смеси (5) $\alpha=\pm\pi/2$, когда возникает либо непроницаемый барьер ($\alpha=\pi/2$), либо непроницаемая яма ($\alpha=-\pi/2$) (7) [9] и индуцированный кулоновским потенциалом (1) потенциал (7) не выключается при $\lambda\to 0$ (1) — имеет место явление Клаудера [7].

Падение на дно происходит только при $\alpha=-\pi/2$, когда невырожденный уровень основного состояния проваливается в яму (19), что никак не связано со скрытой симметрией $O(2)$ одномерного кулоновского взаимодействия [3] и осуществляется, например, в поле $V(x)=x^2+s(s+1)x^{-2}$, $-1/2<s<1/2$, $\alpha\to-\pi/2$ (характеристическое уравнение приведено в [10]).

3) Простой подсчет показывает, что при $\alpha=0$ $dE_{n+}/d\lambda<0$, несмотря на конкуренцию потенциалов притяжения (1) и отталкивания (6) при $\alpha=0$.

Таким образом, нам удалось реабилитировать стандартные положения квантовой механики одномерного финитного движения в четном притягивающем поле в случае кулоновского поля 1 Н.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. М., 1974. [2] Loudon R. // Amer. J. Phys. 1959. **27**. P. 649—655. [3] Давтян Л. С., Погосян Г. С., Сисакян А. Н., Тер-Антонян В. М. Препринт ОИЯИ Р-2-86-393. Дубна, 1986. [4] Винницкий С. И., Погосян Г. С., Сисакян А. Н., Тер-Антонян В. М. Сообщение ОИЯИ Р-2-86-571. Дубна, 1986. [5] Гольдбергер М., Ватсон К. Теория столкновений. М., 1967. С. 238. [6] Гостев В. Б., Минеев В. С., Френкин А. Р.//ТМФ. 1987. **70**. С. 341—353. [7] Klauder J.//Acta Phys. Austr. Supp. 1973. **11**. P. 341—387. [8] Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. М., 1973. Т. 1. [9] Гостев В. Б., Френкин А. Р.// // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 3, Физ. Астрон. 1987. **28**, № 3. С. 85—87. [10] Гостев В. Б., Минеев В. С., Френкин А. Р. // ТМФ. 1986. **68**. С. 45—57.

Поступила в редакцию
19.01.87

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1987. Т. 28, № 5

РАДИОФИЗИКА

УДК 621.385

ЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ ПРОДОЛЬНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ РЕЛЯТИВИСТСКОГО ЭЛЕКТРОННОГО ПОТОКА С ПОВЕРХНОСТНЫМИ ВОЛНАМИ ПЕРИОДИЧЕСКИХ СТРУКТУР

В. И. Канавец, А. И. Слепков, А. В. Федоров, В. А. Черепенин

(кафедра радиофизики СВЧ)

Построена линейная теория продольного взаимодействия релятивистского электронного потока с дифракционным полем открытых периодических структур в режиме возбуждения поверхностных волн. Показано, что в данном случае возрастание амплитуд дифракционных гармоник вблизи аномалии Вуда соответствует черенковскому резонансу электронов с поверхностной волной.

В работе рассмотрены особенности возбуждения поверхностных волн ленточным релятивистским потоком электронов, пролетающих над плоской идеально проводящей дифракционной решеткой прямоугольного профиля (рис. 1). Период решетки l, ширина щели d, высота зубца h. Длина решетки в продольном (ось Oy) направлении L, в поперечном направлении (ось Ox) система бесконечна; расстояние до потока b, толщина потока много меньше b. Рассматривается продольное взаимодействие потока и поля на фиксированной частоте ω, зависимость всех физических величин от времени t принимается в виде $e^{-i\omega t}$.

