ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1987. Т. 28, № 5

УДК 539.12

ЭФФЕКТИВНЫЙ ЛАГРАНЖИАН СФЕРИЧЕСКИ-СИММЕТРИЧНОГО НЕАБЕЛЕВА ХРОМОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

Ю. Н. Белоусов, А. С. Вшивцев, В. Ч. Жуковский, О. Ф. Семенов

(кафедра теоретической физики)

Вычислен эффективный фермионный лагранжиан в сферически-симметричном неабелевом хромомагнитном поле, задаваемом постоянными и однородными потенциалами. Вычисления проведены в однопетлевом приближении методом функционального интегрирования при конечной температуре.

Известно, что вакуум КДХ не является пертурбативным из-за существования глюонного и кваркового конденсатов [1, 2]. Поля, соответствующие вакууму, по этой причине обладают довольно сложной структурой [3, 4]. Одна из возможных моделей вакуума, построенная Матиняном и Саввиди [5], с однородным постоянным абелевым магнитным полем, оказалась неудовлетворительной из-за наличия нестабильных мод. Более того, появилась работа [6], в которой показано, что указанное поле, по-видимому, не дает основного вклада в фукциональный интеграл, вследствие чего использование этой модели вакуума весьма ограничено. Заметим, что нестабильность, о которой было сказано выше, может быть устранена, например, так, как это сделано в работе [7]. Дальнейший анализ привел различных авторов к таким моделям, как «копенгагенский вакуум», «венский вакуум» [8, 9] и др., однако и они обладают существенными недостатками, связанными, в частности, с тем, что соответствующие вакуумные поля не удовлетворяют уравнениям Янга—Миллса. Существует еще один путь, по которому были направлены усилия исследователей в поисках теории, эффективно описывающей взаимодействия на больших расстояниях, — нелинейные эффективные лагранжианы типа Арбузова [10] и Бейкера, Захарайзена [11]. На этом пути также имеется ряд сложностей, связанных с решением нелинейных уравнений поля, введением взаимодействия поля с кварками и т. д. Поэтому представляет интерес дальнейшее исследование достаточно простых неабелевых конструкций полей, хорошо описывающих вакуум. Эти поля должны быть стабильны (по крайней мере на классическом уровне), а построенная теория должна решать вопрос о невылетании кварков.

В работе Брауна и Вайсбергера [12], а несколько позже и в препринте Саввиди [13] предлагался способ задания трансляционно-инвариантных калибровочных полей постоянными неабелевыми потенциалами. Известно, что такая возможность предусматривается двузначностью Ву и Янга [14].

В настоящей работе изучается поляризация фермионного вакуума кварков с изоспином 1/2 (группа SU (2)) на фоне калибровочного хромомагнитного поля, определяемого постоянными потенциалами

$$A_a{}^0=0, \quad A_a=\sqrt{\lambda}\delta^i{}_a, \quad (\lambda>0),$$
$$a,\ i=1,\ 2,\ 3.$$

В пользу такого выбора потенциалов в качестве фоновых может свидетельствовать следующее рассуждение. Если бы имелась возможность учесть непертурбативные эффекты, связанные с самодействием глюонного поля (что в настоящее время является пока не решенной проблемой), то возможным результатом было бы появление глюонного конденсата $\langle F_{\mu\nu}{}^2\rangle$, который скорее всего не имел бы абелевой структуры типа вакуума Саввиди. Приведенные нами потенциалы определяют поле, которое может служить моделью такого глюонного конденсата $\langle F_{\mu\nu}{}^2\rangle$, и обладают по крайней мере тремя удачными свойствами. Во-первых, описанные нами потенциалы являются сферически-симметричными, т. е. они инвариантны относительно группы глобальных пространственных вращений (глобальных калибровочных преобразований). Во-вторых, для них возможно провести процедуру стабилизации относительно глюонных флуктуаций по аналогии с процедурой, построенной для поля Саввиди хромомагнитного типа в работе Чанга и Ни [15]. В-третьих, указанная конфигурация полей в кварковом секторе оказывается стабильной относительно рождения кварков, аналогично тому, как это имеет место в КЭД для электронов и позитронов во внешнем магнитном поле. Доказательству последнего утверждения и посвящена главным образом настоящая заметка.

