

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Молчанов С. А., Рузмайкин А. А., Соколов Д. Д. Препринт ИИМ № 44. М., 1983. [2] Казанцев А. П. // ЖЭТФ. 1967. 53. С. 1806. [3] Ruzmaikin A. A., Sokoloff D. D., Kleegorin N. I. // Plasma Astroph. 1986. ESA SP 251. P. 557. [4] Новиков В. Г., Рузмайкин А. А., Соколов Д. Д. Препринт ИИМ № 138. М., 1982.

Поступила в редакцию
19.12.86

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1988. Т. 29, № 3

УДК 530.145.1

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ НУЛЕВЫХ ФЕРМИОННЫХ МОД С ВЕЩЕСТВОМ

К. А. Свешников

(кафедра квантовой теории и физики высоких энергий)

Рассматривается влияние нулевых фермионных мод и связанного с ними явления фракционализации (дробности) фермионного заряда в поле топологического солитона на динамику системы.

Если динамика существенно нелинейной квантовой системы приводит к появлению топологически нетривиального классического поля, то такая составляющая может существенно изменить не только свойства основного состояния, но и всю картину процессов взаимодействий в системе. Реально существующим физическим явлением с подобными свойствами может оказаться появление дробного заряда у системы фермионов в поле топологического солитона [1], что имеет экспериментальное подтверждение в физике конденсированного состояния [2]. Не вдаваясь в конкретные детали, необходимые для анализа экспериментальной ситуации, мы рассмотрим квантово-полевую модель Джекива—Ребби [1], содержащую все характерные черты «фракционализации» и связанных с ней явлений. Конкретно мы рассмотрим, как меняются процессы взаимодействия в системе при наличии таких зарядов и к каким наблюдаемым эффектам это может приводить.

Модель [1] есть двумерная система взаимодействующих по Юкаве нелинейного бозонного и фермионного полей, описываемая лагранжианом

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} (\partial_\mu \varphi)^2 - U(\varphi) + \bar{\psi} (i\hat{\partial} - g\varphi)\psi, \quad U(\varphi) = V(\lambda\varphi)/\lambda^2, \quad (1)$$

λ — параметр разложения, $g = \lambda G$, $G \sim O(\lambda^0)$, ненулевые перестановочные соотношения — $[\varphi(x, t), \partial_t \varphi(x', t)]_- = i\delta(x-x')$, $[\psi(x, t), \psi^\dagger(x', t)]_+ = \delta(x-x')$, и уравнениями движения

$$\square \varphi + U'(\varphi) + g\bar{\psi}\psi = 0, \quad (2a)$$

$$(i\hat{\partial} - g\varphi)\psi = 0. \quad (2b)$$

В классическом $O(\lambda^{-1})$ приближении в уравнении (2a) можно пренебречь слагаемым $g\bar{\psi}\psi$ и при соответствующем самодействии $V(\varphi)$ у бозонного поля появляется классическая составляющая в виде топологического кинка или солитона

$$\varphi_{\text{сол}}(x, t) = (1/\lambda) u((x-ut)/\sqrt{1-v^2}). \quad (3)$$

С минимальной потерей общности будем считать, что

$$u(y) = -u(-y), \quad u(\pm\infty) = \pm a, \quad Ga > 0. \quad (4)$$

Уравнение (26) для первого квантового $O(\lambda^0)$ приближения становится двумерным уравнением Дирака во внешнем s -числовом потенциале и в системе центра масс имеет вид

$$i\partial_t\psi = (-i\alpha\partial_x + Gu(x)\beta)\psi. \quad (5)$$

Используемая далее явная реализация матриц Дирака есть $\alpha = \sigma_2$, $\beta = \sigma_1$. При этом зарядовое сопряжение фермионного поля осуществляется матрицей σ_3 : $\psi \rightarrow \psi_C = C\psi^T = C\gamma^0\psi^* = \sigma_3\psi^*$. Специфика модели состоит в том, что в силу топологически нетривиальных граничных условий (4), налагаемых на потенциал, уравнение (5) имеет изолированное нормируемое зарядовосимметричное решение с нулевой частотой (нулевого модуля)

$$\psi_0(x) = \begin{pmatrix} f(x) \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3\psi_0 = \psi_0, \quad (6)$$

$$f(x) = \text{const} \cdot \exp\left[-G \int_0^x dy u(y)\right] \xrightarrow{x \rightarrow \pm\infty} \text{const} \cdot \exp(-Ga|x|).$$

