от α, нижняя же граница определяется α и растет с ростом α также тем быстрее, чем больше n и меньше k.

Для иллюстрации приведем значения $C_k^{(n)}$ для некоторых α, n, k (таблица). Видно, что наличие данных множителей сильно сглаживает ряд Лапласа, особенно гармоники высоких степеней.

В заключение добавим, что в силу теоремы Вейерштрасса о дифференцировании равномерно сходящейся последовательности аналитических функций всюду вне физической поверхности будут равномерно сходиться и следующие последовательности для любой производной потенциала:

$$\frac{\partial V}{\partial l}(r, \varphi, \lambda) = \lim_{n\to\infty} f \sum_{k=0}^{n}\sum_{m=0}^{k} \begin{Bmatrix} C_k^{(n)} \\ (C_1^{(n)})^k \end{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial l}\left[\frac{P_{km}(\sin\varphi)}{r^{k+1}}(A_{km}\cos m\lambda + \right.$$

$$\left. + B_{km}\sin m\lambda)\right].$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Антонов В. А., Холшевников К. В.//Астрон. журн. 1980. **57**. С. 1323—1330. [2] Чуйкова Н. А.//Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. 1980. № 4. С. 54—63. [3] Чуйкова Н. А.//Вестн. Моск. ун-та. Сер. 3, Физ. Астрон. 1984. **25**, № 1. С. 22—28. [4] Чуйкова Н. А.//Там же. 1985. **26**, № 5. С. 77—81. [5] Маркушевич А. И. Теория аналитических функций. М., 1968. Т. 2. [6] Справочник по специальным функциям. М., 1979.

Поступила в редакцию
10.06.86

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1987. Т. 28, № 6

УДК 521.13

ВЕКОВЫЕ И ДОЛГОПЕРИОДИЧЕСКИЕ ВОЗМУЩЕНИЯ ВНУТРЕННЕЙ ОРБИТЫ КРАТНОЙ СИСТЕМЫ ξU.Ma.

А. А. Орлов, **Н. А. Соловая**

(ГАИШ)

Вычисляются возмущения внутренней орбиты кратной звездной системы ξU.Ma. при помощи формул, развитых авторами ранее. Приведены средние изменения элементов e_1, Ω_1 и I_1 за сто лет. Результаты показывают, что возмущения элементов внутренней орбиты значительны, и их нужно учитывать.

Настоящая статья является продолжением работы [1] и посвящена приложению теории движения тройных звезд, построенной в работе [2], к исследованию вековых и долгопериодических возмущений орбиты тесной пары ξ U. Ma., имеющей период 1,8 года. В работе [1] указывалось, что Хейнтц [3], анализируя наблюдения тройной звездной системы ξ U. Ma. за длительный промежуток времени, обнаружил изменения внешней орбиты. Изменения внутренней орбиты этой системы ему обнаружить не удалось в основном, по-видимому, потому, что период наблюдений тесной спектрально-двойной пары слишком мал.

Целью настоящей работы является выяснение характера эволюции орбиты рассматриваемой тесной пары, изучение вековых и долгопериодических возмущений периастра и узла. Результаты такого исследования можно будет в дальнейшем использовать для определения наиболее благоприятных условий получения возмущений тесной пары из наблюдений.

Как и в работе [1], мы используем здесь те же обозначения звезд, входящих в систему ξ U. Ма., что и Хейнтц [3]: составляющие тесной пары с периодом 1,8 года будем обозначать через A и a, а звезды удаленной пары с весьма малым периодом в 3,98 сут — через B и b. При вычислении будем считать эту пару одиночной звездой с массой, равной сумме масс B и b. Орбиту, описываемую составляющей a около A, будем называть внутренней орбитой, а орбиту B относительно центра масс Aa — внешней орбитой.

§ 1. **Расчетные формулы.** Нас будут интересовать изменения во времени элементов только внутренней орбиты. Внутренняя орбита представляется эллипсом с переменной долготой восходящего узла и периастра, с переменным эксцентриситетом и неизменной большой полуосью. Для численных расчетов мы воспользуемся формулами, приведенными в [2, § 3, 7, 8], сохранив все обозначения и порядок вычислений.

Обозначим массы составляющих через m_0, m_1, m_2, а элементы внутренней и внешней орбит, отнесенные к неизменной плоскости Лапласа, — через a_j, e_j, i_j, l_j, g_j, h_j ($j=1, 2$), где a, e, i, l, g, h — соответственно большая полуось, эксцентриситет, наклонность, средняя аномалия, аргумент периастра и долгота восходящего узла.

