

Таким образом, определяющим пространством РТГ является именно пространство Минковского, а не псевдориманово пространство. Поэтому многие решения псевдоримановой геометрии, используемые в ОТО, в РТГ не существуют либо имеют ограниченную область применения [1, 2, 4].

В частности, в РТГ мы сразу можем утверждать, что

а) нетривиальных пространственных топологий при гравитационном коллапсе не возникает;

б) моделей Вселенной с нетривиальной топологией (например, «закрытой», «эллиптической» и т. п.) нет.

Этот вывод с очевидностью справедлив вне зависимости от деталей гравитационного коллапса и от того, какое определение однородной и изотропной Вселенной мы выбрали в РТГ, более того, он справедлив и для моделей Вселенной, не обладающих какими-либо свойствами симметрий.

Автор благодарен А. А. Логунову и М. А. Мествиришвили за глубокое обсуждение рассматриваемых вопросов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Логунов А. А., Власов А. А. // ТМФ. 1984. 60, № 1. С. 3—8; Власов А. А., Логунов А. А., Мествиришвили М. А. // ТМФ. 1984. 61, № 3. С. 323—326; Логунов А. А., Мествиришвили М. А. // ТМФ. 1984. 61, № 3. С. 327—346; Logunov A. A., Mestvirishvili M. A. // Found. Phys. 1986. 16, N 1. P. 1—26; Логунов А. А., Мествиришвили М. А. Основы релятивистской теории гравитации. М., 1985. [2] Логунов А. А. // ТМФ. 1987. 70, № 1. С. 3—17; Власов А. А., Логунов А. А. Отличие гравитационного коллапса в РТГ от коллапса в ОТО. М., 1986. [3] Дубровин Б. А., Новиков С. П., Фоменко А. Т. Современная геометрия. М., 1979; Мищенко А. С., Фоменко А. Т. Дифференциальная геометрия и топология. М., 1980; Громол Д., Клингенберг В., Мейер В. Риманова геометрия в целом. М., 1971. [4] Власов А. А., Логунов А. А. // ТМФ. 1986. 69, № 3. С. 341—347.

Поступила в редакцию
10.03.87

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1988. Т. 29, № 2

УДК 538.941:538.971:539.184.2

ШТАРКОВСКИЙ СДВИГ СПЕКТРА ЭЛЕКТРОНОВ, ЛОКАЛИЗОВАННЫХ НАД ПОВЕРХНОСТЬЮ ЖИДКОГО ГЕЛИЯ

О. Ф. Дорофеев, Б. А. Лысов, О. С. Павлова

(кафедра теоретической физики)

В третьем порядке теории возмущений рассчитан штарковский сдвиг первых трех энергетических уровней электронов, локализованных над поверхностью жидкого гелия. Полученные формулы хорошо согласуются с экспериментальными результатами для ^4He и ^3He .

Электроны над поверхностью жидкого гелия образуют двумерную систему, представляющую большой интерес как по своим уникальным свойствам, так и в связи с возможностью исследовать с их помощью структурные особенности поверхности жидкого гелия.

Для выбора той или иной теоретической модели этого явления весьма важно знание точных значений часто резонансных переходов. Обычно экспериментально определяют резонансные частоты в присутствии прижимающего электростатического поля $E_{\perp}$ с последующей экстраполяцией к значению $E_{\perp}=0$.

В первом порядке теории возмущений штарковский сдвиг уровней локализованных электронов дается формулой [1] (в атомных единицах)

$$E_n^{(1)} = \frac{3}{2} \frac{n^2}{Z} E_{\perp}. \quad (1)$$

Здесь n — номер уровня, а Z связано с диэлектрической проницаемостью ϵ гелия соотношением

$$Z = \frac{\epsilon - 1}{4(\epsilon + 1)}.$$

В работе [2], где измерялись резонансные частоты F_{12} и F_{13} для жидкого ^3He , использовалась основанная на формуле (1) линейная экстраполяция к значению $E_{\perp} = 0$, хотя известно, что в случае ^4He экспериментальные результаты [3] расходятся с предсказаниями формулы (1) примерно на 10%.

В этой связи нами рассчитан штарковский сдвиг уровней локализованных электронов до третьего порядка по прижимающему полю включительно. Как известно [4], поправки во втором и третьем порядках теории возмущений могут быть определены по формулам

$$E_n^{(2)} = \int \Psi_n^{(1)*} \hat{V} \Psi_n^{(0)} dx \quad (2)$$

и

$$E_n^{(3)} = \int \Psi_n^{(1)*} \hat{V} \Psi_n^{(1)} dx - E_n^{(1)} \int \Psi_n^{(1)*} \Psi_n^{(1)} dx, \quad (3)$$

где $\Psi_n^{(0)}$ — невозмущенная волновая функция, $\Psi_n^{(1)}$ — поправка к волновой функции в первом порядке теории возмущений, а $\hat{V}$ — энергия возмущения. Кроме того, здесь предполагается, что $\Psi_n^{(1)}$ ортогональна невозмущенной волновой функции $\Psi_n^{(0)}$.