(Если $Ga < 0$, то такая мода имеет ненулевую нижнюю компоненту $\sim \exp\left[+G \int_0^x dy u(y)\right]$ и является зарядовоантисимметричной.)

В пренебрежении эффектами взаимодействия порядка $O(\lambda)$ и выше в системе центра масс гейзенберговы поля представляются в виде

$$\begin{aligned} \varphi(x, t) &= \frac{1}{\lambda} u(x) + \sum_{\omega_f > 0} (2\omega_f)^{-1/2} (e^{-i\omega_f t} \rho_f(x) a_f + \text{к. с.}), \\ \psi(x, t) &= Z\psi_0(x) + \sum_{\nu_l > 0} (e^{-i\nu_l t} \psi_l^{(+)}(x) b_l + e^{i\nu_l t} \psi_l^{(-)}(x) d_l^+), \end{aligned} \quad (7)$$

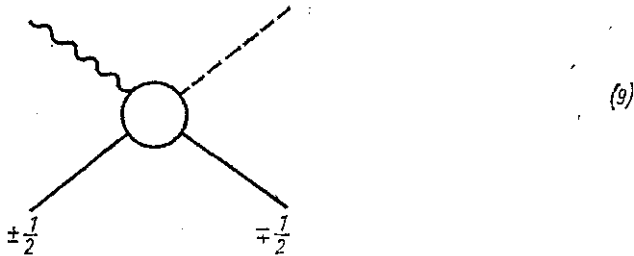
где $[a_f, a_f^\dagger]_- = \delta_{ff'}$, $[b_l, b_l^\dagger]_+ = [d_l, d_l^\dagger]_+ = \delta_{ll'}$, $[Z, Z^\dagger]_+ = 1$. Энергия и заряд системы в этом приближении

$$\begin{aligned} H &= M_{\text{сол}} + \sum_f \omega_f a_f^\dagger a_f + \sum_l \nu_l (b_l^\dagger b_l + d_l^\dagger d_l), \\ Q &= (Z^\dagger Z - ZZ^\dagger)/2 + \sum_l (b_l^\dagger b_l - d_l^\dagger d_l). \end{aligned} \quad (8)$$

Из (8) непосредственно следует, что основное состояние в солитонном секторе двукратно вырождено по энергии и имеет полужелый фермионный заряд $\pm 1/2$ («фракционализация»). При этом а) плотность полужелого заряда солитона $\sim f^2(x)$, т. е. он локализован в области $\sim (Ga)^{-1}$ в окрестности центра масс солитона; б) числа $\pm 1/2$ — собственные значения этого локализованного заряда [3].

Тот факт, что существуют два основных солитонных состояния с одинаковой энергией и зарядом $\pm 1/2$, приводит к появлению весьма интересных процессов взаимодействия солитона с фермионами и бозонами. Это взаимодействие описывается теми слагаемыми порядка λ в

выше в гамильтониане системы, которые содержат операторы нулевых мод Z и Z^+ . Поскольку Z и Z^+ — операторы, перепутывающие солитонные состояния с зарядами разных знаков, то возникает специфическое взаимодействие с переносом фермионного числа ± 1 от солитона к квантам полей и наоборот, не имеющее аналога в вакуумном секторе. В то время как эффект фракционализации есть эффект нулевого порядка по λ , в первом порядке возникают процессы следующего вида:



