

Аналогично определяется мера $[De_a]$ [3]. Поскольку $e_a = h_a^\mu dx_\mu$, dx^μ — координатный базис, h_a^μ — поле тетрад, то $[De_a] = [Dh_a^\mu]$. Так как h_a^μ имеет четыре независимые компоненты, то

$$\delta h_a^\mu = \delta \sigma h_a^\mu + \delta \varphi e_a^\mu h_b^\mu + h_a^\nu \nabla^\mu \xi_\nu,$$

где $\delta \sigma$ и $\delta \varphi$ задают соответственно инфинитезимальные конформные и лоренцевы преобразования, а ξ^μ — векторное поле, генерирующее координатное преобразование. В [3] было получено следующее выражение для меры:

$$[Dh_a^\mu] = [D\varphi] [D\sigma] [D\xi^\mu] (\det \Delta_1)^{1/2}.$$

Поскольку (6) инвариантно относительно координатных преобразований, интегрирование по ξ^μ даст объем калибровочной группы:

$$V_{\text{гит}} = \int [D\xi^\mu].$$

Теперь, фиксируя калибровку $\chi=0$ и интегрируя по ω и Ψ , получаем

$$Z = \int [D\alpha_0] [D\alpha_{12}] [D\sigma] [D\varphi] (\det \Delta_0)^{-1/2} (\det \Delta_2)^{-1/2} [\det \Delta_1]^{1/2} \times \\ \times [\det (d - \delta)]^{2N} [\det (d - \delta)]^N. \quad (10)$$

Поскольку $\det \Delta_1 = \det \Delta_0 \cdot \det \Delta_2$, то все детерминанты в (10) сокращаются (т. е. аномалии отсутствуют) для произвольного натурального N . Следовательно, критическая размерность оказывается равной $D=4N$, $N=1, 2, \dots$. В частности, полагая $N=1$, получаем $D=4$, что совпадает с размерностью реального пространства-времени.

Автор благодарен Ю. Н. Обухову за помощь в получении результатов и проф. Д. Д. Иваненко за постоянное внимание к работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Ivanenko D., Landau L. // Zeitschr. für Phys. 1928. 48, N 8. P. 340; Kähler E. // Rend. Math. 1962. 21. P. 425. [2] Polyakov A. M. // Phys. Lett. 1981. 103B. P. 207; 211. [3] Nazarovskiy E. A., Obukhov Yu. N. Preprint IFT/5/87, Inst. of Theor. Phys. Warsaw, 1987.

Поступила в редакцию
10.06.87

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1988. Т. 29, № 3

УДК 539.12.01

ТЕМПЕРАТУРНЫЙ СДВИГ ЭНЕРГИИ МАССИВНОГО НЕЙТРИНО В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В. Ч. Жуковский, А. В. Курилин, П. Г. Мидодашвили, П. А. Эминов

(кафедра теоретической физики)

Изучен радиационный сдвиг энергии массивного дираковского нейтрино в магнитном поле при конечной температуре. Найдены температурные поправки к массе и магнитному моменту нейтрино в различных предельных случаях значений температуры, напряженности магнитного поля и энергий нейтрино.

Эффекты конечной температуры находят широкое применение в различных космологических моделях и теориях Великого объединения [1—3]. Настоящая работа посвящена изучению радиационного сдвига энергии массивного дираковского нейтрино во внешнем магнитном поле при ненулевой температуре.

Мы будем рассматривать распространение массивного электронного нейтрино в идеальном газе фотонов, электронов, позитронов и W -бозонов, находящихся в состоянии теплового равновесия с химическим потенциалом, равным нулю, во внешнем магнитном поле $H \parallel oz$.

Как известно [4], вклад заряженных скаляров в радиационный сдвиг энергии нейтрино мал по сравнению с вкладом W -бозона. Поэтому мы будем учитывать лишь

W -бозонный вклад в радиационный сдвиг энергии нейтрино, который можно представить в виде

$$\Delta E_\nu(H, T) = -\frac{ig^2}{2} \int d^4x d^4x' \bar{\nu}_L(x) \gamma^\mu G_\beta(x, x') \gamma^\nu \nu_L(x') D_{\mu\nu}^\beta(x, x'). \quad (1)$$

Электронный пропагатор при конечной температуре в представлении реального времени определяется формулой [5]

$$G_\beta(x, x') = G_0(x, x') + i \sum_s \frac{\varepsilon \Psi_n^{(e)}(x) \bar{\Psi}_n^{(e)}(x')}{1 + \exp(E_n/T)} \exp[i\varepsilon E_n(t' - t)], \quad (2)$$

где $\Psi_n^{(e)}(x)$ — решения уравнения Дирака в магнитном поле [6], T — температура, а $G_0(x, x')$ — пропагатор электрона при нулевой температуре.