Продольная компонента линейной плотности тока на частоте ω задается выражением:

$$j=\left(j^{(+)}e^{-i\beta_q y}+j^{(-)}e^{i\beta_q y}\right)e^{i\beta_e y}, \tag{1}$$

где β_e и β_q — электронная и редуцированная плазменные постоянные распространения, $\beta_e=\omega/v_0$, v_0 — постоянная составляющая скорости потока, $j^{(+)}$ и $j^{(-)}$ — комплексные амплитуды тока, медленно меняющиеся вдоль оси Oy и относящиеся к быстрой и медленной волнам пространственного заряда. Поле тока (1), дифрагированное на решетке, представляется как суперпозиция пространственных гармоник в следующем виде:

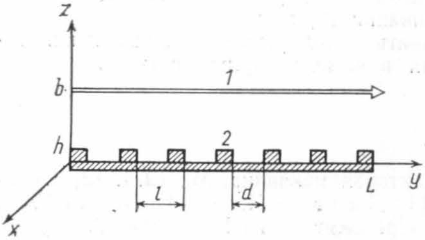

Рис. 1. Общий вид рассматриваемой системы: 1 — электронный поток, 2 — периодическая структура (дифракционная решетка)

$$H_x = H_x^{(+)} + H_x^{(-)}, \quad E_y = \frac{ic}{\omega}\frac{\partial H_x}{\partial z},$$

$$E_z = \frac{c}{i\omega}\frac{\partial H_x}{\partial y},$$

$$H_y = H_z = E_x = 0,$$

$$H_x^{(+)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_{xn}^{(\pm)} \exp\{p_n^{(\pm)}(z-h)\} \times \exp\{i\beta_n y\},$$

$$\beta_n^{(\pm)} = \beta_e \mp \beta_q + \frac{2\pi n}{l}, \quad p_n^{(\pm)} = i\sqrt{\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - \beta^{(\pm)2}},$$

комплексные амплитуды $H_{xn}^{(\pm)}$ находятся по методу [1]. Рассматривается режим, когда в спектре дифракционных гармоник присутствуют только поверхностные волны, т. е. $\operatorname{Im} p_n^{(\pm)} = 0$ для любых n.

Движение электронов описывается в рамках линейной теории с помощью волн пространственного заряда [2]. Быстрая a_+ и медленная a_- волны пространственного заряда возбуждаются продольной электрической компонентой E_y дифракционного поля:

$$\left\{\frac{d}{dy} - i(\beta_e \mp \beta_q)\right\} a_\pm = \frac{e}{2\sqrt{Z}} E_y, \tag{2}$$

$$a_\pm = \frac{1}{2\sqrt{Z}}(\mathscr{E} \pm Zj), \quad \mathscr{E} = \frac{mv_0 v}{\left(1-\frac{v_0^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}}, \quad \beta_q = R\beta_p,$$

$$\beta_p = \frac{1}{v_0}\left(\frac{4\pi e\rho_0}{m}\right)^{\frac{1}{2}}\left(1-\frac{v_0^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{4}}, \quad Z = \frac{4\pi|e|}{\omega\beta_p}R,$$

где e и m — заряд и масса покоя электрона, ρ_0 — постоянная составляющая плотности заряда потока, v — переменная составляющая скорости потока, R — коэффициент редукции. Решение уравнений (2) при известном распределении $E_y(y)$ и однородных граничных условиях для $a_\pm$ позволяет найти медленно меняющиеся амплитуды тока $j^{(+)}$ и $j^{(-)}$.

Характеристики самосогласованного взаимодействия потока и поля определяются при последовательном решении на ЭВМ уравнений движения и задачи дифракции поля потока на периодической структуре. Начальным условием такой итерационной схемы является режим заданного поля $H_{xn}^{(\pm)}(y) = \text{const}$, условием окончания — установление распределения дифракционного поля вдоль структуры. Для завершившейся итерационной процедуры закон сохранения энергии записывается в виде

$$\frac{1}{|e|}\left(|a_+|^2 - |a_-|^2\right)\Big|_{y=0}^{y=L} + \frac{c}{4\pi}\operatorname{Re}\int_h^\infty E_z H_x^* \Big|_{y=0}^{y=L} dz = 0.$$

Для достижения хорошей точности при решении задачи дифракции учитывается по 15 гармоник каждого из рядов $H_x^{(+)}$ и $H_x^{(-)}$, при этом время счета на БЭСМ-6 не превышает 6 мин.

