превосходит число электронов: при  $E_0/E = 10^4$  и  $10^3$  — в 5 раз, при  $E_0/E = 10^2$  — в 2 раза.

Уменьшение о, т. е. увеличение длины свободного пробега фотонов приводит к тому, что каскадная кривая становится более широкой, а ее максимум смещается в сторону больших t. Учет рассеяния соответствует увеличению сечения поглощения электронов и оказывает на каскадные кривые обратное действие. В целом можно сказать, что каскадные кривые менее чувствительны к учету рассеяния, нежели к деталям описания сечений других элементарных взаимодействий (переход приближения Б к В). В рассматриваемом интервале энергий и глубин учет рассеяния вносит поправку, не превышающую 60%, а в максимуме каскадной кривой поправка не превышает 20%. В этом отличие настоящих результатов от расчетных данных, полученных в работе [5], где различие каскадных кривых с учетом и без учета рассеяния достигает трехкратного. Это, по-видимому, связано с тем, что учет рассеяния в [5] проводился в рамках приближения Ландау, которое сильно завышает этот эффект для малых энергий.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Иваненко И. П., Сизов В. В.//Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1988. 29, № 2. С. 21. [2] Беленький С. З., Иваненко И. П.//УФН. 1959. 69. С. 591; Иваненко И. П., Самосудов Б. Е.//Ядерная физика. 1967. 5. С. 622. [3] Беленький С. З. Лавинные процессы в космических лучах. М., 1948. [4] Беляев А. А. и др. Электронно-фотонные каскады в космических лучах при сверхвысоких энергиях. М., 1980. [5] Иваненко И. П., Самосудов Б. Е.//Изв. АН СССР, сер. физ. 1966. 30. С. 1651.

Поступила в редакцию 26.11.86

### ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1988. Т. 29, № 3

# УДК 537.56

ОЦЕНКИ СЕЧЕНИЙ ИОНИЗАЦИИ АТОМОВ ВОДОРОДА И ГЕЛИЯ АТОМНЫМИ ЯДРАМИ

#### В. А. Сидорович

#### (НИИЯФ)

В рамках метода параметра удара и приближения независимых электронов получены аппроксимационные формулы для сечений ионизации водорода и одно- и двукратной ионизации гелия быстрыми атомными ядрами.

§ 1. Введение. В настоящее время наиболее употребляемыми в расчетах сечений неупругих переходов в ионно-атомных столкновениях является борновское приближение и метод параметра удара. Последний особенно часто применяется при исследовании различных много-электронных переходов. Однако борновское приближение несправедливо, когда Z/v≥1 (Z — заряд налетающего иона, v — его скорость). В таких случаях приходится пользоваться более сложными приближениями, например такими, как метод сильной связи каналов [1, 2] или приближение внезапных возмущений [3]. При использовании метода параметра удара в задачах столкновення атомов с многозарядными нонами борновские вероятности неупругих переходов могут оказаться больше максимально возможного значения, равного единице. Для устранения этого дефекта применяют различные способы нормировки вероятностей неупругих переходов (см., напр., [4-8]). Точные

численные расчеты сечений ионизации атомов и захвата электронов многозарядными ионами в любом из перечисленных выше приближений достаточно трудоемки и требуют больших затрат машинного времени.

Простые формулы для оценки сечений ионизации атомов водорода быстрыми многозарядными ионами были получены в работах [9, 10]:

$$\sigma^{i} = 7, 2 \frac{Z^{2}}{v^{2}} \ln \left( \frac{1, 43v^{2}}{Z} \right)$$

$$\tag{1}$$

И

 $\sigma^{i} = 8\pi \frac{Z^{2}}{v^{2}} \cdot 0,3 \ln (2v).$ <sup>(2)</sup>

Формула (1) получена при рассмотрении процесса ионизации в пределе  $v \gg Z^{1/2}$  и поэтому применима лишь при высоких скоростях ионов. Что касается формулы (2), то она также имеет ограниченную область применимости, так как не согласуется с известным законом подобия для сечений ионизации [11]

$$\sigma^{i} = Zf(\varepsilon/Z), \tag{3}$$

справедливым при высоких скоростях ионов. Здесь Z и є — заряд и кинетическая энергия налетающего иона; f — универсальная функция параметра  $\varepsilon/Z$ . Закон подобия вида (3) имеет место и для сечений однократной и двукратной ионизации гелия многозарядными ионами [12].

