ской постоянной и стационарная модель с вращением без нарушения причинности. Проведенное исследование позволяет уточнить роль кручения в космологии: оно может и устранять сингулярность (28), и усиливать ее (26), (27); с другой стороны, наличие кручения может улучшить причинную структуру пространства-времени.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Короткий В. А., Обухов Ю. Н.//Вестн. Моск. ун-та. Сер. 3, Физ. Астрон. 1987. 28, № 4. С. 6—11. [2] Van Stockum W. J.//Proc. Roy. Soc. Edinburgh. 1937. 57. P. 135. [3] Raychaudhuri A. K., Thakurta S. N.//Phys. Rev. 1980. D22. P. 802—806. [4] Короткий В. А., Обухов Ю. Н.//Вестн. Моск. ун-та. Сер. 3, Физ. Астрон. 1987. 28, № 6. С. 3—8. [5] Guth A. H.//Phys. Rev. 1981. D23. P. 347—356. [6] Linde A. D.//Nucl. Phys. 1985. B252. P. 153—159. [7] Starobinski A. A.//Phys. Lett. 1980. B91. P. 99—102. [8] Грищук Л. П., Зельдович Я. Б.//Тр. 2-го семинара «Квантовая теория гравитации, 1981». М., 1982. С. 39. [9] Нургалиев И. С., Пономарев В. Н.//Изв. вузов. Физика. 1982. № 10. С. 63—65. [10] Kuchowicz B.//J. Phys. A. 1975. 8. P. L29—33; Acta Phys. Polon. 1975. B6. P. 173—196; Preprint N 51. 1975. Inst. Astr. Pol. Acad. Sci. [11] Kopczynski W.//Phys. Lett. 1972. A39. P. 219—220; 1973. A43. P. 63—64. [12] Tafel J.// //Phys. Lett. 1973. A45. P. 341—343; Acta Phys. Polon. 1975. B6. P. 537—554. [13] Gödel K.//Rev. Mod. Phys. 1949. 21. P. 447—450. [14] Bedran M. L., Vaidia E. P. V., Som M. M.//Nuovo Cim. 1985. B87. P. 101—108.

Поступила в редакцию
04.06.86

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1988. Т. 29, № 1

УДК 530.12:531.18

О ЕДИНСТВЕННОСТИ РЕЛЯТИВИСТСКОГО ЦЕНТРА СИСТЕМЫ СОБЫТИЙ

Н. П. Клепиков

(кафедра теоретической физики)

Условие выполнения обобщенного соотношения Осборна и правильной коммутации коллективного времени с импульсом, энергией и коллективной координатой системы приводит к единственности ранее найденных выражений координат центра системы событий.

Координаты центра $\mathbf{R}$, T системы N событий, имеющих координаты $\mathbf{r}_a$, t_a и происходящих с частицами, имеющими импульсы $\mathbf{p}_a$ и энергии E_a, были найдены в [1—3]. Они имеют вид ($c=1$)

$$\mathbf{R}=\frac{1}{M}\sum_{a=1}^{N}\left\{\mathbf{r}_a\left(E_a-\frac{\mathbf{P}\mathbf{p}_a}{E+M}\right)+\mathbf{P}\mathbf{r}_a\left(\frac{1}{E+M}\left(\mathbf{p}_a+\frac{\mathbf{P}E_a}{M}\right)-\alpha_a\frac{\mathbf{P}}{M}\right)-\right.$$

$$\left.-t_a\left(\mathbf{p}_a+\frac{\mathbf{P}}{M}\left(\frac{\mathbf{P}\mathbf{p}_a}{E+M}-\alpha_a E\right)\right)\right\}; \qquad (1)$$

$$T=\frac{1}{M^2}\sum_{a=1}^{N}\{\mathbf{P}\mathbf{r}_a(E_a-E\alpha_a)+t_a(E^2\alpha_a-\mathbf{P}\mathbf{p}_a)\}, \qquad (2)$$

где $E=\sum\limits_{a=1}^{N}E_a$, $\mathbf{P}=\sum\limits_{a=1}^{N}\mathbf{p}_a$, $M^2=E^2-\mathbf{P}^2$, а α_a — неопределенные константы, подчиненные условию $\sum_{a=1}^{N} \alpha_a = 1$. В [4—6] эти координаты были использованы для построения классической теории совместного излучения системы заряженных частиц. Для теории излучения системы одинаковых частиц естественное требование симметрии дает $\alpha_a = 1/N$. Возникает, однако, вопрос о единственности выражений (1) и (2) для $\mathbf{R}$ и T и о выборе констант α_a для общего случая различных частиц.

