ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

УДК 537.12.01

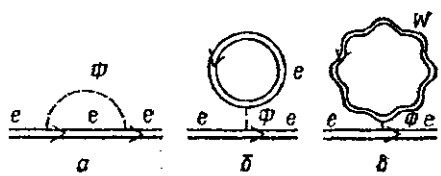
ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЛЕПТОНА С ХИГГСОВСКИМ БОЗОНОМ В ИНТЕНСИВНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В. Ю. Линьков, И. А. Обухов, В. К. Перес-Фернандес, В. Р. Халилов

(кафедра теоретической физики)

В рамках модели Вайнберга—Салама исследовано влияние хиггсовского бозона на движение лептона в магнитном поле во втором порядке теории возмущений по константе электрослабого взаимодействия.

В настоящей работе в рамках модели Вайнберга—Салама исследуется влияние хиггсовского бозона на движение лептона в магнитном поле во втором порядке теории возмущений по константе электрослабого взаимодействия. Внешнее магнитное поле учитывается точно благодаря использованию точных решений релятивистских волновых уравнений в заданном классическом магнитном поле напряженности H. Рассматриваемый вклад в амплитуду упругого рассеяния лептона описывается диаграммами (рисунок).



Наличие в теории Вайнберга—Салама хиггсовского поля с ненулевым вакуумным средним и юкавской связи полей лептона и хиггсовского бозона приводит к тому, что диаграммы рисунка *б, в* дают вклад в конечную, зависящую от внешнего поля поправку к массе лептона.

В однопетлевом приближении выражение для вклада в массовый оператор лептона (см. рисунок) в унитарной калибровке имеет вид

$$M(x, x') = M^{(a)}(x, x') + M^{(б)}(x, x') + M^{(в)}(x, x'),$$

$$M^{(a)}(x, x') = i\frac{g^2m^2}{4M_W^2} S^c(x, x')\,\Pi_\Phi(x-x'),$$

$$M^{(б)}(x, x') = i\frac{g^2m^2}{4M_W^2}\,\Pi_\Phi(x-x')\,\mathrm{Sp}\,(S^c(x', x')), \tag{1}$$

$$M^{(в)}(x, x') = i\frac{g^2m}{2}\,\Pi_\Phi(x-x')\,\mathcal{D}^{\mu}_{\mu}(x', x'),$$

где $S^c(x, x')$ и $\Pi_\Phi(x-x')$ — соответственно причинные функции Грина лептона и хиггсовского бозона, $\mathcal{D}_{\mu\nu}(x, x')$ — причинная функция Грина W-бозона в унитарной калибровке, m и M_W — массы лептона и W-бозона соответственно, g — известная константа связи полей модели Вайнберга—Салама [1].

В представлении $E_p(x)$-матриц лептона [2] выражение для массового оператора (МО)

$$M(p, q) = \int d^4x \int d^4x' \{\bar{E}_p(x)\, M^{(a)}(x, x')\, E_q(x') + \bar{E}_p(x)\,(M^{(б)}(x, x') + M^{(в)}(x, x'))\, E_q(x)\}, \tag{2}$$

как и следовало ожидать, является диагональным по 4-импульсу лептона в магнитном поле.

При $H=0$ выражение для МО (2) содержит ультрафиолетовые расходимости. Регуляризованное значение МО положим равным

$$M_R(p,\ q)=M(p,\ q)-M(p,\ q)\,|_{H=0}+M_R{}^0(p,\ q), \tag{3}$$

где $M_R(p,\ q)$ и $M_R{}^0(p,\ q)$ — регуляризованные значения МО в поле и вакууме. Для вычисления $M_R{}^0(p,\ q)$ можно воспользоваться, например, процедурой регуляризации типа Паули—Вилларса. Это позволяет получить конечное выражение для $M_R{}^0(p,\ q)$, удовлетворяющее условиям

$$M_R^0(p,\ q)\,|_{\widehat{p}=m}=0,\quad \left.\frac{\partial M_R^0(p,\ q)}{\partial\widehat{p}}\right|_{\widehat{p}=m}=0. \tag{4}$$

