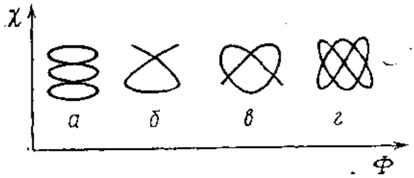
различные картины в плоскости (Φ, χ); некоторые из них, при значении $\nu^2=0{,}3$; 1; 5; 10 изображены на рисунке: отношение частот равно 1:3 (*а*), 2:3 (*б*), 3:4 (*в*) и 3:2 при разности фаз 90° (*г*). Анализ этих результатов может привести к выводу, что в исследуемой системе при различных значениях параметра связи ν^2 доминируют (при заданных начальных условиях) различные гармоники для полей Хиггса и Янга—Миллса.

Заметим, что точное аналитическое выражение решения системы (3), (4) для полей Φ и χ в работе [4] было получено при отношении частот, равном единице. Если $\nu^2 \to 0$, то кратность отношения частот колебаний поля Φ и χ возрастает. В предельном случае $\nu^2=0$, как указано в работе [5], система перестает быть интегрируемой (для (3), (4) этот результат получается при $\nu^2=10^{-2}$ и $\mathscr{E}\sim 10^{-2}$). При изменении параметра ν^2 в области (10^{-2}; ∞)система (3), (4) является близкой к интегрируемой. Более того, по-видимому, в различных областях значений параметра связи ν^2 можно искать соответствующие решения нелинейной системы, которые в основном определяют ее поведение. Если переписать область изменения параметра связи следующим образом: $2{,}5\cdot 10^{-3} \leqslant \lambda/g^2 \leqslant 2{,}5$, то отсюда, зная параметр g^2, характеризующий сильное взаимодействие, можно оценить массу хиггсовских бозонов, при которой в системе отсутствует стохастичность и соответственно получить оценки характерной частоты колебаний цветового поля.



Наряду с приведенными результатами сформулируем еще один, имеющий большое значение для использования классических полей Янга—Миллса при описании различных моделей: классические решения уравнений движения поля Янга—Миллса в присутствии хиггсовских полей не обнаруживают явления стохастичности в довольно большом диапазоне изменения констант связи λ и g^2.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Матинян С. Г., Саввиди Г. К., Тер-Арутюнян-Саввиди Н. Г.//ЖЭТФ. 1981. **80**, № 3. С. 830. [2] Матинян С. Г.//ЭЧАЯ. 1985. **16**, № 3. С. 522. [3] Матинян С. Г., Саввиди Г. К., Тер-Арутюнян-Саввиди Н. Г.//Письма в ЖЭТФ. 1981. **34**, № 1. С. 613. [4] Вшивцев А. С., Татаринцев А. В.//Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1987. **28**, № 1. С. 82. [5] Вирченко Ю. П., Мазманишвили А. С.//Укр. физ. журн. 1986. **31**, № 2. С. 168.

Поступила в редакцию
31.03.87

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1988. Т. 29, № 3

УДК 537.8:530.145

СТРУНЫ И АНТИСИММЕТРИЧНЫЕ ТЕНЗОРНЫЕ ПОЛЯ

С. Н. Солодухин

(кафедра теоретической физики)

Предложена новая суперструнная модель с использованием антисимметричных тензорных полей. Показано, что критическая размерность модели оказывается произвольной: D=4N, N=1, 2, ...

Теория струн является сейчас одним из наиболее перспективных подходов к построению единой теории взаимодействий, включая квантовую гравитацию. В существующих моделях, однако, имеется ряд трудностей, связанных, в частности, с появлением высоких значений критических размерностей. Поэтому актуальна задача построения новых, более совершенных суперструнных моделей.

Здесь предлагается для этих целей использовать формализм неоднородных дифференциальных форм или антисимметричных тензорных полей. При этом фермионный сектор струнной модели будем описывать уравнением, впервые предложенным Д. Д. Иваненко и Л. Д. Ландау [1].

Пусть Φ — неоднородная дифференциальная форма на двумерном дифференцируемом многообразии R^2,

$$\Phi = \sum_{k=0}^{2} \frac{1}{k!} \varphi_{\mu_1 \ldots \mu_k} dx^{\mu_1} \wedge \ldots \wedge dx^{\mu_k}.$$

Тогда уравнение для фермионов в терминах антисимметричных тензорных полей имеет вид

$$(d-\delta-m)\Phi = 0,$$

где d и δ — соответственно внешний дифференциал и ко-дифференциал:

$$d\Phi = \sum_{k=0}^{2} \frac{1}{k!} \nabla_{\mu_1}\varphi_{\mu_2 \ldots \mu_{k+1}} dx^{\mu_1} \wedge \ldots \wedge dx^{\mu_{k+1}},$$

$$\delta\Phi = -\sum_{k=0}^{2} \frac{1}{(k-1)!} \nabla^{\alpha}\varphi_{\alpha\mu_1 \ldots \mu_{k-1}} dx^{\mu_1} \wedge \ldots \wedge dx^{\mu_{k-1}}.$$

Отметим, что эти операторы обладают важными свойствами:

$$d^2 = \delta^2 = 0; \qquad -(d\delta + \delta d) = \Delta,$$

где Δ — оператор Бельтрами—Лапласа, а также

$$\int * d\Phi \wedge \omega = \int * \Phi \wedge \delta\omega, \tag{1}$$

где $*$ — оператор Ходжа.