Тогда, согласно [2], запишем:

$$
\begin{aligned}
&a_1 = \text{const}, \qquad e_1 = \sqrt{1-\xi}, \\
&l_1 = B_1 + \varkappa_1 (t - t_0) + Q_1 I_1(u) + Q_2 I_2(u) + Q_3 I_3(u), \\
&h_1 = B_5 + Q_8 I_1(u) + Q_6 I_4(u) - Q_7 I_5(u), \\
&\sin i_1 = \bar{G}_2 \sqrt{1 - q^2/\bar{c}}, \\
&\cos i_1 = (q\bar{G}_2 + \sqrt{\xi})/\bar{c},
\end{aligned}
\tag{1}
$$

переменная ξ связана со временем равенством

$$
\frac{\varkappa 1}{12} \bar{G}_2 \int_{\xi_1}^{\xi_2} \frac{d\xi}{\sqrt{\Delta}} = \frac{B_3}{A_1} + \frac{1}{16} \frac{\gamma m^2}{(1-e_2^2)} n_1 (t - t_0),
\tag{2}
$$

где

$$
\bar{G}_2 = \frac{(m_0+m_1)m_2}{m_0 m_1} \sqrt{\frac{(m_0+m_1)(1-e_2^2)}{m_0+m_1+m_2} \frac{a_2}{a_1}},
$$

$$
\gamma = \frac{m_2}{m_0+m_1+m_2},
$$

$$
n_1 = \frac{k}{a_1} \sqrt{\frac{m_0+m_1}{a_1}}, \qquad n_2 = \frac{k}{a_2} \sqrt{\frac{m_0+m_1+m_2}{a_2}},
$$

$$
m = \frac{n_2}{n_1}, \qquad q = \frac{\bar{c}^2 - \bar{G}_2^2 - \sqrt{\xi}}{2\bar{G}_2 \sqrt{\xi}},
$$

k — постоянная Гаусса, $\Delta = f_2(\xi) \cdot f_3(\xi)$ — полином пятой степени относительно ξ.

Формулы для Q_j, $I_j(u)$, ξ_j, $\bar{c}$, A_1, B_3 даны в работе [2], и здесь мы их приводить не будем.

Тип внутренней промежуточной орбиты определяется знаком параметра $\bar{h}$, имеющего вид

$$2\bar{G}_2^2\bar{h}=3e_{10}[e_{10}-4\bar{G}_2\eta_0 q_0-8\bar{G}_2^2(1-q_0^2)\sin^2 g_{10}], \tag{3}$$

$$\eta_0=\sqrt{1-e_{10}^2}, \quad q_0=\cos(i_{10}+i_{20}).$$

Индекс «0» в этом и во всех последующих формулах означает, что значения величин соответствуют начальному моменту времени.

При $\bar{h}<0$ орбита будет циркулярной, т. е. периастр внутренней орбиты обладает вековым движением, при $\bar{h}>0$ периастр не совершает векового движения, а колеблется в ограниченных пределах и орбита будет либрационной.

В случае ξU.Ma. $\bar{h}=1{,}8727$ и внутренняя орбита является либрационной.

Величины $\sin g_1$ и $\cos g_1$ выражаются формулами

$$\sin^2 g_1=\frac{\xi f_2(\xi)}{5(1-\xi)[\xi-(\bar{c}-\bar{G}_2)^2][(\bar{c}-\bar{G}_2)^2-\xi]},$$

$$\cos^2 g_1=\frac{f_3(\xi)}{5(1-\xi)[\xi-(\bar{c}-\bar{G}_2)^2][(\bar{c}-\bar{G}_2)^2-\xi]}. \tag{4}$$

Если ε_1, ε_2 — корни квадратного уравнения $f_2(\xi)=0$, ε_3, ε_4, ε_5 — корни кубического уравнения $f_3(\xi)=0$, где функции $f_2(\xi)$ и $f_3(\xi)$ представляются в виде произведений линейных сомножителей:

$$f_2(\xi)=(\varepsilon_1-\xi)(\varepsilon_2-\xi),$$

$$f_3(\xi)=(\xi-\varepsilon_3)(\varepsilon_4-\xi)(\varepsilon_5-\xi),$$

то, как показано в работе [2], корни ε_3 и ε_4 меньше 1, а ε_1, ε_2, ε_5 больше 1. Значение ε_1 в числителе функции $\sin^2 g_1$ всегда меньше ξ, поэтому в рассматриваемом случае $\sin g_1$ никогда не может обратиться в нуль. Величина g_1 будет изменяться либо внутри интервала $0°<g_1<180°$, либо внутри интервала $180°<g_1<360°$.