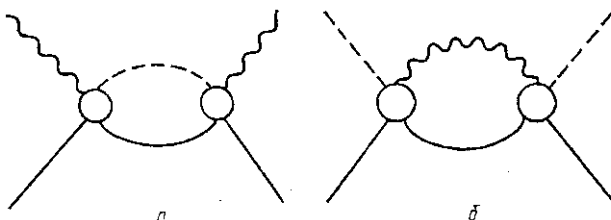
где волнистая линия соответствует бозону, сплошная — солитону, пунктир — фермиону. В гамильтониане взаимодействия этим диаграммам соответствует слагаемое

$$H_1 = \sum_{lf} [Z^+ (b_l (A(l, f) a_f + A(l, f^*) a_f^+) - d_f^+ (A(l^*, f) a_f + A(l^*, f^*) a_f^+)) + \text{к. с.}], \quad (10)$$

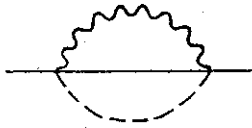
$$A(l, f) = \frac{G}{\sqrt{2\omega_f}} \int \rho_f \bar{\Psi}_0 \Psi_l^{(+)} \quad (l \rightarrow l^*, f \rightarrow f^* \Leftrightarrow \bar{\Psi}_0 \Psi_l \rightarrow \bar{\Psi}_l \Psi_0, \rho_f \rightarrow \rho_f^*). \quad (11)$$

Процессы (9) — это типичный пример «солитонного катализа» [4]. Роль классического объекта (3) в них состоит как в том, что он несет на себе полуцелый заряд, что в конечном счете связано с его протяженностью, так и в том, что он переносит энергию-импульс, т. е. обладает свойствами частицы. Именно за счет последнего обстоятельства в диаграммах (9) фермионы и бозоны при любых массах могут находиться на массовых оболочках без противоречия с кинематикой.

В следующем порядке λ^2 диаграммы (9) приводят к процессам с излучением виртуальных квантов при рассеянии бозонов и фермионов на солитоне



ни к вакуумной петле



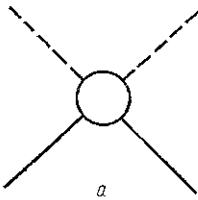
(12)

8

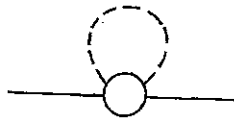
Кроме того, в этом порядке начинает проявляться специфическое взаимодействие квантованных компонент полей, обусловленное квантовыми флуктуациями положения центра масс солитона [5]. Это взаимодействие (точнее, та часть, в которой участвуют операторы Z, Z^+) описывается оператором

$$H_2 = \frac{1}{2} [Z^+, Z]_- \cdot \sum [g_l^* g_{l'} (d_l^+ d_{l'} - b_l^+ b_{l'}) + g_l g_{l'} b_l d_{l'} + g_l^* g_{l'}^* d_l^+ b_{l'}^+], \quad (13)$$

где $g_l = G(8M_c)^{-1/2} v_l \int \bar{\Psi}_0 \Psi_l^{(+)}$, и приводит к новым процессам рассеяния фермионов или рождения — аннигиляции фермионной пары на солитоне без обмена промежуточным бозоном (14а) и, соответственно, к флуктуациям вакуума за счет фермионной петли (14б).



a



б

(14)

Процессы (9) — (14) приводят прежде всего к нетривиальному однопетлевому вкладу в плотность фермионного заряда солитонного сектора $\rho(x) = \frac{1}{2} [\Psi^+(x), \Psi(x)]_-$. Поляризация вакуума за счет виртуальных процессов имеет классический пример в квантовой электродинамике. Здесь, однако, в промежуточных состояниях оказываются разные объекты, а не пара частица — античастица, в результате чего виртуальные процессы могут приводить к качественным изменениям в характере распределения фермионного числа. Так, для затравочного состояния $a_f^+ | + 1/2 \rangle$ результирующее изменение в плотности есть диагональный элемент матрицы