Вклад в амплитуду упругого рассеяния лептона (см. рисунок) определяется в соответствии с выражением

$$T_{\xi\xi}(p,\ \gamma)=\int d^4q\bar{u}(p,\ \xi)\,M_R(p,\ q)\,u(q,\ \xi)\,|_{p^2=m^2}. \tag{5}$$

Здесь $u(p,\ \xi)$ — постоянный 4-спинор, параметр $\xi=\pm 1$ классифицирует состояния лептона по проекции спина на направление магнитного поля; $p^2=p_0{}^2-p_3{}^2-p_\perp{}^2$, $p_\perp{}^2=2n\gamma$, $\gamma=|eH|$. Отметим, что в основном состоянии $(n=0)$ $\xi=-1$. Выражение для амплитуды имеет вид

$$T_{\xi\xi}(p,\ \gamma)=T_{\xi\xi}^{(a)}(p,\ \gamma)+T^{(б)}(\gamma)+T^{(в)}(\gamma),$$

$$T_{\xi\xi}^{(a)}(p,\ \gamma)=-\frac{g^2m^2}{64\pi^2M_W^2}\frac{m^2}{p_0}\int\limits_0^\infty\int\limits_0^\infty\frac{ds\,d\tau}{\tau+s}\exp\Big\{-is(m^2-i\varepsilon)-i\tau(M_\Phi^2-i\delta)+$$

$$+i\frac{s\tau}{s+\tau}(m^2+p_\perp^2)\Big\}\Big\{e^{-2in\varphi}\frac{\gamma}{\rho\sin\alpha}\Big[\frac{s+2\tau}{s+\tau}\cos(\alpha-\varphi)+$$

$$+\frac{p_\perp^2}{m^2}\Big(\frac{\tau}{s+\tau}\cos(\alpha-\varphi)-\frac{\tau\gamma}{\rho\sin\alpha}\Big)-i\zeta\sqrt{1+\frac{p_\perp^2}{m^2}}\frac{s+2\tau}{s+\tau}\sin(\alpha-\varphi)\Big]-$$

$$-e^{-i\frac{s\tau}{s+\tau}p_\perp^2}\frac{s+2\tau}{s+\tau}\Big\}, \tag{6}$$

$$T^{(б)}(\gamma)=-i\frac{g^2m^2}{16\pi^2M_W^2M_\Phi^2}\frac{m^2}{p_0}\int\limits_0^\infty\frac{ds}{s}\Big(\gamma\operatorname{ctg}\alpha-\frac{1}{s}\Big)\exp\{-is(m^2-i\varepsilon)\}, \tag{7}$$

$$T^{(в)}(\gamma)=-i\frac{g^2m^2}{8\pi^2M_\Phi^2}\frac{m^2}{p_0}\int\limits_0^\infty\frac{ds}{s^2}\exp\{-is(M_W^2-i\varepsilon)\}\Big\{\frac{\alpha\cos^2\alpha}{\sin\alpha}-1-$$

$$-\frac{i}{4sM_W^2}\Big[\frac{\alpha}{\sin\alpha}\Big(1+\frac{\alpha}{\operatorname{tg}\alpha}\Big)-2\Big]\Big\}; \tag{8}$$

$\alpha=s\gamma$, $n=0,\ 1,\ 2\ \ldots$ нумерует энергетические уровни лептона в магнитном поле, M_Φ — масса хиггсовского бозона; $\rho=[(1+\tau\gamma\operatorname{ctg}\alpha)^2+\tau^2\gamma^2]^{1/2}$, $\varphi=\operatorname{arctg}[\tau\gamma/(1+\tau\gamma\operatorname{ctg}\alpha)]$.

Выражение для амплитуды позволяет получить поправку к массе Δm и аномальному магнитному моменту (АММ) $\Delta\mu$ лептона.

Отметим некоторые свойства $T^{(б)}(\gamma)$ и $T^{(в)}(\gamma)$. Во-первых, они не зависят от параметра ξ, поэтому диаграммы рисунка *б*, *в* не дают вклада в АММ. Во-вторых, вклады в амплитуду (7) и (8) не зависят от импульса лептона (если не считать тривиальной зависимости от релятивистского фактора m/p_0). Независимость $T^{(б)}(\gamma)$ и $T^{(в)}(\gamma)$ от импульса лептона следует из законов сохранения: лептон не может передать импульс виртуальной хиггсовской частице. Фактически $T^{(б)}(\gamma)$ и $T^{(в)}(\gamma)$ являются функциями только внешнего поля.