У тензора поля $F_{\mu\nu}{}^a = g\varepsilon^{abc}A_\mu{}^b A_\nu{}^c$, заданного указанными потенциалами, отличными от нуля оказываются только магнитные компоненты

$$H_n^a = -\frac{1}{2}\varepsilon_{nik}F_{ik}^a = -g\lambda\delta_n^a,\ H^2 = (H_n^a)^2 = 3g^2\lambda^2.$$

Прежде чем перейти к вычислениям, отметим, что в их основе лежит метод функционального интегрирования при конечной температуре (см., напр., [16]), применявшийся нами ранее при решении аналогичных задач КХД [17]. В однопетлевом приближении эффективный лагранжиан $\mathscr{L}^{(1)}(H, T)$ при температуре $T\neq 0$ описывается выражением

$$\mathscr{L}^{(1)}_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}(H, T) = \frac{1}{2}\operatorname{Tr}\ln G^{-1}(p),$$

где $G(p)$ — квадрированный пропагатор частицы со спином 1/2 и изоспином 1/2. Как известно, эффективный лагранжиан с точностью до знака совпадает с плотностью свободной энергии кварков плазмы во внешнем поле:

$$f_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}} = f^{(0)} + f^{(1)},$$

$$f^{(0)}(H) = \frac{1}{2}H^2,\ f^{(1)}_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}(H, T) = -\mathscr{L}^{(1)}_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}(H, T).$$

В выражении для $\mathscr{L}^{(1)}_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}(H, T)$ можно выделить не зависящую от температуры часть $\mathscr{L}^{(1)}_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}(H)$:

$$\mathscr{L}^{(1)}_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}(H, T) = \mathscr{L}^{(1)}_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}(H) + \Delta\mathscr{L}^{(1)}_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}(H, T).$$

Используя далее для вычисления $\mathscr{L}^{(1)}_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}(H, T)$ представление собственного времени Швингера [18], получим

$$\mathscr{L}^{(1)}_{\frac{1}{2},\,\frac{1}{2}}(H,\,T) = -\frac{1}{8\pi^2}\int\limits_0^\infty \frac{ds}{s^3}\,e^{-sm^2}\left[1+2\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n e^{-n^2/4sT^2}\right]\times$$

$$\times\left\{1+\frac{1}{2}sg^2\lambda + e^{-\frac{5}{4}sg^2\lambda}\sum_{l,k=0}^{\infty,l}\frac{(sg^2\lambda)^{2l-k}}{2^k}\cdot\frac{l!\,(2k+1)!!}{(2l)!\,k!\,(l-k)!}\right\}.$$

Заметим, что в приведенном выше выражении для $\mathscr{L}^{(1)}_{\frac{1}{2},\,\frac{1}{2}}(H,\,T)$ отсутствует мнимая часть. Последнее свидетельствует о стабильности рассматриваемой конфигурации полей относительно рождения частиц соответствующего сорта. В результате проведения перенормировки получим следующую связь между перенормированными и неперенормированными (с индексом нуль) величинами:

$$H^2 = H_0^2\left(1+\frac{g_0^2}{24\pi^2}\int\limits_0^\infty e^{-sm^2}ds/s\right),$$

$$g^2 = g_0^2\Big/\left(1+\frac{g_0^2}{24\pi^2}\int\limits_0^\infty e^{-sm^2}ds/s\right).$$

Найденный таким образом перенормированный лагранжиан в случае слабых внешних полей $H \ll H_c = m^2/g$ может быть разложен в ряд по степеням H/H_c. Соответствующее разложение, в отличие от разложения Гайзенберга – Эйлера [19], имеющего место в КЭД, начинается с кубичных по (H/H_c) членов (последнее можно объяснить наличием в КХД дополнительных по сравнению с абелевой КЭД инвариантов):

$$\mathscr{L}^{(1)}_{\frac{1}{2},\,\frac{1}{2}}(H) = \frac{5}{96\pi^2}\frac{(g^2\lambda)^3}{m^2} - \frac{1}{32\pi^2}\frac{(g^2\lambda)^4}{m^4} + \dots$$