В работах [6, 8, 13-15] в рамках метода параметра удара и приближения независимых электронов развит подход для описания сечений ионизации и захвата нескольких электронов в столкновениях атомов с атомными ядрами. Для вероятностей перехода одного электрона предложен вариант распадной модели с борновскими вероятностями ионизации и захвата [6, 8]. В настоящей работе указанный подход используется при выводе аппроксимационных выражений для сечений ионизации атомов водорода и сечений однократной и двукратной ионизации атомов гелия быстрыми атомными ядрами. Предлагаемые формулы позволяют описывать сечения ионизации в широкой области энергий ядер, включающей область максимума величины сечения. Результаты, полученные по аппроксимационным формулам, сравниваются с результатами точных расчетов, выполненных в методе параметра удара, с экспериментальными данными и с расчетами других авторов.

В настоящей работе, за исключением особо оговоренных случаев, используются атомные единицы.

§ 2. Формулы для сечений ионизации и результаты численных расчетов. В приближении независимых электронов сечения однократной и двукратной ионизации гелия определяются выражениями [13, 15]

$$\sigma^{i1} (\text{He}) = 4\pi \int W_1(b) (1 - W_2(b)) b db,$$

$$\sigma^{i2} (\text{He}) = 2\pi \int W_1(b) W_2(b) b db,$$
(5)

где  $W_i(b)$  — вероятность перехода одного электрона атома гелия в 30 континуум; b — параметр удара. Для сечений ионизации водородаимеем

$$\sigma^{i}(\mathbf{H}) = 2\pi \int W(b) \, b db. \tag{6}$$

В настоящей работе в качестве W(b) мы будем использовать выражение, полученное в рамках распадной модели [6]:

$$W(b) = 1 - \exp\left(-w_{\mathrm{E}}(b)\right), \tag{7}$$

где  $w_{\rm E}(b)$  — борновские вероятности ионизации. Согласно [16], для  $w_{\rm E}$  в случае 1*s*-ионизации имеем

$$w_{\rm B}(b)| = \frac{Z^2}{v^2} \sum_{\mu} \int d^3 \varkappa \left| \int \frac{d^2 q_{\perp}}{\pi q^2} M_{i\kappa}(\mathbf{q}) J_{\mu}(bq_{\perp}) e^{-i\mu\psi} \right|^2, \tag{8}$$

где  $\varkappa$  — импульс электрона в состоянии непрерывного спектра; Z — заряд налетающего ядра;  $\mathbf{q}$  — переданный импульс,  $\mathbf{q}_{\perp}$  и  $\mathbf{q}_{\parallel} = (Z^{*2} + \varkappa^2)/2\upsilon$  — его ортогональная и параллельная компоненты относительно вектора скорости v;  $\psi$  — азимутальный угол вектора  $\mathbf{q}_{\perp}$ ;  $J_{\mu}$  — функция Бесселя порядка  $\mu$ ;  $M_{i\varkappa}$  [q] — борновский матричный элемент ионизационного перехода.

Для получения аналитической аппроксимации сечений (4) - (6)мы воспользуемся приближенным выражением для вероятности (7). При малых переданных импульсах борновское приближение переходит в дипольное [17]. Поэтому для определения W(b) при больших параметрах удара b (область малых переданных импульсов) можновоспользоваться дипольными вероятностями ионизации  $w_d(b)$ . Заменяя в борновском матричном элементе ионизационного перехода  $M_{i_{\mathcal{R}}}(\mathbf{q})$  экспоненту  $\exp(-i\mathbf{qr})$  на  $1-i\mathbf{qr}$ , из (8) для  $w_d(b)$  получим