В дальнейшем мы ограничимся случаем относительно малых по сравнению с массой W -бозона температур, когда

$$T \ll M. \quad (3)$$

В формуле (1) при выполнении условия (3) $D_{\mu\nu}^\beta$ — пропагатор W -бозонного поля при нулевой температуре во внешнем магнитном поле; его явный вид приведен в работе [4].

Не ограничивая общности, рассмотрим случай, когда нейтрино движется вдоль оси ox . Тогда волновая функция нейтрино представима в виде

$$\nu(x) = L^{-3/2} \exp[-iE_\nu t + q_1 x_1] b_\lambda. \quad (4)$$

где в зависимости от ориентации спина нейтрино $\lambda = \pm 1$ величина b_λ имеет вид

$$b_{+1} = \begin{pmatrix} A \\ 0 \\ 0 \\ B \end{pmatrix}, \quad b_{-1} = \begin{pmatrix} 0 \\ A \\ B \\ 0 \end{pmatrix}, \quad A = \frac{q_1}{\sqrt{2E_\nu(E_\nu - m_\nu)}}, \quad B = \sqrt{\frac{E_\nu - m_\nu}{2E_\nu}}, \quad (5)$$

$E_\nu = \sqrt{m_\nu^2 + q_1^2}$ — энергия нейтрино.

Радиационный сдвиг энергии нейтрино при нулевой температуре был рассмотрен в работе [4], поэтому в дальнейшем ограничимся чисто температурной частью выражения (1).

После соответствующих преобразований выражение для температурного сдвига энергии нейтрино можно представить в виде

$$\Delta E_\nu(H, T) = \Delta E_\nu^m + \Delta E_\nu^\mu,$$

где

$$\begin{aligned} \Delta E_\nu^m = & \frac{ig^2 \sqrt{eH}}{16\pi^2} \sum_{n, \varepsilon} \int_0^\infty dy \int_{-\infty}^{+\infty} dx \frac{\varepsilon \exp[iy(m_\nu^2 + m^2 + q_1^2 - 2\varepsilon E_\nu E_n)/(eH)]}{1 + \exp(E_n/T)} \times \\ & \times \exp\left\{\frac{-iyM^2 - i \sin y e^{-iy} q_1^2}{eH}\right\} \left\{i2\varepsilon \frac{q_1^2 \sin y}{E_\nu E_n} L_{n-1}^1(z) - \right. \\ & \left. - \frac{1}{2} [e^{iy} L_n^0(z) + e^{-iy} L_{n-1}^0(z)]\right\} \end{aligned} \quad (6)$$

— часть сдвига энергии, которая не зависит от ориентации спина нейтрино, а

$$\Delta E_{\nu}^{\mu} = \frac{-i\lambda g^2 V eH}{32\pi^2} \frac{m_{\nu}}{E_{\nu}} \sum_{n,\varepsilon} \int_0^{\infty} dy \int_{-\infty}^{+\infty} dx \frac{\varepsilon \exp[iy(m_{\nu}^2 + m^2 + q_1^2 - 2\varepsilon E_{\nu} E_n)/(eH)]}{1 + \exp(E_n/T)} \times$$

$$\times \exp\left[\frac{-iyM^2 - i \sin y e^{-iy} q_1^2}{eH}\right] [e^{iy} L_n^0(z) - e^{-iy} L_{n-1}^0(z)] \quad (7)$$

— часть, явно зависящая от ориентации спина, т. е. от $\lambda = \pm 1$. В этих формулах L_n^m — функция Лагерра [7] от аргумента $z = 2q_1^2 \sin^2 y / (eH)$, $\varepsilon = \pm 1$ — знаковый параметр, $E_n = (m^2 + 2eHn + p_3^2)^{1/2}$ — энергия электрона в магнитном поле [6].