Методика позволяет, не решая дисперсионного уравнения, определить частоту $\omega_{\text{рез}}$ резонансного взаимодействия потока и поля. Критерием этого может служить, например, увеличение инкремента нарастания в системе или уменьшение пускового тока при переборке по частоте ω для фиксированного значения скорости потока v_0. Расчеты, проведенные при различных v_0, дают возможность построить зависимость $\omega_{\text{рез}}$ от продольного волнового числа β. Этот график для случая малого пространственного заряда, т. е. $\beta_q \ll \beta_e$, представлен на рис. 2 на плоскости (ζ, ξ), где $\zeta = \beta l/\pi$, $\xi = \omega l/\pi c$. Точка резонансного взаимодействия дифракционного поля и потока определяется пересечением зависимости $\xi_{\text{рез}}(\zeta)$ с прямой $\xi = (v_0/c)\zeta$.

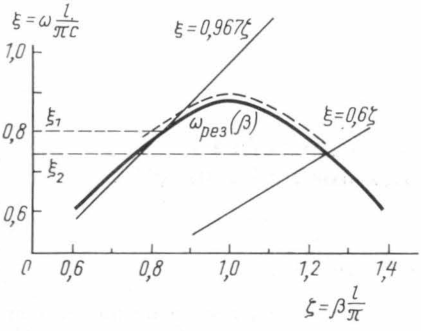

Рис. 2. Зависимость резонансной частоты $\omega_{\text{рез}}$ от продольного волнового числа β в координатах (ζ, ξ), полученная при параметрах структуры $l = 1{,}5$ см, $d = 1{,}0$ см, $h = 0{,}3$ см. Пунктиром показана дисперсионная характеристика моды E_{01} диафрагмированного волновода

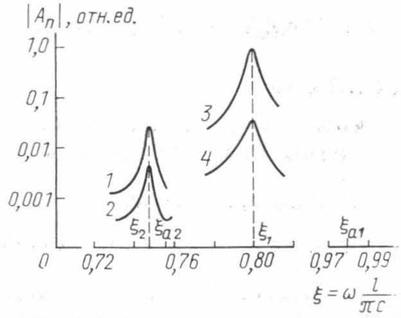

Рис. 3. Зависимость модуля амплитуд дифракционных гармоник от приведенной частоты ξ для двух значений скорости v_0: *1* и *2* — соответственно 1-я и нулевая гармоники при $v_0 = 0{,}6$ c; *3* — нулевая гармоника при $v_0 = 0{,}967$ c, *4* — 1-я гармоника при $v_0 = 0{,}967$ c, ξ_{a1} и ξ_{a2} — приведенные частоты, соответствующие аномалиям Вуда для двух значений скорости v_0

Зависимость $\omega_{\text{рез}}(\beta)$ определяется единственным образом для заданного набора параметров структуры l, d, h и свидетельствует о наличии механизма фиксации частоты в рассматриваемой системе. В открытых структурах этот механизм имеет дифракционную природу и связан с возрастанием амплитуд дифракционных гармоник вблизи аномалии Вуда [3]. Аномальное возрастание амплитуд в данном случае можно интерпретировать как черенковский резонанс электронов с поверхностной волной.

На рис. 3 представлена зависимость модуля амплитуд $|A_n|$ дифракционных гармоник для ξ для всех значений v_0. При скорости потока $v_0 = 0{,}967c$ дифракционная гармоника с номером $n = 0$, синхронная с потоком, превышает по амплитуде все остальные гармоники и дает основной вклад в продольное взаимодействие с потоком. Ее максимум выделяет резонансную приведенную частоту ξ_1. Такая ситуация характерна для нарастающей ветви графика $\omega_{\text{рез}}(\beta)$ (режим ЛБВ). Его спадающая ветвь определяется взаимодействием потока с обратной волной — дифракционной гармоникой с номером $n = -1$, распространяющейся в направлении, обратном к движению потока (режим ЛОВ). Выделение соответствующей резонансной приведенной частоты ξ_2 иллюстрируется рис. 3.