В литературе используется ряд выражений, обобщающих нерелятивистскую формулу для центра инерции системы частиц. Выражение

$$\mathbf{R} = \frac{1}{E} \sum_{a=1}^{N} \mathbf{r}_a E_a, \tag{3}$$

предложенное Меллером [7], имеет только три компоненты и относится к событиям, синхронным в рассматриваемой системе отсчета. Следовательно, оно не может использоваться в иных системах отсчета, где синхронность событий нарушается.

Четырехмерный вектор (см. [8])

$$X_\mu = \sum_{a=1}^{N} \alpha_a x_{\mu a}, \quad \sum_{a=1}^{N} \alpha_a = 1, \tag{4}$$

и его частный случай с $\alpha_a = m_a / \sum_{b=1}^{N} m_b$ преобразуется при преобразованиях Пуанкаре как четырехмерный вектор, но приводит к правильной скорости системы, как было отмечено еще в [9], только в нерелятивистском пределе. Поэтому ни (3), ни (4) не могут рассматриваться как правильные обобщения понятия центра инерции системы.

Заметим, что из (1) и (2) следует выражение

$$\mathbf{P}\mathbf{R} - ET = \sum_{a=1}^{N} \alpha_a (\mathbf{P}\mathbf{r}_a - Et_a), \tag{5}$$

совпадающее с проекцией $\mathbf{P}\mathbf{X} - EX_0$ вектора (4) на P_μ. В эту проекцию дают вклад только члены (1) и (2), пропорциональные α_a, а остальные составляют часть $\mathbf{R}$, T, поперечную к $\mathbf{P}$, E. Поэтому в вопросе выбора констант α_a можно опираться на результаты использования вектора (4).

Чжоу Гуанчжао и М. И. Широков [10] показали, что в квантовой теории частиц со спином генераторами группы Пуанкаре для каждой частицы являются E_a, $\mathbf{p}_a$, $\mathbf{J}_a = [\mathbf{r}_a \mathbf{p}_a] + \mathbf{s}_a$ и $\mathbf{K}_a = t_a \mathbf{p}_a - \mathbf{r}_a E_a - [\mathbf{p}_a \mathbf{s}_a]/(E_a + m_a)$, где $\mathbf{s}_a$ — спин. Осборн [11] воспользовался этим результатом и требованием, чтобы для системы частиц соответствующие генераторы выражались теми же формулами через координаты $\mathbf{R}$, T системы как целого, причем $\mathbf{s} = \mathbf{J} - [\mathbf{R}\mathbf{P}]$. Правда, он рассмотрел только частный случай одинаковых времен (см. также [12, 13]). Если мы заменим единое время t на коллективное время T, то применительно к классической теории полученное им соотношение приобретает вид

$$\mathbf{R} = \frac{\mathbf{P}}{E} T + \frac{1}{M} \left\{ \frac{1}{E+M} \left([\mathbf{J}\mathbf{P}] + \frac{\mathbf{P}}{E} \mathbf{K}\mathbf{P} \right) - \mathbf{K} \right\}, \tag{6}$$

где $\mathbf{J} = \sum_{a=1}^{N} [\mathbf{r}_a \mathbf{p}_a]$, $\mathbf{K} = \sum_{a=1}^{N} (t_a \mathbf{p}_a - \mathbf{r}_a E_a)$. Легко проверить, что (1) и (2) удовлетворяют соотношению (6). Оно выражает тот факт, что при отсутствии внешнего поля система в целом (независимо от наличия внутреннего взаимодействия) движется прямолинейно и равномерно со скоростью $\mathbf{V}=\mathbf{P}/E$.