Для температурной части $\Delta\mathscr{L}^{(1)}_{\frac{1}{2},\,\frac{1}{2}}(H,\,T)$ легко получить следующее общее выражение:

$$\Delta\mathscr{L}^{(1)}_{\frac{1}{2},\,\frac{1}{2}}(H,\,T) = \frac{1}{(2\pi)^2}\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\left\{\left(\frac{2mT}{n}\right)^2\mathscr{K}_{-2}\left(\frac{nm}{T}\right)+\right.$$

$$+\frac{g^2\lambda mT}{n}\mathscr{K}_{-1}\left(\frac{nm}{T}\right)+\sum_{l,k=0}^{\infty,l}\mathscr{K}_{2(l-1)-k}\left(\frac{n}{T}\sqrt{m^2+\frac{5}{4}g^2\lambda}\right)\times$$

$$\left.\times\left(\frac{n}{2T\sqrt{m^2+\frac{5}{4}g^2\lambda}}\right)^{2(l-1)-k}\frac{(g^2\lambda)^{2l-k}}{2^k}\,\frac{l!\,(2k+1)!!}{(2l)!\,k!\,(l-k)!}\right\}.$$

В случае высокой температуры $\left(\sqrt{m^2+\frac{5}{4}g^2\lambda}\Big/T \ll 1\right)$ из последней формулы находим плотность свободной энергии:

$$f^{(1)}_{\frac{1}{2},\,\frac{1}{2}}(H,\,T) = -\frac{14}{90}\pi^2T^4 + \frac{m^2}{3}T^2 + O(\ln T,\,g^2\lambda).$$

Полученное выражение содержит традиционный член, пропорциональный T^4 (основной член). Имеется также квадратичная поправка $\sim T^2$, зависящая от массы кварков (здесь в отличие от КЭД отсутствует зависимость от поля). Отброшенные члены содержат зависимость от температуры и поля.

Отметим, что аналогичным образом можно рассмотреть предел безмассовых кварков. В этом случае в эффективном лагранжиане и соответственно в выражении для свободной энергии появляется мнимая часть, наличие которой, однако, не должно служить основанием для отказа от такого приближения по причине возможности стабилизации, которая была отмечена выше.

Таким образом, фермионный вакуум в рассмотренном неабелевом поле оказывается стабильным. В случае безмассовых фермионов можно показать, что эффективный лагранжиан приобретает конечную мнимую часть, и поэтому вопрос о стабилизации такого вакуума требует особого исследования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Вайнштейн А. И., Захаров В. И. Шифман М. А. // Письма в ЖЭТФ. 1978. **27**. С. 60—64. [2] Shifman M. A.. Vainshtein A. I., Zakhazov V. I.// // Nucl. Phys. 1979. **B147**. С. 385—448. [3] Olesen P. // Ibid. 1982. **B200** (FS 4). P. 381—390. [4] Ambjörn J., Olesen P.//Ibid. 1980. **B170** (FS 1). P. 60—78. [5] Matinyan S. G., Savvidy G. K.//Ibid. 1978. **B134**. P. 539—545. [6] Maiani L., Martinelli G., Rossi C., Testa M. Preprint GERN-TH4306/85. [7] Shlanbacher V. // Phys. Rev. 1982. **D26**, N 2. P. 489—498. [8] Nielsen H. B., Ninomia M. // Nucl. Phys. 1979. **B156**. P. 1—28. [9] Ninomia M., Sakai N. // // Ibid. 1981. **B190**. P. 316—324. [10] Арбузов Б. А. // Квантовая теория поля и физика высоких энергий. Труды школы молодых ученых. М., 1985. С. 3—27. [11] Baker M., Zachariasen F. // Phys. Lett. 1982. **B108**. P. 206—208. [12] Brown L., Weisberger W.//Nucl. Phys. 1979. **B157**. P. 285—326. [13] Саввиди Г. К. Препринт Ереванского физ. ин-та ЕФИ-350(8)-79. Ереван, 1979. [14] Wu T. T., Yang G. N. // Phys. Rev. 1975. **D12**. P. 3845—3857. [15] Chang S., Ni G. // Ibid. 1982. **D26**. P. 864—877. [16] Bernard C. W.//Ibid. 1974. **D9**. P. 3312—3330. [17] Агаев Ш. С., Вшивцев А. С., Жуковский В. Ч., Семенов О. Ф. // Изв. вузов, Физика. 1985. № 1. С. 33—38, 78—81. [18] Shwinger J. // Phys. Rev. 1951. **82**, N 5. P. 664—680. [19] Heisenberg W., Euler H. // Zeitschr. für Phys. 1936. **98**. P. 714—732.

Поступила в редакцию
12.05.86