$$w_{d}(b) = \frac{2^{g}Z^{2}Z^{*6}}{3v^{4}} \int \frac{\kappa d\kappa}{(Z^{*2} + \kappa^{2})^{3}} \times \frac{\exp\left(-4Z^{*}/\kappa \cdot \arctan \kappa/Z^{*}\right)}{1 - \exp\left(-2\pi Z^{*}/\kappa\right)} \left\{ K_{0}^{2}\left(b\frac{Z^{*2} + \kappa^{2}}{2v}\right) + K_{1}^{2}\left(b\frac{Z^{*2} + \kappa^{2}}{2v}\right) \right\}, \quad (9).$$

где  $Z^*$  — эффективный заряд ядра атома мишени;  $K_0(x)$  и  $K_1(x)$  — модифицированные функции Бесселя мнимого аргумента. (Выражение (9) можно также получить из результатов работы [18].) В пределе больших значений b выражение (9) имеет следующую асимптотику:

$$w_a(b) = \frac{4.91Z^2}{Z^{*2}b^2v^2} e^{-bZ^{*2}/v}.$$
(10)

Ранее аналогичная формула была получена в работе [9], однако при определении численного множителя там была допущена ошибка. Используя (10), мы в качестве аппроксимации вероятности (7) можем записать следующее выражение:

$$w_{an}(b) = \begin{cases} W(0) \text{ при } b \leq b_0, \\ w_a(b) \text{ при } b > b_0. \end{cases}$$
(11)

Значение  $b_0$  определяется из уравнения

 $w_a(b_0) = W(0), \tag{12}$ 

31

где W(0) — значение вероятности (7) при нулевом параметре удара. Для многозарядных ионов с энергией от ста до нескольких тысяч кэВ/нуклон параметр  $b_0$  принимает значение, равное ~1,5 а.е. и более, и аппроксимация (11) является удовлетворительным приближением для вероятности (7).

Для аналитической аппроксимации сечений  $\sigma^{i1}$  (He),  $\sigma^{i2}$  (He) и  $\sigma^{i}$  (H) из (4) – (6) и (10) – (11) получим

$$\sigma_{a\pi}^{i1}(\text{He}) = \pi \left\{ 80\varepsilon \left[ x_{1}^{2}W_{1}(0) - x_{2}^{2}W_{1}(0) W_{3}(0) \right] + \frac{0.491Z^{2}}{Z_{1}^{*2}\varepsilon} E_{1}(x_{1}Z_{1}^{*2}) - \frac{0.491Z^{2}}{Z_{2}^{*2}\varepsilon} W_{1}(0) \left[ E_{1}(x_{2}Z_{2}^{*2}) - E_{1}(x_{1}Z_{2}^{*2}) \right] - \frac{0.001507}{Z_{1}^{*2}Z_{2}^{*2}z_{1}^{*2}\varepsilon^{3}} E_{3}(x_{1}(Z_{1}^{*2} + Z_{2}^{*2})) \right\},$$
(13)  
$$\sigma_{a\pi}^{i2}(\text{He}) = \pi \left\{ 40x_{2}^{2}\varepsilon W_{1}(0) W_{2}(0) + \frac{0.2455Z^{2}}{Z_{2}^{*2}\varepsilon} W_{1}(0) \times \left[ E_{1}(x_{2}Z_{2}^{*2}) - E_{1}(x_{1}Z_{2}^{*2}) \right] + \frac{0.0007534Z^{4}}{Z_{1}^{*2}Z_{2}^{*2}z_{1}^{*2}\varepsilon^{3}} E_{3}(x_{1}(Z_{1}^{*2} + Z_{2}^{*2})) \right\},$$
(14)

$$\sigma_{a\pi}^{i}(\mathbf{H}) = \pi \left\{ 40x^{2} \varepsilon W(0) + \frac{0.2455Z^{2}}{\varepsilon} E_{1}(x) \right\}.$$
 (15)