В рамках водородоподобной модели Коула, Коэна, Шикина [5, 6] функции $\Psi_n^{(0)}$ и $\Psi_n^{(1)}$ подчиняются соответственно уравнениям

$$\left(\frac{1}{2} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{Z}{x} - \frac{Z^2}{2n^2} \right) \Psi_n^{(0)} = 0, \quad (4)$$

$$\left(\frac{1}{2} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{Z}{x} - \frac{Z^2}{2n^2} \right) \Psi_n^{(1)} = (E_{\perp} x - E_n^{(1)}) \Psi_n^{(0)}. \quad (5)$$

Уравнение (4) идентично радиальному уравнению для s -состояний электрона в атоме водорода [7]. При этом решение уравнения (5) возможно найти в явном виде. Для значений $n=1, 2, 3$ получаем

$$\Psi_1^{(1)} = E_{\perp} Z^{-3/2} \exp(-Zx) (3x - Z^2 x^3), \quad (6)$$

$$\Psi_2^{(1)} = 2^{-1/2} E_{\perp} Z^{-3/2} \exp(-Zx/2) \cdot (24x - 12Zx^2 - 2Z^2 x^3 + Z^3 x^4/2), \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \Psi_3^{(1)} = & (2/\sqrt{27}) E_{\perp} Z^{-3/2} \exp(-Zx/3) \cdot (243x/2 - 81Zx^2 + 9Z^2 x^3/2 + \\ & + 5Z^3 x^4/3 - Z^4 x^5/9). \end{aligned} \quad (8)$$

Используя затем выражения (6)–(8), с помощью формул (2), (3) получаем поправки к первым трем уровням энергии локализованных электронов:

$$\Delta E_1 = \frac{Z^2 e^2}{2a_B} \left[3 \frac{E_{\perp}}{E_0} - 3 \left(\frac{E_{\perp}}{E_0} \right)^2 + 13,5 \left(\frac{E_{\perp}}{E_0} \right)^3 \right], \quad (9)$$

$$\Delta E_2 = -\frac{Z^2 e^2}{2a_B} \left[12 \frac{E_{\perp}}{E_0} - 132 \left(\frac{E_{\perp}}{E_0} \right)^2 + 6624 \left(\frac{E_{\perp}}{E_0} \right)^3 \right], \quad (10)$$

$$\Delta E_3 = -\frac{Z^2 e^2}{2a_B} \left[27 \frac{E_{\perp}}{E_0} - 1377 \left(\frac{E_{\perp}}{E_0} \right)^2 + 305086,5 \left(\frac{E_{\perp}}{E_0} \right)^3 \right]. \quad (11)$$

Здесь $E_0 = (Z^3 e/a_B^2)$ — напряженность поля изображения на расстоянии эффективного боровского радиуса от поверхности диэлектрика, a_B — боровский радиус, e — заряд электрона.

Расчитанные на основании формул (9)–(11) частоты резонансных переходов F_{12} и F_{13} для ^4He в интервале значений прижимающего поля $E_{\perp}$ от 6 до 20 В/см хорошо согласуются с экспериментальными данными работы [3]. Для использовавшегося в работе [2] ^3He с примесью 0,3% ^4He сравнение расчетных и экспериментальных результатов приводит к значениям резонансных частот $F_{12}(0) = 70,1$ ГГц и $F_{13}(0) = 83,1$ ГГц вместо $F_{12}(0) = 69,9$ ГГц и $F_{13}(0) = 83,3$ ГГц, найденных в работе [2] с помощью линейной экстраполяции экспериментальных результатов к значению $E_{\perp} = 0$.

В пересчете на чистый ^3He для частот резонансных переходов получаются значения $F_{12}(0) = 70,0$ ГГц и $F_{13}(0) = 82,85$ ГГц, тогда как в работе [2] указывались значения 69,8 и 83,15 ГГц.

В случае ^3He частоты переходов, так же как и для ^4He , оказываются несколько большими рассчитанных по простой водородоподобной модели. Для жидкого ^4He это различие очень хорошо объясняется моделью Граймса [3]. У этой модели имеется характерная особенность: отношение сдвигов частот для переходов $1 \rightarrow 2$ и $1 \rightarrow 3$ не зависит от конкретных параметров жидкости и составляет $F_{13}/F_{12} = 1,10$. По данным работы [2] в случае ^3He это отношение составляет $1,4 \pm 0,2$, поэтому в работе [2] были высказаны сомнения относительно применимости модели Граймса к жидкому ^3He . Если же воспользоваться найденными нами уточненными результатами для частот F_{12} и F_{13} , то указанное отношение составит 1,14, поэтому сомневаться в применимости модели Граймса и в случае ^3He , по нашему мнению, нет достаточных оснований.

Авторы благодарны И. М. Тернову за плодотворные обсуждения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Эдельман В. С.//УФН. 1980. 130, № 4. С. 675–705. [2] Володин А. П., Эдельман В. С.//Письма в ЖЭТФ. 1979. 30. С. 668–670. [3] Grimes C. C., Brown T. B., Burns M. L., Zipfel C. L.//Phys. Rev. 1976. B13. P. 140–147. [4] Schiff L. I. Quantum mechanics. McGraw-Hill, 3-d ed. N. Y., 1968. P. 296. [5] Cole M. W., Cohen M. H.//Phys. Rev. Lett. 1969. 23. P. 1238–1241. [6] Шикин В. В.//ЖЭТФ. 1970. 58. С. 1748–1756. [7] Флюгге З. Задачи по квантовой механике. М., 1974. Т. 1.

Поступила в редакцию
04.05.87