

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

УДК 530.145.1

КАЛИБРОВОЧНО-ИНВАРИАНТНЫЕ АФФИННЫЕ И ПРОЕКТИВНЫЕ ЛАГРАНЖИАНЫ С ФИЗИЧЕСКИМИ ПРОПАГАТОРАМИ

П. А. Байков, Н. Ф. Нелипа, С. С. Остапченко

(кафедра квантовой теории и физики высоких энергий; НИИЯФ)

Получены калибровочно-инвариантные лагранжианы для аффинной и проективной групп, не содержащие духов и тахионов.

В работе [1] предложен общий метод построения калибровочно-инвариантных лагранжианов для произвольных групп Ли. В статье [2] с помощью этого метода найдены конкретные выражения для лагранжианов аффинной и проективной гравитаций. Представляет интерес исследовать свойства полученных лагранжианов. Цель настоящей заметки — выяснить, существуют ли среди калибровочно-инвариантных аффинных и проективных лагранжианов, полученных в [2], такие, которые не содержат духов и тахионов, а тем самым в квадратичном приближении обладают положительно определенной энергией. Аналогичная задача для лоренц-инвариантных лагранжианов рассматривалась в работах [3—5].

1. Рассмотрим сначала аффинно-инвариантный лагранжиан. Возьмем его в калибровке, соответствующей координатному базису. Ограничимся случаем отсутствия членов с $\varepsilon_{\alpha\beta\mu\nu}$ и космологического члена. Тогда

$$L = \det(e^a_\mu) \left[c_1 R + \frac{1}{2} c_2 g^{\rho\rho'} (g^{\beta\beta'} g_{\alpha\alpha'} + \delta^{\beta'}_\alpha \delta^\beta_{\alpha'}) (A_\rho^\alpha{}_\beta + e^\alpha_a \partial_\rho e^a_\beta) \times \right. \\ \times (A_{\rho'}^{\alpha'}{}_{\beta'} + e^{\alpha'}_{a'} \partial_{\rho'} e^{a'}_{\beta'}) + R_{\mu\nu\alpha\beta} R^{\mu'\nu'\alpha'\beta'} N_{\nu'\mu'}^{\nu\mu\alpha\beta} + g^{\mu\mu'} (b_1 g^{\alpha\alpha'} g^{\nu\nu'} + \\ + b_2 g^{\nu\alpha} g^{\nu'\alpha'} + b_3 g^{\alpha\nu} g^{\alpha'\nu'}) R_{\mu\nu\alpha} R_{\mu'\nu'\alpha'} + d \cdot (A_{\mu\alpha} + \partial_\mu y_\alpha) (A_{\mu'}^{\alpha'} + \\ \left. + \partial_{\mu'} y_{\alpha'}) g^{\mu\mu'} g^{\alpha\alpha'} \right],$$

где $R_{\mu\nu}^\alpha = \partial_\nu A_\mu^\alpha - A_\mu^\beta A_\nu^\alpha + A_\mu^\alpha A_\nu^\beta$ — $(\mu \leftrightarrow \nu)$; $R = R_{\mu\nu\alpha\beta} g^{\mu\alpha} g^{\nu\beta}$; $R_{\mu\nu}^\alpha = \partial_\nu A_\mu^\alpha - A_\mu^\beta A_\nu^\alpha + A_\mu^\alpha A_\nu^\beta$ — $(\mu \leftrightarrow \nu)$; $g_{\alpha\beta} = e^\mu_\alpha e^\nu_\beta g_{\mu\nu}$;