$$\begin{aligned} \Delta \rho_{ff'}(x) = & -\psi_0^+ \psi_0(x) \sum_l A(l, f^*) A(l^*, f') (\omega_f - v_l - i0)^{-1} (\omega_{f'} - v_l + i0)^{-1} + \\ & + \sum_l A(l, f^*) (\omega_f - v_l - i0)^{-1} \psi_l^{(+)}(x) \sum_{l'} A(l', f') (\omega_{f'} - v_l + i0)^{-1} \psi_{l'}^{(+)}(x) - \\ & - 4\psi_0^+ \psi_0(x) \left[\delta_{ff'} \sum_{ls} |A(l, s)|^2 (\omega_f + v_l)^{-2} (1 + \delta_{fs})^{-2} + \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (1 + \delta_{ff'})^{-2} \sum_l A(l, f') A(l^*, f^*) (\omega_{f'} + \nu_l)^{-1} (\omega_f + \nu_l)^{-1} \Big] + \\
& + 4 \sum_{l'l'} \left[\delta_{l'l'} \sum_s (1 + \delta_{fs})^{-2} A(l, s) A(l', s^*) (\omega_s + \nu_l)^{-1} (\omega_s + \nu_{l'})^{-1} + \right. \\
& \left. + (1 + \delta_{ff'})^{-2} A(l, f') A(l', f^*) (\omega_{f'} + \nu_l)^{-1} (\omega_f + \nu_{l'})^{-1} \right] \psi_l^{(+)}(x) \psi_{l'}^{(+)}(x). \quad (15)
\end{aligned}$$

Выражение (15) есть сумма вкладов от прямой и перекрестной диаграмм (12а) и петли (12в). Члены с $\psi_0^+ \psi_0(x)$ соответствуют промежуточному солитонному состоянию с зарядом $-1/2$, члены с $\psi_l^{(+)}(x) \times \psi_{l'}^{(+)}(x)$ — фермионному с зарядом $+1$. Легко видеть, что в соответствии с законом сохранения заряда для каждого из процессов в (15) по отдельности вклад в полный заряд равен нулю. Однако плотность фермионов может измениться существенным образом. Основную роль в этом играют полюсные члены в процессе (12а), которые соответствуют излучению и поглощению реального фермиона. Их вклад в диагональный матричный элемент $\Delta_{ff}(x)$ в пересчете на одну частицу на отрезке длиной L есть

$$\begin{aligned}
\Delta_{ff}(x) = & -2\pi^2 \psi_0^+ \psi_0(x) \omega_f |f|^{-1} \sum_l \delta(\omega_f - \nu_l) |A(l^*, f)|^2 + \\
& + 2\pi^3 L^{-1} \left| \sum_l \delta(\omega_f - \nu_l) A(l, f^*) \psi_l^{(+)}(x) \right|^2. \quad (16)
\end{aligned}$$

То обстоятельство, что энергетические δ -функции в (16) соответствуют прямому переходу фермион—бозон, обусловлено тем, что в рассматриваемой модели (1) масса солитона есть $O(\lambda^{-2})$, поэтому изменение кинетической энергии солитона при обмене импульсами с частицами в процессе (12а) есть величина $O(\lambda^2)$ и из однопетлевого приближения выпадает. Она, однако, может играть решающую роль, если условие $\omega_f = \nu_l$ физически неприемлемо. Если условие $\omega_f = \nu_l$ выполняется и промежуточный фермион попадает в непрерывный спектр, то второе слагаемое в (16) дает нелокальный вклад в плотность заряда за счет осциллирующей асимптотики $\psi_l^{(+)}(x)$ при $|x| \rightarrow \infty$ в непрерывном спектре. Первое слагаемое в (16) и все остальные слагаемые в (15) будут на пространственной бесконечности убывать, поскольку матричные элементы (11) за счет асимптотики $\psi_0(x)$ (8) будут гладкими функциями импульсов f и l без особенностей на действительной оси. Таким образом, за счет индуцированных солитонном фермион-бозонных переходов в затравочном бозонном состоянии $a_f^+ | +1/2 \rangle$ возникает пространственная модуляция плотности фермионного заряда. При этом на достаточно больших расстояниях от солитона будет проявляться только наличие промежуточного фермиона с зарядом $+1$.