Здесь є — энергия атомного ядра в МэВ/нуклон; x=b/v;  $E_1$  и  $E_3$  — интегральные показательные функции. Параметр x определяется из уравнения

$$x = \frac{0,0554Z}{Z^{*} \varepsilon \, V \, \overline{W(0)}} \, e^{-xZ^{**}/2}.$$
 (16)

В случае ионизации гелия мы имеем два эффективных заряда  $Z_1^*$  и  $Z_2^*$ , которые в настоящих расчетах будем определять из энергии связи. В соответствии с этим параметр x имеет два значения  $x_1$  и  $x_2$ . В формулах (13) и (14) обозначение эффективных зарядов выбрано таким образом, что первому потенциалу ионизации отвечает заряд  $Z_1^*$ , а второму —  $Z_2^*$ . Значения  $w_{\rm E}(0)$ , необходимые для определения W(0), можно найти из таблиц [19] или из рис. 1, на котором представлена универсальная, не зависящая от зарядов Z и Z\* функция  $U(0) = (Z^*/Z)^2 w_{\rm E}(0)$  в зависимости от скорости быстрых ядер  $s=v/Z^*$ .

При больших значениях зарядов быстрых ядер Z в широком интервале энергий столкновения вероятность W(0) близка к единице и слабо меняется с изменением Z. Тогда, как это следует из (16), параметр x можно считать функцией отношения  $\varepsilon/Z$ , и сечения ионизации водорода и однократной и двукратной ионизации гелия, определяемые формулами (13)—(15), должны удовлетворять закону подобия (3).

С целью апробации аппроксимационных формул для сечений ионизации водорода и гелия по формулам (13)—(15) и в рамках распадной модели (4)—(6), (7)—(8) рассчитаны сечения ионизации атомов и молекул водорода ядрами  $C^{+6}$  и сечения однократной и двукратной ионизации гелия ядрами  $O^{+8}$  в интервале энергий ядер є от

32



Рис. 1. Зависимость приведенной вероятности ионизации  $U(0) = (Z^*/Z)^2 \omega_{\rm E}(0)$  при нулевом параметре удара от скорости быстрых ядер s

100 до 5000 кэВ/нуклон для 100 до 2500водорода и от PeкэВ/нуклон для гелия. зультаты расчетов сечений ионизации и соответствующие данные экспериментальные представлены на рис. 2 и 3. Сечения ионизации для молекул водорода рассчитывались

по тем же формулам, что и для атомов, но с введением эффективного заряда, определяемого из вертикальной энергии связи [17].

Точные численные расчеты сечений ионизации атомов и молекул водорода ядрами C<sup>+6</sup> в рамках распадной модели приводят практически к совпадению с экспериментом (кривые 2 на рис. 2), а в случае однократной и двукратной ионизации гелия ядрами O<sup>+8</sup> расчетные сечения ионизации



Рис. 2. Зависимость сечения ионизации о<sup>г</sup> атомов и молекул водорода ядрами С+6 от энергии ядер в (в случае молекулярного водорода сечения даны на один атом молекулы): расчеты по формулам (15) -- 1 и (6), (7), (8) — 2 для атома (верхняя кривая) и молекулы (нижняя); расчеты для атома водорода в приближениях внезапных возмущений [20] — 3: сильной связи трех состояний [2] — 4; по формулам (1) 5 и (2) — 6. Экспериментал — 6. Экспериментальные из [21, 22]. Точка при точки энергия 400 кэВ/нуклон относится к атомарному водороду, остальные к молекулярному



Рис. 3. Зависимость сечений однократной  $\sigma^{i1}$ (в верхней части рисунка) и двукратной  $\sigma^{i2}$ (в нижней) ионизации атомов гелия ядрами O<sup>+8</sup> от энергии ядер е. Теоретические расчеты по формулам (13), (14) — *I*; (4), (5), (7), (8) — *2*; по формуле Бора [12] — *3*; в приближении сильной связи трех состояний [23] — *4*. Экспериментальные точки — из  $\Gamma^{12}$ ]

