$

тогда $\overline{S} = \dfrac{\lambda(1+C_x^2)^{3/4}(1+C_y^2)^{3/4}\sqrt{C_xC_y}}{\pi\sigma_x\sigma_y K_0^3} f_\Gamma(a_x) f_\Gamma(a_y), \quad \begin{matrix} C_x \neq 0 \\ C_y \neq 0 \end{matrix};$

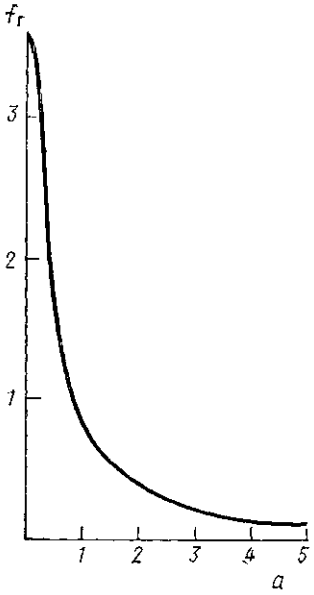

Рис. 3

$$f_\Gamma(a) = \int_1^\infty \frac{\exp(-ax^2)\,dx}{(x^2-1)^{1/4}},$$

$$\overline{S}|_{C_x=C_y=0} = \frac{\lambda}{\pi\sigma_x\sigma_y K_0^2} \int_0^\infty \frac{\exp(-A_x^2/2\sigma_x^2)\,dA_x}{\sqrt{A_x}} \times$$

$$\times \int_0^\infty \frac{\exp(-A_y^2/2\sigma_y^2)\,dA_y}{\sqrt{A_y}}; \quad a = \frac{C^2}{2K_0^2\sigma^2}.$$

На рис. 3 приведен вид функции $f_\Gamma(a)$.

Для удобства дальнейших вычислений объединим $f_\Gamma(a_x)$ и $f_\Gamma(a_y)$ с $\sqrt{C_xC_y}$: $\Phi_\Gamma(a) = \sqrt{C}\, f_\Gamma(a)$. Величины C_x, C_y входят в Φ_Γ как параметры. Они всегда известны из условий наблюдения. Выберем оси координат $0X$ и $0Y$ соответственно по направлениям $\varphi=0$ и $\varphi=\pi/2$. Тогда из (1) можно получить

$$\sigma_x = \frac{B}{3K_0^3}(1+g_0); \quad \sigma_y = \frac{Bg_0}{3K_0^3},$$

$$\overline{S} = \frac{g_0K_0^3\lambda}{\pi B^2 g_0(1+g_0)}(1+C_x^2)^{3/4}(1+C_y^2)^{3/4}\Phi_\Gamma\left(\frac{C_x^2K_0}{B(1+g_0)}\right) \times$$

$$\times \Phi_\Gamma\left(\frac{C_y^2K_0}{Bg_0}\right).$$

Регистрируемая средняя интенсивность рассеянного бликующими точками света $\overline{I}$ пропорциональна $\overline{S}$:

$$\overline{I} = \alpha\overline{S} = I_0(1+C_x^2)^{3/4}(1+C_y^2)^{3/4}\Phi_\Gamma\left(\frac{C_x^2K_0}{B(1+g_0)}\right)\Phi_\Gamma\left(\frac{C_y^2K_0}{Bg_0}\right);$$

$$I_0 = \alpha\frac{g_0K_0^3\lambda}{\pi B^2 g_0(1+g_0)}. \tag{8}$$

Далее, исходя из полученных соотношений, можно построить систему уравнений для определения параметров спектра (1). Из измерения в вертикальном направлении ($C_x=C_y=0$) определяются $4D_{\max}$ — плотность бликующих точек и $\overline{I}|_{C_x=C_y=0}$, для которой справедливо соотношение $\overline{I}|_{C_x=C_y=0} = I_0\Phi_\Gamma^2(0)$. Так как $\Phi_\Gamma^2(0)$ — известная величина, можно определить I_0. Далее производится круговой обзор местности для $\sqrt{C_x^2+C_y^2} = C\,(C<1)$ и определяются направления максимума и минимума $\overline{I}$ для соответственного выбора осей $0X(C_y=0)$ и $0Y(C_x=0)$. Для произвольных углов наблюдения ψ_x и ψ_y, допустим, равных друг другу, определяются величины $\overline{I}$ и D_{Sp}:

$$C_y=0,\ C_x=C,\ I_1=I_0(1+C^2)^{3/4}\Phi_\Gamma(0)\,\Phi_\Gamma\left(\frac{C^2K_0}{B(1+g_0)}\right),\quad D_{\mathrm{Sp}}=D_{\mathrm{Sp}}^{(1)},$$
$$C_y=C,\ C_x=0,\ I_2=I_0(1+C^2)^{3/4}\Phi_\Gamma(0)\,\Phi_\Gamma\left(\frac{C^2K_0}{Bg_0}\right),\quad D_{\mathrm{Sp}}=D_{\mathrm{Sp}}^{(2)}. \tag{9}$$

Систему (9) можно разрешить по $B^{-1}K_0$ и g_0. Используя (4), получаем

$$m_{20}=\frac{C^2}{\ln(4D_{\max}/D_{\mathrm{Sp}}^{(1)})};\ m_{02}=\frac{C^2}{\ln(4D_{\max}/D_{\mathrm{Sp}}^{(2)})}. \tag{10}$$

Эти же величины можно вычислить, используя (1):

$$m_{20}=\pi B\ln\frac{K_1}{K_0}[g_0+\varkappa_2(n)];\ \varkappa_2(n)=\frac{(2n+1)!!}{2^n(n+1)!},$$
$$m_{02}=\pi B\ln\frac{K_1}{K_0}[g_0+\varkappa_1(n)];\ \varkappa_1(n)=\frac{(2n-1)!!}{2^n(n+1)!}. \tag{11}$$

Из (11) можно найти g_0:

$$g_0=\frac{(2n-1)!!}{2^n(n+1)!}\cdot\frac{\chi-2n-1}{1-\chi};\ \chi=\frac{m_{20}}{m_{02}}. \tag{12}$$

Так как значение g_0 уже было определено, то из (12) определяется n. Соотношения (5), (8), (9), (11), (12) образуют замкнутую систему уравнений для определения параметров спектра (1). Эта система переопределена, так как необходимо использовать только одно из уравнений (11). Поэтому предлагаемая методика может быть развита и для восстановления параметров неразвитого спектра морского волнения (2).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Ross D. B., Cardone V. J., Conaway J. W.//IEEE Trans. Geoscience Electronics. 1970. GE-8, N 4. P. 326—336. [2] McCline C. R., Chen D. T., Hart W. D.//J. Geophys. Res. 1982. 87, N C12. P. 9509—9515. [3] Бункин Ф. В. и др.//Тез. докл. IX Пленума рабочей группы по оптике океана комиссии АН СССР по проблемам Мирового океана. Л., 1984. С. 195—196. [4] Быстров В. П.//Тез. докл. XII Всесоюз. конф. по когерентной и нелинейной оптике. М., 1985. Ч. 2. С. 566—567. [5] Филлипс О. М. Динамика верхнего слоя океана. Л., 1980. [6] Huang N. E., Long S. R.//J. Fluid. Mech. 1981. 112. P. 203—224. [7] Лонге-Хиггинс М. С.//Ветровые волны/Под ред. Ю. М. Крылова. М., 1962. С. 125—218.

Поступила в редакцию
03.04.86

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1987. Т. 28, № 4

УДК 551.4:515.2

ОЦЕНКИ СТЕПЕНИ ИНТЕНСИВНОСТИ АТМОСФЕРНЫХ ВИХРЕЙ

А. А. Соловьев

(кафедра молекулярной физики и физических измерений)

Связь минимума давления и максимума скорости приземного ветра используется при анализе кинетических и динамических характеристик интенсивных атмосферных вихрей [1—6]. По данным многочисленных натурных наблюдений величина параметра $k=v_m/\Delta p^{0,5}$ не остается