В заключение отметим, что дисперсионные характеристики мод диафрагмированного волновода, рассчитанные традиционным для электроники СВЧ методом [4], в пределе $D \gg \lambda$, где D — диаметр волновода, $\lambda = (2\pi/\omega)c$, располагаются несколько выше зависимости $\omega_{\text{рез}}(\beta)$. Дисперсионная кривая для моды E_{01}, показанная пунктиром на рис. 2, получена при $D = 5\lambda$. Такое смещение линий соответствует учету влияния в методе [4] конечного значения диаметра волновода.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Шестопалов В. П., Литвиненко Л. Н., Масалов С. А., Сологуб В. Г. Дифракция волн на решетках. Харьков, 1973. [2] Люиселл У. Связанные и параметрические колебания в электронике. М., 1963. [3] Шестопалов В. П. Дифракционная электроника. Харьков, 1976. [4] Тараненко З. И., Трохименко Я. К. Замедляющие системы. Киев, 1965.

Поступила в редакцию
14.11.86

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1987. Т. 28, № 5

ОПТИКА И СПЕКТРОСКОПИЯ

УДК 621.378.325

ВЛИЯНИЕ ФАЗОВЫХ ФЛУКТУАЦИЙ НА ПАРАМЕТРЫ ОПТИЧЕСКИХ СОЛИТОНОВ В ВОЛОКОННЫХ СВЕТОВОДАХ

А. В. Иванов, А. Н. Матвеев

(кафедра общей физики для физического факультета)

Аналитически и численно исследуется динамика распространения огибающей оптического импульса пикосекундной длительности в волоконном световоде. На основе метода обратной задачи рассмотрено влияние фазового шума на параметры солитонов в дальней зоне световода. Анализируются статистические характеристики ансамбля солитонов.

Динамика распространения огибающей оптического импульса пикосекундной длительности в волоконном световоде описывается задачей Коши для нелинейного уравнения Шрёдингера:

$$iq_z = q_{\tau\tau}/2 + |q|^2 q, \quad q(\tau, 0) = q_0(\tau). \tag{1}$$

Здесь $z = L/L_d$, $\tau = (t - v_g^{-1}L)/\tau_и$, $q = (L_d/L_{nl})^{1/2} \cdot [A(\tau, z)/I_0^{1/2}]$ — безразмерные переменные, $v_g = (k'_\omega)^{-1}$ — групповая скорость, $\tau_и$ — длительность импульса, I_0 — эффективная интенсивность, $A(\tau, z)$ — медленно меняющаяся огибающая импульса, а $L_d = \tau_и/k''_{\omega^2}$, $L_{nl} = (k\tilde{n}_2 I_0)^{-1}$ — соответственно дисперсионная и нелинейная длины.

Известно, что на расстояниях порядка нескольких дисперсионных длин (что составляет для рассматриваемого диапазона длительностей величину от нескольких десятков сантиметров до десятков метров [1]) исходный сигнал асимптотически стремится к состоянию, характеризуемому дискретным солитонным спектром [2]. Представляет интерес, таким образом, исследование параметров солитонных составляющих исходного импульса в дальней зоне световода ($z \gg 1$). Ограничимся рассмотрением класса начальных данных, для которых асимптотика решения (1) представляет собой односолитонный импульс:

$$q^s(\tau, z) = \varkappa \exp(-iv\tau - i(v^2 - \varkappa^2) z/2 + i\varphi) \operatorname{ch}^{-1}\varkappa(\tau - \tau_c - vz), \tag{2}$$

$\varkappa$, v, φ, τ_c — формфактор, скорость, фаза и координата центра солитона соответственно. Для анализа асимптотической стабилизации наиболее эффективным оказывается использование известного метода обратной задачи рассеяния (МОЗР) [2, 3], основанного на особой симметрии уравнения (1).

Важным частным случаем начальных условий является сигнал, испытавший случайную фазовую модуляцию вида [4—6]

$$q_0(\tau) = \operatorname{ch}^{-1}\tau \cdot \exp(i\theta(\tau)), \tag{3}$$

где $\theta(\tau)$ — случайный процесс (в дальнейшем будем называть его шумом) с временем корреляции $\tau_к$.

В настоящей работе предлагается основанный на МОЗР метод расчета параметров солитонов дальней зоны для фазово-модулированных импульсов типа (3). Численные расчеты сравниваются с аналитическими результатами, полученными на основе первого порядка теории возмущений МОЗР.