В некоторых предельных случаях интегралы в (6) могут быть вычислены приближенно, а в (7) и (8) — точно:

$$T^{(б)}(\gamma)=\frac{g^2m^4}{16\pi^2M_W^2M_\Phi^2}\frac{m^2}{p_0}\left\{1-\left(1-\frac{\gamma}{m^2}\right)\ln\left(\frac{m^2}{2\gamma}\right)+\right.$$

$$\left.+\frac{2\gamma}{m^2}\ln\left[\Gamma\left(\frac{m^2}{2\gamma}\right)\right]-\frac{\gamma}{m^2}\ln(2\pi)\right\}, \tag{9}$$

$$T^{(в)}(\gamma)=\frac{g^2M_W^2}{32\pi^2M_\Phi^2}\frac{m^2}{p_0}\left\{3\left(1-\ln\left(\frac{M_W^2}{2\gamma}\right)\right)+\frac{6\gamma}{M_W^2}\ln\left[\Gamma\left(\frac{M_W^2+\gamma}{2\gamma}\right)\right]-\right.$$

$$\left.-\frac{3\gamma}{M_W^2}\ln(2\pi)-\frac{1}{6}\left(\frac{\gamma}{M_W^2}\right)^2+\frac{2\gamma}{M_W^2}\left[\ln\left|\frac{M_W^2+\gamma}{M_W^2-\gamma}\right|-i\pi\theta\left(\frac{\gamma-M_W^2}{M_W^2}\right)\right]\right\}. \tag{10}$$

Появление мнимой части в (10) при $\gamma>M_W^2$ обусловлено присутствием нестабильной моды [3] в спектре энергии W-бозонов в магнитном поле.

В слабом магнитном поле с $H\ll H_e=m^2/e=4{,}41\cdot10^{13}$ Гс при условии, что $p_\perp\ll m$, получим

$$\Delta m^{(а)}=\frac{g^2m^2\mu^2}{192\pi^2M_W^2}m\left(\frac{\gamma}{m^2}\right)^2\left\{1+\mu^2\left(5\ln\mu^2+\frac{157}{12}\right)-\right.$$

$$\left.-\frac{62}{15}\left(\frac{\gamma}{m^2}\right)^2\left(1-\frac{85}{62}\mu^2\right)-2\mu^2\frac{p_\perp^2}{m^2}\left(\frac{17}{6}+\ln\mu^2\right)\right\},$$

$$\Delta m^{(б)}=\frac{g^2m^2\mu^2}{48\pi^2M_W^2}m\left(\frac{\gamma}{m^2}\right)^2\left[1-\frac{2}{15}\left(\frac{\gamma}{m^2}\right)^2\right],$$

$$\Delta m^{(в)}=\frac{5g^2m^2\mu^2}{48\pi^2M_W^2}m\left(\frac{\gamma}{m^2}\right)^2\left[1+\frac{77}{200}\left(\frac{\gamma}{M_W^2}\right)^2\right], \tag{11}$$

$$\frac{\Delta\mu}{\mu_0}=-\frac{g^2m^2\mu^2}{32\pi^2M_W^2}\left[\ln\mu^2+\frac{7}{6}+3\mu^2\left(\ln\mu^2+\frac{13}{12}\right)+\frac{2}{3}\mu^2\left(\frac{\gamma}{m^2}\right)^2\right],$$

где $\mu_0=e/2m$, $\mu=m/M_\Phi$. В формулах (11) проведено разложение по малому параметру $\mu\ll1$ (считается, что $M_\Phi\sim M_W\sim10^2$ ГэВ).