Докажем, что для единственности выражений (1) и (2) достаточно условий

$$(E,\ T)=-1,\qquad (P_i,\ T)=0,\qquad (R_i,\ T)=0 \tag{7}$$

($8N$-мерные скобки Пуассона), выполнения (6) и свойства симметризуемости по частицам.

Свойство симметризуемости требует, чтобы $\mathbf{R}$ и T имели вид суммы N выражений, каждое из которых зависит, помимо $\mathbf{P}$, E и M, только от $\mathbf{r}_a$, t_a, $\mathbf{p}_a$ и E_a. Величины $\mathbf{R}$ и T преобразуются правильно при сдвигах, если $\mathbf{r}_a$ и t_a входят в эти выражения линейно, причем каждый член соответствующего выражения содержит либо $\mathbf{r}_a$, либо t_a. Коммутации $\mathbf{R}$ и T с $\mathbf{P}$ и E приводят к суммам (при $a=1,\ \ldots,\ N$) коэффициентов при $\mathbf{r}_a$ и t_a. Поэтому такие коэффициенты могут линейно содержать либо $\mathbf{p}_a$ или E_a, либо зависящую от a константу (сумма которых может быть принята равной единице), поскольку суммы нелинейных функций от $\mathbf{p}_a$ и E_a не сводятся к функциям от $\mathbf{P}$ и E:

$$R_i=\sum_{a=1}^{N}\{r_{ia}(E_au_1+\mathbf{P}\mathbf{p}_au_2+\gamma_au_3)+P_i\mathbf{p}_a\mathbf{r}_au_4+P_i\mathbf{P}\mathbf{r}_a(E_au_5+\mathbf{P}\mathbf{p}_au_6+$$
$$+\delta_au_7)+p_{ia}\mathbf{P}\mathbf{r}_au_8+t_a(P_i(E_au_9+\mathbf{P}\mathbf{p}_au_{10}+\varepsilon_au_{11})+p_{ia}u_{12})\},\tag{8}$$

$$T=\sum_{a=1}^{N}\{\mathbf{P}\mathbf{r}_a(E_au_{13}+\mathbf{P}\mathbf{p}_au_{14}+\varphi_au_{15})+t_a(E_au_{16}+\mathbf{P}\mathbf{p}_au_{17}+\psi_au_{18})+\mathbf{p}_a\mathbf{r}_au_{19}\}.\tag{9}$$

Подставляя (8) и (9) в (6) и (7), находим систему 19 уравнений, содержащих линейно искомые функции от E и M и их частные производные по E и M. Система оказывается совместной, и ее решение, имеющее правильный нерелятивистский предел, приводит к выражениям (1) и (2). Соотношения $(R_i,\ E)=0$, $(R_i,\ P_j)=-\delta_{ij}$, $(R_i,\ R_j)=0$ удовлетворяются тогда тождественно.

Синдж [14] без какого-либо обоснования привел четырехмерное соотношение, содержащее компоненты некоторого четырехмерного вектора X_μ. Однако определить все компоненты этого вектора из указанного соотношения нельзя, так как соответствующий определитель обращается в нуль. Можно лишь выразить $\mathbf{R}$ через T. В трехмерных обозначениях это соотношение принимает вид

$$\mathbf{R}=\frac{\mathbf{P}}{E}T+\frac{1}{M^2}\left([\mathbf{J}\mathbf{P}]+\frac{\mathbf{P}}{E}\mathbf{P}\mathbf{K}-E\mathbf{K}\right).\tag{10}$$

не совпадающий с (6). Попытка использования (10) и (7) для нахождения коэффициентов u_i в (8) и (9) приводит к несовместной системе уравнений. Следовательно, вектор X_μ не совпадает с центром системы событий, хотя входящая в (10) скорость правильна, а последние три члена выражены через интегралы движения.