Для затравочного фермионного состояния $b_l^+ | -1/2 \rangle$ аналогичное рассмотрение приводит к следующему результату в полюсном приближении:

$$\Delta_{ll}(x) = 2\pi^2 \psi_0^+ \psi_0(x) \nu_l |l|^{-1} \sum_l \delta(\omega_f - \nu_l) |A(l^*, f)|^2 -$$

$$\begin{aligned}
& -2\pi^2 L^{-1} \sum_s \delta(\nu_l - \nu_s) \left[\psi_l^{(+)} \psi_s^{(+)}(x) \sum_f \delta(\nu_l - \omega_f) A(s^*, f) A(l, f^*) + \text{к. с.} \right] - \\
& -2\pi^2 L^{-1} \text{Im} \left[\sum_s \delta(\nu_l - \nu_s) \psi_l^{(+)} \psi_s^{(+)}(x) g_s^* g_l \right]. \quad (17)
\end{aligned}$$

В этом случае плотность меняется за счет промежуточных нейтрального бозонного и солитонного с зарядом $+1/2$ состояний в процессе (12б) и прямого перехода фермион—фермион (14а). Как для диаграммы (12б), так и для (14а) по отдельности интеграл по dx от (17) равен нулю. Плотность же фермионного числа меняется во всем пространстве, причем с интерференцией между различными фермионными состояниями.

Таким образом, для модуляции плотности фермионного числа в модели (1) основной вклад дают прямые процессы (12а, б) с реальными промежуточными частицами. Если рассматривать только их и опустить двукратное вырождение по импульсу в непрерывном спектре, то мы приходим к модельному гамильтониану в виде суммы парциальных гамильтонианов вида

$$h_{\text{мод}} = \omega a^+ a + \nu b^+ b + \lambda Z^+ b a^+ + \lambda^* b^+ a Z. \quad (18)$$

В этом случае задача решается точно (n — число заполнения бозонного состояния):

$$\varepsilon_n^\pm = \omega n + (\omega + \nu)/2 \pm [(\omega - \nu)^2/4 + |\lambda|^2 (n+1)]^{1/2}, \quad (19)$$

$$|\Psi_n^\pm\rangle = \varphi_n^\pm |n + 1/2, 0\rangle + \chi_n^\pm |n - 1/2, 1\rangle, \quad |1\rangle = b^+ |0\rangle, \quad |0\rangle = b |1\rangle,$$

$$\chi_n = c_n |n\rangle, \quad \varphi_n = -\lambda c_n [\omega(n+1) - \varepsilon_n]^{-1} \sqrt{n+1} |n+1\rangle,$$

$$|c_n| = [1 + |\lambda|^2 (n+1)/(\omega(n+1) - \varepsilon_n)^2]^{-1/2}.$$

При $n \rightarrow \infty$ система (18) становится явно суперсимметричной:

$$\begin{aligned}
\varepsilon_n^\pm & \rightarrow \omega n \pm |\lambda| \sqrt{n}, \quad |\Psi_n^\pm\rangle \rightarrow \left[\pm \frac{\lambda}{|\lambda|} \left| n+1, +\frac{1}{2}, 0 \right\rangle + \right. \\
& \left. + \left| n, -\frac{1}{2}, 1 \right\rangle \right] / \sqrt{2}.
\end{aligned}$$

В этом пределе, задав при $t=0$ исходное состояние в виде бозонного $\Phi_n(0) = |n+1, +1/2, 0\rangle$, мы будем наблюдать переходы в фермионное состояние $|n, -1/2, 1\rangle$ с вероятностью $\sin^2(|\lambda| \sqrt{n} t)$. Частота переходов определяется произведением $|\lambda| \cdot \sqrt{n}$ и для сколь угодно малой константы связи λ может заметно отличаться от нуля за счет числа заполнения бозонного состояния. Среднее значение числа фермионов в этом состоянии ведет себя со временем как $q(t) = \langle \Phi_n(t) | b^+ b | \Phi_n(t) \rangle = \sin^2(|\lambda| \sqrt{n} t)$ с дисперсией $\mathcal{D}(q) = \sin^2(|\lambda| \sqrt{n} t) \cos^2(|\lambda| \sqrt{n} t)$.