A_μ^α и A_μ^α — калибровочные потенциалы аффинной группы; e^μ_α и y_α — поля, нарушающие аффинную инвариантность (см. [2]),

$$N_{\nu'\mu'}^{\nu\mu\alpha\beta} = \delta_{\nu'}^\nu \left[\frac{1}{2} \delta_\mu^\mu (\alpha_1 \delta_\alpha^\alpha \delta_\beta^\beta + \alpha_2 \delta_\beta^\alpha \delta_\alpha^\beta + 2\alpha_3 g^{\alpha\beta} g_{\alpha'\beta'}) + \alpha_4 \delta_\alpha^\mu \delta_\mu^\alpha \delta_\beta^\beta + \right. \\ + \frac{1}{2} \alpha_4 (\delta_\alpha^\mu \delta_\beta^\alpha \delta_\mu^\beta + \delta_\beta^\mu \delta_\alpha^\alpha \delta_\mu^\beta) + \frac{1}{2} \alpha_7 (\delta_\alpha^\mu g^{\alpha\beta} g_{\mu\beta'} + \delta_\mu^\alpha g^{\mu\beta} g_{\alpha'\beta'}) + \\ + \frac{1}{2} \alpha_8 (\delta_\beta^\mu g^{\alpha\beta} g_{\mu'\alpha'} + \delta_\mu^\beta g^{\mu\alpha} g_{\alpha'\beta'}) + \alpha_{12} \delta_\beta^\mu \delta_\alpha^\alpha \delta_\mu^\beta + \alpha_{13} \delta_\beta^\beta g^{\mu\alpha} g_{\mu'\alpha'} + \\ + \alpha_{14} \delta_\alpha^\alpha g^{\mu\beta} g_{\mu'\beta'} \left. \right] + \alpha_5 \delta_\alpha^\nu \delta_\beta^\mu \delta_\nu^\alpha \delta_\mu^\beta + \alpha_9 \delta_\alpha^\mu \delta_\mu^\alpha g^{\nu\beta} g_{\nu'\beta'} + \\ + \frac{1}{2} \alpha_{10} (\delta_\alpha^\mu \delta_\beta^\beta g^{\nu\alpha} g_{\nu'\beta'} + \delta_\mu^\alpha \delta_\beta^\mu g^{\nu\beta} g_{\nu'\alpha'}) + \alpha_{11} g^{\nu\beta} g^{\mu\alpha} g_{\nu'\beta'} g_{\mu'\alpha'} + \\ + \alpha_{15} \delta_\beta^\mu \delta_\mu^\beta g^{\nu\alpha} g_{\nu'\alpha'}.$$

Линеаризуем лагранжиан, полагая $e^a_\alpha = \delta^a_\alpha + V^a_\alpha$. Квадратичную часть лагранжиана разложим по спиновым проекторам, для получения коэффициентов разложения удобно применить формализм полупроекторов [6]. Знание коэффициентов разложения, выраженных через коэффициенты лагранжиана, позволяет получить условия отсутствия духов и тахионов. Для этого необходимо обратить коэффициентные матрицы и потребовать положительности полюсов и вычетов в полюсах (см., напр., [4]). Однако полная классификация лагранжианов без духов и тахионов представляет собой очень сложную задачу. Поэтому ограничимся частным случаем, когда

$$a_7 = a_8 = a_9 = a_{10} = a_{11} = a_{13} = a_{14} = a_{15} = 0, \quad a_1 = a_5 = a_4/2 = -a_2 = -a_3 = -a_{12}. \quad (1)$$

Остальные коэффициенты произвольны.

Как показывает анализ, мы приходим к лагранжиану без духов и тахионов, если удовлетворяются условия

$$a_6 < 0, \quad c_1 < 0, \quad c_2 > 0, \quad a_1 < 0, \quad b_1 > 0, \quad d < 0, \quad b_3 = -2b_1, \quad b_2 = 0. \quad (2)$$

При этом лагранжиан описывает следующие частицы: гравитон (как комбинацию (2^+) и (0^+)), (0^-) , (1^-) , (1^+) , причем каждую из этих частиц можно устранить, полагая равными нулю соответственно коэффициенты c_1 , a_1 , a_6 , b_1 .