Приведем результаты вычислений температурного сдвига энергии нейтрино для различных предельных значений температуры и энергии нейтрино в случае слабых магнитных полей, когда $H \ll H_0 = m^2/e \approx 4.4 \cdot 10^{13}$ Гс.

При температурах, малых по сравнению с массой электрона ($T \ll m$), для температурной поправки к массе нейтрино получаем следующие предельные выражения: в случае относительно слабых магнитных полей, когда $eH/T^2 \ll 1$,

$$\text{Re } \Delta E_{\nu}^m = \begin{cases} \frac{g^2 m^2}{4(2\pi)^{3/2} E_{\nu}} \left(\frac{T}{m}\right)^{3/2} \left[1 + \frac{1}{4} \frac{eH}{mT} \frac{eH}{m^2}\right] e^{-m/T}, & E_{\nu} \gg \frac{M^2}{m}; \\ \frac{-g^2 E_{\nu}}{(2\pi)^{3/2}} \left(\frac{m}{M}\right)^4 \left(\frac{T}{m}\right)^{3/2} \left[1 + \frac{1}{12} \frac{eH}{T^2} \frac{eH}{m^2}\right] e^{-m/T}, & \\ E_{\nu} \ll \frac{M^2}{m}; \end{cases} \quad (8)$$

а в относительно сильных магнитных полях, когда $eH/T^2 \gg 1$,

$$\text{Re } \Delta E_{\nu}^m = \begin{cases} \frac{g^2 m}{8(2\pi)^{3/2}} \frac{eH}{mE_{\nu}} \sqrt{\frac{T}{m}} e^{-m/T}, & E_{\nu} \gg \frac{M^2}{m}; \\ \frac{-g^2 E_{\nu}}{2(2\pi)^{3/2}} \left(\frac{m}{M}\right)^4 \frac{eH}{m^2} \sqrt{\frac{T}{m}} e^{-m/T}, & E_{\nu} \ll \frac{M^2}{m}. \end{cases} \quad (9)$$

Аналогично вычисляются температурные поправки к магнитному моменту нейтрино. Результат имеет вид

$$\Delta \mu_{\nu}^T = \begin{cases} \frac{-2\sqrt{2\pi}}{3} \mu_0^{\nu} \left(\frac{M}{E_{\nu}}\right)^2 \sqrt{\frac{T}{m}} \left[1 + \frac{1}{4} \frac{eH}{m^2}\right] e^{-m/T}, & E_{\nu} \gg \frac{M^2}{m}; \\ \frac{8\sqrt{2\pi}}{3} \mu_0^{\nu} \left(\frac{m}{M}\right)^2 \sqrt{\frac{T}{m}} \left[1 - 2 \frac{eH}{M^2}\right] e^{-m/T}, & E_{\nu} \ll \frac{M^2}{m}. \end{cases} \quad (10)$$

Здесь $\mu_0^{\nu} = \frac{g^2}{(4\pi)^2} \frac{3m_{\nu}e}{4M^2}$ — значение статического магнитного момента нейтрино [4].

При $m \ll T \ll M$ получаем следующие результаты:

$$\text{Re } \Delta E_{\nu}^m = -\frac{g^2}{(2\pi)^2} \frac{7\pi^4}{60} E_{\nu} \left(\frac{T}{M}\right)^4, \quad \Delta \mu_{\nu}^T = \frac{4\pi^2}{9} \mu_0^{\nu} \left(\frac{T}{M}\right)^2, \quad E_{\nu} T \ll M^2, \quad (11)$$

т. е. температурные поправки не подавлены экспоненциально.

В заключение рассмотрим случай покоящегося нейтрино в отсутствие внешнего магнитного поля ($H=0$). В высокотемпературной области, когда $M \ll T \ll M^2/m_{\nu}$, для бозонного и фермионного вкладов в температурный сдвиг энергии нейтрино получаем следующие асимптотические выражения:

$$\Delta E_{\nu\Phi}^m = -\frac{g^2}{(2\pi)^2} \frac{7\pi^4}{60} m_{\nu} \left(\frac{T}{M}\right)^4 + O\left(\left(\frac{T}{M}\right)^2\right);$$

$$\Delta E_{\nu\Phi}^m = -\frac{g^2}{(2\pi)^2} \frac{2\pi^4}{15} m_{\nu} \left(\frac{T}{M}\right)^4 + O\left(\left(\frac{T}{M}\right)^2\right); \quad \Delta E_{\nu}^m = \Delta E_{\nu\Phi}^m + \Delta E_{\nu\delta}^m. \quad (12)$$