В случае достаточно сильных магнитных полей, если $p_\perp\ll M_\Phi$, найдем:

$$\Delta m^{(а)}=\frac{g^2m^2}{64\pi^2M_W^2}m\frac{\gamma}{M_\Phi^2}\left[-\ln\left(\frac{m^2}{2\gamma}\right)-\ln(2\pi)-\frac{m^2}{\gamma}\left(\ln\left(\frac{m^2}{2\gamma}\right)+C-1\right)+\right.$$

$$\left.+\frac{113}{36}\frac{\gamma}{M_\Phi^2}\right],\quad H_e\ll H\ll M_\Phi^2/e,$$

$$\Delta m^{(б)} = \frac{g^2 m^2}{16\pi^2 M_W^2} m \frac{\gamma}{M_\Phi^2} \left[\ln\left(\frac{2\gamma}{m^2}\right) - \ln(2\pi) - \frac{m^2}{\gamma}\left(\ln\left(\frac{m^2}{2\gamma}\right) + C - 1\right) + \right.$$

$$\left. + \frac{\pi^2}{24}\left(\frac{m^2}{\gamma}\right)^2 \right], \quad H \gg H_e, \quad C = 0{,}577\ldots$$

$$\Delta m^{(в)} = \frac{5 g^2 M_\Phi^2}{48\pi^2 M_W^2} m \left(\frac{\gamma}{M_\Phi^2}\right)^2 \left[1 + \frac{77}{200}\left(\frac{\gamma}{M_W^2}\right)^2 \right], \quad H_e \ll H \ll M_W^2/e, \tag{12}$$

$$\frac{\Delta\mu}{\mu_0} = -\frac{g^2 m^2 \mu^2}{32\pi^2 M_W^2} \frac{m}{p_0} \sqrt{1 + \frac{p_\perp^2}{m^2}} \left(\frac{7}{6} + O\left(\frac{\gamma}{M_\Phi^2}\right)\right).$$

Отметим, что в слабых магнитных полях $H \ll m^2/e$ вклад процессов *а*, *б*, *в* (см. рисунок) в поправку к массе и АММ лептона в магнитном поле много меньше квантовоэлектродинамического вклада и выступает, таким образом, как малая поправка благодаря множителю $m^4/(M_W^2 M_\Phi^2)$. Даже в достаточно сильных полях с напряженностью $H_e \ll H \ll M_\Phi^2/e$ вклад процессов *а*, *б* в Δm подавлен фактором $m^2/M_W^2 \sim 10^{-10}$. Основной вклад в Δm в этом пределе дает диаграмма *в*.

В поле с напряженностью $H \to M_W^2/e$ имеет место оценка

$$\frac{\Delta m^{(в)}}{\Delta m_{\text{КЭД}}} \sim \frac{\gamma}{M_\Phi^2} \frac{\ln|(M_W^2 + \gamma)/(M_W^2 - \gamma)|}{\ln^2(m^2/2\gamma)}, \tag{13}$$

которая справедлива в условиях применимости приближения теории возмущений. Поэтому в полях, близких к $H_0 = M_W^2/e$, в предположении $M_\Phi \sim M_W$ поправка к энергии лептона, обусловленная процессом *в* (см. рисунок), сравнима с соответствующим квантовоэлектродинамическим вкладом.

При $H = 0$ выражение для АММ из формул (11) переходит в результат, полученный в [4]. Отметим, что при увеличении поля H поправка к АММ лептона меняет знак.

В предельном случае $p_\perp \gg M_\Phi$ и $H \ll M_\Phi^2/e$ вклад диаграммы *а* много меньше вкладов диаграмм с векторными частицами в петлях [5] при любых значениях параметра $\chi = p_\perp \gamma / M_\Phi^3$, что согласуется с результатом работы [4].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Weinberg S.//Phys. Rev. Lett. 1967. 19, N 21. P. 1264—1266. [2] Ритус В. И.//Тр. ФИАН. Т. 111. М., 1979. С. 5—151. [3] Tsai Wu-yang//Phys. Rev. 1971. **D4**, N 12. P. 3643—3649; Nielsen N. K., Olesen P.//Nucl. Phys. **B144**, N 3. P. 376—396. [4] Тернов И. М., Родионов В. Н., Студеникин А. И.//Тез. докл. Второго Всесоюз. совещ. «Квантовая метрология и фундаментальные физические константы». Л., 1985. С. 165—166. [5] Тернов И. М., Халилов В. Р., Родионов В. Н. Взаимодействие заряженных частиц с сильным электромагнитным полем. М., 1982; Обухов И. А., Перес-Фернандес В. К., Халилов В. Р.//Ядерная физика. 1986. 45. С. 137—146.

Поступила в редакцию
22.09.86