Когда ξ принимает предельные значения ε_3 и ε_4, то $\cos g_1=0$, следовательно, значение ξ, которому соответствует экстремум значений отклонения g_1 от положения 90° или 270°, должен лежать строго внутри интервала $\varepsilon_3<\xi<\varepsilon_4$.

Для нахождения границ изменения g_1 в либрационном движении определим экстремум функции $\cos g_1$. Приравняем нулю производную функции $\cos g_1$, получим алгебраическое уравнение четвертой степени относительно ξ. Уравнение решается методом последовательных приближений. Полученное значение ξ подставим в уравнение (4) и получим границы изменения g_1.

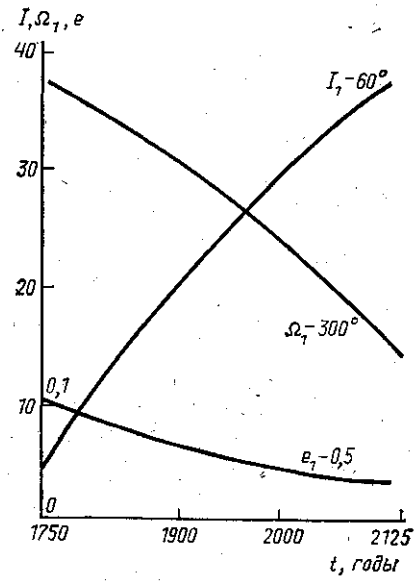
	a	B
a_j	1,56 а. е.	19,46 а. е.
e_j	0,56	0,414
I_j	86,3°	122,65°
T	1935,410	1935,170
ω_j	146°	127,53°
Ω_j	326°	101,59°

§ 2. **Исходные данные.** В данной работе использованы элементы системы ξU.Ma., полученные Хейнтцем [3]. Перед вычислением по формулам предыдущего параграфа элементы преобразовываются в соответствии с § 2 работы [1].

Значения элементов внутренней и внешней орбит системы ξU.Ma. отнесенные к картинной плоскости, даны в таблице (большая полуось a отнесена к центру масс составляющей A, большая полуось B — к

центру масс Aa). T_1 и T_2 — моменты прохождения через периастр орбит. Система элементов отнесена к эпохе 1900 года. Массы m_0, m_1, m_2 составляющих A, a и B в единицах масс Солнца имеют следующие значения: $m_0=0{,}83$, $m_1=0{,}31$, $m_2=0{,}92$.

Элементы таблицы, отнесенные к картинной плоскости, нужно пересчитать к системе координат, для которой основной является неизменная плоскость Лапласа. Положение плоскости Лапласа и определение элементов по формулам сферической тригонометрии получены в § 2 работы [1].



§ 3. **Результаты вычислений.** По формулам, представленным в § 2, были определены значения e_1, Ω_1 и I_1 составляющей a, отнесенные к картинной плоскости на интервале с 1750 по 2125 г. Результаты приведены в виде графиков на рисунке. Очевидна нелинейность изменения элементов внутренней орбиты, так же как и нелинейность изменения элементов внешней орбиты в работе [1]. Мы не можем сопоставить результаты, полученные по нашим формулам для внутренней орбиты, с результатами Хейнтца [3], так как возмущениями внутренней орбиты Хейнтц пренебрегал, хотя и считал, что они имеются, но их нельзя обнаружить из наблюдений вследствие малости размеров орбиты.

Средние изменения элементов e_1, Ω_1 и I_1 за 100 лет составляют: $\delta e_1=0{,}024$, $\delta\Omega_1=-6{,}1°$, $\delta I_1=9{,}9°$. Периастр внутренней орбиты совершает колебания от положения 270° в пределах $268{,}93°<g_1<277{,}07°$.

Результаты вычислений позволяют сделать вывод, что возмущения орбит значительны, чтобы ими пренебречь. В дальнейшем планируется провести обработку наблюдений ξ U. Ma., учитывая возмущения как внешней, так и внутренней орбит тройной звездной системы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Орлов А. А., Соловая Н. А.//Вестн. Моск. ун-та. Сер. 3, Физ. Астрон. 1986. **27**, № 6. С. 74—77. [2] Орлов А. А., Соловая Н. А.//Тр. ГАИШ. 1974. **45**. С. 119—136. [3] Heintz W. D.//Astron. Nachrichten. 1967. **289**. P. 269—277.

Поступила в редакцию
25.06.86