Что касается бозонного сектора модели, то, как легко заметить, действие

$$S = \frac{1}{2} \int_{R^2} d^2 z \sqrt{g}\, g^{\mu\nu} \partial_\mu X^i \partial_\nu X^i, \tag{2}$$

которое обычно используется при ковариантном квантовании струны [2], можно представить в виде

$$S = \frac{1}{2} \int_{R^2} * (d-\delta)\Phi^i \wedge (d-\delta)\Phi^i, \tag{3}$$

где $\Phi^i = X^i$, $i = 1, \ldots, D$ — 0-формы.

Естественным обобщением (3) является замена 0-форм на полные неоднородные дифференциальные формы.

Таким образом, определяя на R^2 бозонные и фермионные вещественные внешние формы:

$$\omega^i = \sum_{k=0}^{2} \frac{1}{k!} \omega^i_{a_1 \ldots a_k} e_{a_1} \wedge \ldots \wedge e_{a_k},$$

$$\Psi^i = \sum_{k=0}^{2} \frac{1}{k!} \Psi^i_{a_1, \ldots a_k} e_{a_1} \wedge \ldots \wedge e_{a_k}, \quad i = 1, \ldots, N,$$

где e_a, $a = 1, 2$ — ортонормированный базис векторов на R^2, мы приходим к следующему выражению для действия:

$$S = \int \frac{1}{2} * (d-\delta)\omega^i \wedge (d-\delta)\omega^i + \frac{1}{2} * (d-\delta)\Psi^i \wedge \Psi^i, \tag{4}$$

где компоненты Ψ считаем антикоммутирующими (далее индексы будем опускать).

Используя свойство антикоммутативности, (1) и тождество

$$\int *(\Phi \vee \Psi) \wedge \omega = \int * \Psi \wedge (\widetilde{\Phi} \vee \omega),$$

где $\widetilde{\Phi} = \varphi + \varphi_a e_a - \frac{1}{2} \varphi_{ab} e^a \wedge e^b$; произведение Клиффорда: $e_a \vee e_b = e_a \wedge e_b + \delta_{ab}$, можно показать, что действие (4) инвариантно относительно глобальных преобразований суперсимметрии:

$$\Delta_\alpha \omega = \alpha \vee \Psi; \quad \Delta_\alpha \Psi = \alpha \vee (d - \delta)\, \omega, \tag{5}$$

где $\alpha = \alpha_0 + \alpha_{12} e_1 e_2$ — четная форма, антикоммутирующая с Ψ. Локализуя симметрию (5), т. е. полагая $\alpha = \alpha(z)$, введем оператор $D\omega = (d - \delta)\omega + \chi \vee \Psi$, где χ — 1-форма с законом преобразования $\Delta_\alpha \chi = -(d - \delta)\alpha$. При этом χ считаем антикоммутирующей, т. е.

$$\chi \vee \chi = 0; \quad \chi \vee \alpha = -\alpha \vee \chi.$$

Тогда приходим к действию

$$S = \int \frac{1}{2} * D\omega^i \wedge D\omega^i + \frac{1}{2} * (d - \delta)\, \Psi^i \wedge \Psi^i, \tag{6}$$

которое инвариантно относительно преобразований локальной суперсимметрии:

$$\Delta_\alpha \omega^i = \alpha \vee \Psi^i,$$

$$\Delta_\alpha \Psi^i = \alpha \vee (d - \delta)\, \omega^i,$$

$$\Delta_\alpha \chi = -(d - \delta)\, \alpha,$$

$$\Delta_\alpha \begin{pmatrix} 1 \\ e_a \\ e_1 e_2 \end{pmatrix} = -\chi \vee \alpha \vee \begin{pmatrix} 1 \\ e_a \\ e_1 e_2 \end{pmatrix}.$$

В теории струн размерность физического пространства-времени определяется из условия непротиворечивости квантовой теории струны. В подходе функционального интегрирования это означает сокращение конформных аномалий [2]. Для известных струнных моделей критическая размерность получается равной $D = 26$ (бозонная струна) и $D = 10$ (суперструна).

Представляет интерес определение критической размерности в предложенной здесь модели. Для этого используем метод функционального интегрирования.