2. Перейдем к проективно-инвариантному лагранжиану [2]. По сравнению с аффинно-инвариантным он обладает следующими особенностями:

а) появляются дополнительные калибровочные поля $\bar{A}_{\mu\alpha}$, A_μ и поля, нарушающие инвариантность $\bar{y}_\alpha$, f ;

б) изменяются выражения для кривизны:

$$R_{\mu\nu} = \partial_\nu A_\mu - \partial_\mu A_\nu, \quad R'_{\mu\nu\alpha\beta} = \partial_\nu A_{\mu\alpha\beta} + A_\mu{}^\alpha{}_\gamma A_\nu{}^\gamma{}_\beta + A_\mu{}^\alpha{}_\gamma \bar{A}_{\nu\beta} - (\mu \leftrightarrow \nu);$$

в) в лагранжиане возникают дополнительные члены:

$$\begin{aligned} \Delta L = & g_{\mu\alpha} [(a_{16} g_{\beta\nu} g_{\gamma\rho} + a_{17} g_{\beta\rho} g_{\gamma\nu} + a_{18} g_{\beta\gamma} g_{\nu\rho}) R^{\alpha\beta} R'^{\mu\nu\rho} + \\ & + 2(b'_1 g_{\beta\gamma} g_{\nu\rho} + b'_2 g_{\beta\nu} g_{\gamma\rho} + b'_3 g_{\beta\rho} g_{\gamma\nu}) R^{\alpha\beta\gamma} (A_\mu{}^\alpha) R^{\mu\nu\beta} (\bar{A}_{\mu\alpha}) + (b''_1 g_{\beta\gamma} g_{\nu\rho} + \\ & + b''_2 g_{\beta\nu} g_{\gamma\rho} + b''_3 g_{\beta\rho} g_{\gamma\nu}) R^{\alpha\beta\gamma} (\bar{A}_{\mu\alpha}) R^{\mu\nu\rho} (\bar{A}_{\mu\alpha})] + a_{19} R_{\mu\nu} R^{\mu\nu} + \\ & + d' (\bar{A}_{\mu\alpha} + \partial_\mu \bar{y}_\alpha) (\bar{A}_{\mu'}{}^{\alpha'} + \partial_{\mu'} \bar{y}_{\alpha'}) g^{\mu\mu'} g^{\alpha\alpha'} + d'' (A_\mu + \partial_\mu f) (A^\mu + \partial^\mu f). \end{aligned}$$

Как и для аффинного лагранжиана, общий случай проанализировать не удается. Ограничимся частным случаем, когда к условиям (1) добавлены условия

$$a_{16} = a_{17} = a_{18} = 0.$$

Как показывает анализ, духи и тахионы будут отсутствовать, если условия (2) дополнить условиями

$$a_{19} < 0; \quad d'' > 0; \quad b_2' = b_2'' = b_3' + 2b_1' = b_3'' + 2b_1'' = 0;$$

$$d' < 0; \quad dd' > \frac{1}{4} c_1^2; \quad b_1'' > 0; \quad b_1 b_1'' > b_1'^2.$$

Таким образом, можно построить аффинно- и проективно-инвариантные лагранжианы без духов и тахионов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Demichev A. P., Nelipa N. F. // Progr. Theor. Phys. 1986. 76, N 3. P. 715.
- [2] Demichev A. P., Nelipa N. F. // Report of Sci. and Eng. Res. Lab. Waseda University. 1986. N 86—3, 20 March.
- [3] Neville D. E. // Phys. Rev. 1978. D18, N 10. P. 3535; Neville D. E. // Ibid. 1980. D21, N 4. P. 867.
- [4] Sezgin E., Nieuwenhuizen P. van // Phys. Rev. 1980. D21, N 12. P. 3269.
- [5] Küniss R., Nitsch J. // Gen. Relat. and Grav. 1986. 18, N 12. P. 1207.
- [6] Байков П. А., Нелипа Н. Ф., Осталченко С. С. Препринт НИИЯФ МГУ 88-26/47. М., 1988.

Поступила в редакцию
06.01.88