Как видно из этого результата, при высоких температурах ($T \gg M$) температурный вклад в массу нейтрино отрицателен. Из условия равенства нулю полной массы нейтрино можно получить оценку «критической» температуры:

$$T_{кр} = \sqrt{\frac{4M^2}{\pi g}} \approx 100 \text{ ГэВ},$$

которая порядка температуры $T_c \sim G^{-1/2} \sim 300 \text{ ГэВ}$ [8] фазового перехода в модели Вайнберга — Салама — Глэшоу.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Weinberg S. // Phys. Rev. Lett. 1979. 42. P. 850. [2] Ellis J., Gailard M. K. // Phys. Lett. 1979. 80B. P. 360. [3] Guth A. H., Tye S. H. // Phys. Rev. Lett. 1983. 44. P. 631. [4] Борисов А. В., Жуковский В. Ч., Курилин А. В., Тернов А. И. // Ядерная физика. 1985. 41. № 3. С. 743. [5] Тернов И. М., Жуковский В. Ч., Мидодашвили П. Г., Эминов П. А. // Там же. 1986. 43, № 3. С. 764. [6] Соколов А. А., Тернов И. М. Релятивистский электрон. М., 1983. [7] Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М. 1963. [8] Kirznits D. A., Linde A. D. // Phys. Lett. 1972. 42B. P. 471.

Поступила в редакцию
01.10.87

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1988. Т. 29, № 3

АТОМНАЯ И ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА

УДК 621.384.6

ИОННЫЙ ПУЧОК, ГЕНЕРИРУЕМЫЙ ПРИ ИНЖЕКЦИИ РЭП В ВАКУУМНУЮ КАМЕРУ

В. К. Гришин, И. Ф. Ленский

(НИИЯФ)

С помощью законов сохранения энергии и импульса в стационарном пределе самосогласованным методом оцениваются параметры ионного потока, генерируемого при инжекции РЭП в вакуумный волновод с источником ионов на входе.

В настоящей работе рассматривается эффективность получения ионных пучков при инжекции релятивистских электронных пучков (РЭП) в вакуумную камеру дрейфа. Ряд перспективных способов получения ионных потоков связан с использованием различных механизмов коллективного взаимодействия и ускорения ионов в системах с прямыми РЭП [1, 2]. Описываемая далее схема является по существу аналогом подобных систем.

Рассмотрим полуограниченный цилиндрический волновод с осью $z > 0$, через торец которого при $z=0$ непрерывно инжектируется пучок электронов, обладающих энергией $mc^2\gamma_0$; скорость частиц $v_0 = \beta_0 c$. Ток пучка меньше предельного вакуумного: $I_b < I_{lim}$ [3], радиус пучка заметно меньше радиуса волновода: $r_b \ll R$. Пучок замедлен внешним продольным полем. Источником ионов служит плазма, сосредоточенная в пределах сечения пучка при $z=0$ (о способах создания плазменного источника см., напр., [2]). Поскольку $I_b < I_{lim}$, РЭП распространяется на бесконечность, однако заряд пучка вызывает «провисание потенциала», в котором электроны тормозятся до энергии $mc^2\gamma$, а ионы ускоряются, выходят из плазменного пятна и увлекаются вдоль волновода, при этом их скорость достигает $v_i = \beta_i c$, и возникает ток I_i . При $r_b \ll R$ поперечной неоднородностью в распределении потенциала в области $r < r_b$ можно пренебречь и считать, что в итоге на некоторой глубине (практически при $z = L \gg (2 \div 3)R$ [4]) устанавливается близкий к ламинарному двухкомпонентный электронно-ионный поток с определенными параметрами.

Вообще говоря, появление направленной скорости у ионного фона создает благоприятную ситуацию для развития коллективных механизмов последующего ускорения ионов, например в результате развития низкочастотной неустойчивости типа неустойчивости Бунемана—Будкера, когда после перезахвата ионы приобретают энергию порядка нескольких $mc^2\gamma_0$ [5]. Как правило, подобные процессы «включают