Статсумма для действия (6) имеет вид

$$Z = \int [D\chi]\, [De_a]\, [D\omega^i]\, [D\Psi^i] \exp(-S).$$

Мера интегрирования по χ находится из выражения для полной деформации

$$\delta\chi = -(d - \delta)\, \alpha, \tag{7}$$

где $\alpha = \alpha_0 + \alpha_{12} e_1 e_2$. Метрику на функциональном пространстве полей определим так:

$$\| \delta\chi \|^2 = \int * \delta\chi \wedge \delta\chi. \tag{8}$$

Подставляя (7) в (8), находим

$$\| \delta\chi \|^2 = \int * \alpha_0 \wedge \Delta_0 \alpha_0 + \int * \alpha_2 \wedge \Delta_2 \alpha_2, \tag{9}$$

где $\Delta_k = -(d - \delta)_k^2$ — оператор Бальтрами—Лапласа, действующий на пространстве k-форм; $\alpha_2 = \alpha_{12} e_1 e_2$. Поскольку α_0 и α_{12} — антикоммутирующие величины, то получаем следующую меру:

$$[D\chi] = [D\alpha_0]\, [D\alpha_{12}]\, (\det \Delta_0)^{-1/2} (\det \Delta_2)^{-1/2}.$$

Аналогично определяется мера $[De_a]$ [3]. Поскольку $e_a = h_a{}^\mu dx_\mu$, dx^μ — координатный базис, $h_a{}^\mu$ — поле тетрад, то $[De_a] = [Dh_a{}^\mu]$. Так как $h_a{}^\mu$ имеет четыре независимые компоненты, то

$$\delta h_a^\mu = \delta\sigma h_a^\mu + \delta\varphi \varepsilon_a^b h_b^\mu + h_a^\nu \nabla^\mu \xi_\nu,$$

где $\delta\sigma$ и $\delta\varphi$ задают соответственно инфинитезимальные конформные и лоренцевы преобразования, а ξ^μ — векторное поле, генерирующее координатное преобразование. В [3] было получено следующее выражение для меры:

$$[Dh_a^\mu] = [D\varphi]\,[D\sigma]\,[D\xi^\mu]\,(\det \Delta_1)^{1/2}.$$

Поскольку (6) инвариантно относительно координатных преобразований, интегрирование по ξ^μ даст объем калибровочной группы:

$$V_{\mathrm{dif}} = \int [D\xi^\mu].$$

Теперь, фиксируя калибровку $\chi = 0$ и интегрируя по ω и Ψ, получаем

$$Z = \int [D\alpha_0]\,[D\alpha_{12}]\,[D\sigma]\,[D\varphi]\,(\det \Delta_0)^{-1/2}\,(\det \Delta_2)^{-1/2}\,[\det \Delta_1]^{1/2} \times$$

$$\times\, [\det (d - \delta)^2]^{-N/2}\,[\det (d - \delta)]^N. \qquad (10)$$

Поскольку $\det \Delta_1 = \det \Delta_0 \cdot \det \Delta_2$, то все детерминанты в (10) сокращаются (т. е. аномалии отсутствуют) для произвольного натурального N. Следовательно, критическая размерность оказывается равной $D = 4N$, $N = 1, 2, \ldots$. В частности, полагая $N = 1$, получаем $D = 4$, что совпадает с размерностью реального пространства-времени.

Автор благодарен Ю. Н. Обухову за помощь в получении результатов и проф. Д. Д. Иваненко за постоянное внимание к работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Ivanenko D., Landau L.//Zeitschr. für Phys. 1928. **48**, N 8. P. 340; Kähler E.//Rend. Math. 1962. **21**. P. 425. [2] Polyakov A. M.//Phys. Lett. 1981. **103B**. P. 207; 211. [3] Nazarovsky E. A., Obukhov Yu. N. Preprint IFT/5/87, Inst. of Theor. Phys. Warsaw, 1987.

Поступила в редакцию
10.06.87

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1988. Т. 29, № 3

УДК 539.12.01

ТЕМПЕРАТУРНЫЙ СДВИГ ЭНЕРГИИ МАССИВНОГО НЕЙТРИНО В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В. Ч. Жуковский, А. В. Курилин, П. Г. Мидодашвили, П. А. Эминов

(кафедра теоретической физики)

Изучен радиационный сдвиг энергии массивного дираковского нейтрино в магнитном поле при конечной температуре. Найдены температурные поправки к массе и магнитному моменту нейтрино в различных предельных случаях значений температуры, напряженности магнитного поля и энергий нейтрино.

Эффекты конечной температуры находят широкое применение в различных космологических моделях и теориях Великого объединения [1—3]. Настоящая работа посвящена изучению радиационного сдвига энергии массивного дираковского нейтрино во внешнем магнитном поле при ненулевой температуре.

Мы будем рассматривать распространение массивного электронного нейтрино в идеальном газе фотонов, электронов, позитронов и W-бозонов, находящихся в состоянии теплового равновесия с химическим потенциалом, равным нулю, во внешнем магнитном поле $\mathbf{H} \| oz$.

Как известно [4], вклад заряженных скаляров в радиационный сдвиг энергии нейтрино мал по сравнению с вкладом W-бозона. Поэтому мы будем учитывать лишь