То, что в модели (1) нулевые моды ферми-поля обуславливают динамическую суперсимметрию, отмечалось в работах [6] на основе прямого построения супералгебры и при рассмотрении классических грасмановых составляющих фермионного поля. Наше рассмотрение показывает, что появление суперсимметричных мультиплетов есть прямое следствие наличия специфических процессов в динамике взаимодействия нулевых мод с веществом. Точная суперсимметрия возможна

только как предел фермион-бозонных осцилляций. Но модуляция плотности распределения фермионного числа за счет этих осцилляций, как следует из (16) и (17), может приводить к наблюдаемым эффектам. Анализ соответствующей экспериментальной ситуации будет рассмотрен отдельно.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Jackiw R., Rebbi C.//Phys. Rev. 1976. D13. P. 3398; Niemi A. J., Semenoff G. W.//Phys. Reports. 1986. C135, N 2. P. 99. [2] Бразовский С. А.//Письма в ЖЭТФ. 1978. 28. С. 656; ЖЭТФ. 1980. 78. С. 677; Su W. P., Schrieffer J. R., Heeger A. J.//Phys. Rev. Lett. 1979, 42. P. 1698; Phys. Rev. 1980. B22. P. 2099; Jackiw R., Schrieffer J. R.//Nucl. Phys. 1981. B190 [FS3]. P. 253. [3] Jackiw R., Kerman A. K., Klebanov I., Semenoff G.//Nucl. Phys. 1983. B225 [FS9]. P. 233. [4] Свешников К. А.//ТМФ. 1983. 55, N 3. С. 361. [5] Свешников К. А.//ТМФ. 1988. 74, N 3. С. 373. [6] Semenoff G., Matsumoto H., Umezawa H.//Phys. Lett. 1982. 113B, N 3. P. 371; Phys. Rev. 1982. D25. P. 1054; Midorikawa S.//Phys. Lett. 1984, 138B, N 1. P. 111.

Поступила в редакцию
23.12.86

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1988. Т. 29, № 3

УДК 537.87

ТРАНСФОРМАЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ В НАЧИНАЮЩЕЙ ДВИГАТЬСЯ ИЛИ ОСТАНАВЛИВАЮЩЕЙСЯ СРЕДЕ

В. А. Давыдов

(кафедра квантовой теории и физики высоких энергий)

Рассмотрена трансформация электромагнитной волны в движущейся среде, скорость которой быстро меняется во времени. Для случаев стартующей и останавливающейся сред получены выражения для угла поворота плоскости поляризации и плотности энергии трансформированных волн.

Распространению электромагнитных волн в движущихся средах посвящено огромное число работ (см. [1] и цитированную там литературу). В подавляющем большинстве в них рассматриваются распространение волн в равномерно движущихся однородных средах, трансформация волн на различного вида разрывах скорости и (в относительно небольшом числе) волновые процессы в средах, скорость которых является некоторой заданной функцией координат.

При этом практически неисследованными остаются вопросы, связанные с распространением волн в неравномерно движущихся средах, скорость которых зависит от времени. Вместе с тем неравномерность движения среды приводит к существенному изменению частотных, энергетических и поляризационных характеристик электромагнитных волн в этой среде, причем такое изменение имеет место уже в простейшем случае быстрого старта или остановки однородной среды без дисперсии. Трансформация волн в этом случае и исследуется ниже.

Рассмотрим вначале случай стартующей среды. Пусть в первоначально покоящейся среде с диэлектрической проницаемостью ϵ (магнитную проницаемость μ положим равной единице) распространяется электромагнитная волна вида $\mathbf{B}_0 \exp(i(kr - \omega t))$, где \mathbf{B}_0 — амплитуда магнитной индукции. Пусть теперь в момент времени $t=0$ среда, благодаря внешнему воздействию, начала двигаться со скоростью \mathbf{V} . Направим ось z системы координат вдоль \mathbf{V} . При старте среды произой-