Чтобы проверить единственность соотношения (6), запишем его в виде

$$\mathbf{R}=\frac{\mathbf{P}}{E}T+u\,[\mathbf{J}\mathbf{P}]+v\mathbf{P}\,(\mathbf{K}\mathbf{P})+w\mathbf{K},\tag{11}$$

где коэффициенты u, v и w могут зависеть от E и M, причем u должно иметь размерность M^{-2}, v — размерность M^{-3} и w — размерность M^{-1}. Потребуем, чтобы выполнялись соотношения (7). Коммутируя T, взятое в виде (9), с обеими частями (11), находим систему 12 уравнений в частных производных для 5 функций u_{13}, u_{14}, u_{15}, u_{16}, u_{17}. Условие совместности этих уравнений выражается в виде системы 4 уравнений в частных производных для 3 функций u, v, w. Решая последнюю систему и требуя правильной размерности и правильного нерелятивистского предела, находим $u=\frac{1}{M(E+M)}$, $v=\frac{1}{EM(E+M)}$, $w=-\frac{1}{M}$, что дает (6). Поэтому из доказанного выше следует единственность выражений (1) и (2).

Что касается выбора констант α_a, заметим, что Сальпетер и Бете [15, 16] использовали формулу (4) с $\alpha_a=m_a/\sum_{b=1}^{N} m_b$ и при рассмотрении предельного перехода к случаю бесконечно-тяжелого ядра водородоподобного атома существенно использовали свой выбор. Поэтому этот результат следует рассматривать как указание на то, что иного выбора не следует ожидать. Для одинаковых частиц этот выбор согласуется с выбором $\alpha_a=1/N$. С другой стороны, попытка определить константы α_a из согласия различных методов расчета излучения системы [5] двух частиц, движущихся по близким окружностям, не приводит к определенному заключению, так как по крайней мере в квадратичном приближении по отклонениям окружностей коэффициенты при степенях величины $1-\alpha(m_1+m_2)/m_1$ обращаются в нуль тождественно, и интенсивность, усредненная по времени и проинтегрированная по азимутальному углу (которую можно сравнить с полученной другим путем), вовсе не зависит от выбора константы α.

Другая теорема единственности для выражений (1) и (2) доказана автором в [17].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Клепиков Н. П., Шатний А. Н.//Ядерная физика. 1980. 31, № 3. С. 841—844. [2] Клепиков Н. П., Шатний А. Н.//ТМФ. 1981. 46, № 1. С. 50—63. [3] Датта М., Клепиков Н. П.//ТМФ. 1981. 48, № 2. С. 210—215. [4] Клепиков Н. П., Соколов С. Н. Препринт ИФВЭ 84-57. Серпухов, 1984. [5] Клепиков Н. П.//УФН. 1985. 146, № 2. С. 317—339. [6] Клепиков Н. П., Ященко А. К.//Вестн. Моск. ун-та. Сер. 3, Физ. Астрон. 1985. 26, № 5. С. 15—17. [7] Møller C. The theory of relativity. Oxford, 1969. Chap. 35, Sect. 64. [8] Швебер С. Введение в релятивистскую квантовую теорию поля. М., 1980. С. 674. [9] Pryce H. M. L.//Proc. Roy. Soc. Ser. A. 1948. 195, N 1040. P. 62—81. [10] Чжоу Гуанчжао, Широков М. И.//ЖЭТФ. 1958. 34, № 5. С. 1230—1239. [11] Osborn H.//Phys. Rev. 1968. 176, N 5. P. 1514—1522. [12] Close F. I., Copley L. A.// //Nucl. Phys. 1970. B19, N 2. P. 477—500. [13] Krajcik R. A., Foldy L. L.//Phys. Rev. 1974. D10, N 6. P. 1777—1795. [14] Synge J. L. Classical dynamics. Berlin: Springer, 1960; Синг Дж. Л. Классическая динамика. М., 1963. [15] Salpeter E. E., Bethe H. A.//Phys. Rev. 1951. 84, N 6. P. 1232—1242. [16] Salpeter E. E.//Phys. Rev. 1952. 87, N 2. P. 328—343. [17] Klepikov N. P.//Ann. Phys. 1987. 44, N 5. P. 313—322.

Поступила в редакцию
04.08.86