отличаются от экспериментальных не более чем на  $\pm 25-30\%$  (кривые 2 на рис. 3). Сечения ионизации, полученные по формулам (13) – (15), во всех рассмотренных случаях лежат выше экспериментальных (кривые 1 на рис. 2, 3). В случаях ионизации атомов и молекул водорода и однократной ионизации гелия аппроксимационные формулы (13) и (15) приводят к сечениям, отличающимся от экспериментальных не более чем на 25-30%. В случае же двукратной ионизации атомов гелия аппроксимационные формулы (13) и (15) приводят к сечениям, отличающимся от экспериментальных не более чем на 25-30%. В случае же двукратной ионизации атомов гелия аппроксимационная формула (14) качественно правильно описывает поведение сечения ионизации в зависимости от энергии ядер O+<sup>8</sup>, однако здесь отношение расчетных данных к экспериментальным может достигать 2,5.

В случае однократной ионизации атомов быстрыми многозарядными ионами основной вклад в сечения ионизации вносят столкновения, происходящие при больших параметрах удара [9]. При таких параметрах удара электроны частицы мишени слабо чувствительны к структуре иона и воспринимают его как бесструктурную частицу с зарядом, равным разности заряда его ядра и электронов. Поэтому аппроксимационные формулы (13) и (15) могут использоваться для определения величины сечения однократной ионизации атомов водорода и гелия и молекул водорода структурными многозарядными ионами. Настоящие аппроксимационные формулы вполне MOLAL заменитьсложные численные расчеты сечений однократной ионизации в столкновениях атомов и молекул водорода и атомов гелия с многозарядными ионами и позволяют провести оценки величины сечения двойной ионизации атомов гелия атомными ядрами.

# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Балашов В. В. Квантовая теория столкновений. М., 1985. [2] Јапеv R. К., Presnyakov L. P.//J. Phys. В. 1980. 13. Р. 4233. [3] Дыхне А. М., Юдин Г. Л.// //УФН. 1978. 125. С. 377. [4] Вайнштейн Л. А./Тр. ФИАН. М., 1970. Т. 51. С. 3. [5] Ryufuku H., Watanabe T.//Phys. Rev. 1978. A18. Р. 2005. [6] Sidorovich V. A., Nikolaev V. S./J. Phys. B. 1983. 16. Р. 3243. [7] Ryufuku H.// //Phys. Rev. 1982. A25. Р. 720. [8] Sidorovich V. A., Nikolaev V. S., McGuire J. H.//Phys. Rev. 1985. A31. Р. 2193. [9] Думан Е. Л., Меньшиков Л. И., Смирнов Б. М.//ЖЭТФ. 1979. 76. С. 516. [10] Матвеев В. И.//ЖЭТФ. 1985. 89. С. 2021. [11] Olson R. E. et al.//Phys. Rev. Lett. 1978. 41. Р. 163. [12] Кпиdsen H. et al.//J. Phys. B. 1984. 17. Р. 3545. [13] МсGuire J. H., Weaver O. L.// //Phys. Rev. 1977. A16. Р. 41. [14] МсGuire J. H.//Phys. Rev. Lett. 1982. 49. Р. 1153. [15] Sidorovich V. A.//J. Phys. B. 1980. 14. Р. 4805. [16] Sidorovich V..A., Nikolaev V. S., Beloshitsky V. V., Goloviznin V. V.//J. Phys. B. 1980. 13. Р. L583. [17] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. М., 1963. Гл. 11, 18. [18] Крайнов В. П., Юдин Г. Л.//ДАН СССР. 1979. 249. С. 589. [19] Напsteen J. М., Johnsen O. М., Косвасh L.//Atom. Data Nucl. Data Tables. 1975. 15. Р. 305. [20] Юдин Г. Л.//ДАН СССР. 1975. 282. С. 874. [21] Schlachter A. S. et al.//Phys. Rev. 1981. A24. Р. 1110. [22] Shah M. B., Gilbody H. B.// //J. Phys. B. 1983. 16. Р. L449. [23] Janev R. K.//Phys. Lett. 1981. A83. Р. 5.

Поступила в редакциюь 19.12.86