могут приводить к качественно новым результатам, например к четырехфермионному взаимодействию без «промежуточного бозона».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Zahed I., Brown G. E.//Phys. Rep. C. 1986. **142**. P. 1; Broniowski W., Cohen T. D.//Nucl. Phys. 1986. **A458**. P. 652; Rañada A.//Phys. Rev. 1986. **D33**, N 6. P. 1714. [2] Раджараман Р. Солитоны и инстантоны. М., 1985; Raczka R., Roszkowski L.//Nuovo Cim. 1985. **A90**, N 4. P. 435. [3] Свешников К. А.//ТМФ. 1983. **55**, № 3. P. 363. [4] Боголюбов Н. Н.//Укр. матем. журн. 1950. **2**, № 2. P. 3; Боголюбов Н. Н. Избранные труды. Киев, 1970. Т. **2**. С. 499; Khrustalev O. A., Razumov A. V., Taranov A. Yu.//Nucl. Phys. 1980. **B172**. P. 44. [5] Свешников К. А.//ТМФ. 1988. **74**, № 3. С. 373. [6] Quantum Spectral Transform Method. Recent Developments. Springer Lecture Notes in Physics. Springer Verlag. Berlin, 1982. V. 151.

Поступила в редакцию
10.04.87

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1988. Т. 29, № 5

УДК 530.12:531.51; 539.12.17

ОБОСНОВАНИЕ ЗНАЧЕНИЯ УГЛА ВАЙНБЕРГА В 6-МЕРНОЙ МОДЕЛИ ГРАВИ-ЭЛЕКТРО-СЛАБЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

Ю. С. Владимиров, А. О. Мирошник

(кафедра теоретической физики)

При отказе от цилиндричности метрики по дополнительным координатам построена 6-мерная ($M^4\times S^1\times S^1$) модель грави-электро-слабых взаимодействий. Геометрическая интерпретация угла Вайнберга позволяет определить его значение ($\theta_W=30°$).

В работах [1, 2] была предложена модель 6-мерной геометрической теории, объединяющая 5-мерную теорию гравитационных и электромагнитных взаимодействий Калуцы—Клейна с моделью электрослабых взаимодействий Вайнберга—Салама. Напомним основные идеи этой модели.

1. Два нейтральных векторных поля B_α и $A(3)_\alpha$ $SU(2)\times U(1)$-симметричной модели Вайнберга—Салама определяются через диаду 4-мерных составляющих векторных полей λ_α и σ_α:

$$\lambda_\alpha=-\frac{2\sqrt{k}}{c^2}B_\alpha;\quad \sigma_\alpha=-\frac{2\sqrt{k}}{c^2}A(3)_\alpha, \tag{1}$$

возникающих при 1+1+4-расщеплении 6-мерного метрического тензора

$$G_{MN}=g_{MN}-\lambda_M\lambda_N-\sigma_M\sigma_N, \tag{2}$$

где индексы M, N пробегают значения: 0, 1, 2, 3, 5, 6, а греческие индексы—значения 0, 1, 2, 3.

2. Скалярные хиггсовские поля вводятся посредством конформного фактора χ, определяющего переход от исходной 6-метрики $\mathring{G}_{MN}=\chi^2G_{MN}$ к физически интерпретируемой метрике G_{MN}.

3. Постулируется, что спинорные волновые функции и ряд геометрических величин специальным образом зависят от дополнительных координат x^5 и x^6. Целочисленные гармоники этих зависимостей ε_5 и ε_6 определяют значения электрического заряда Q (в единицах e), гиперзаряд Y и проекцию изотопического спина T_3 согласно формулам

$$Q=\frac{1}{2}(\varepsilon_5+\varepsilon_6);\quad Y=\varepsilon_5;\quad T_3=\frac{1}{2}\varepsilon_6. \tag{3}$$

4. Электрический заряд электрона e и угол Вайнберга θ_W определяются через дополнительные (диагональные) компоненты λ^5 и σ^6 6-мерных векторов λ_M и σ_M в (2):

$$e=\frac{4\sqrt{k}}{c^2}(\hbar c)\frac{\alpha\lambda^5\sigma^6}{\sqrt{(\lambda^5)^2+(\sigma^6)^2}};\quad \sin\theta_W=\frac{\lambda^5}{\sqrt{(\lambda^5)^2+(\sigma^6)^2}}, \tag{4}$$

где k — ньютоновская гравитационная постоянная, $\alpha\sim1{,}7\cdot10^{31}$ см$^{-1}$ — определяет период циклической зависимости величин по дополнительным координатам.

При использованном в [1, 2] условии цилиндричности метрики G_{MN} по дополнительным координатам оставшиеся два векторных поля $A(1)_\alpha$ и $A(2)_\alpha$ (т. е. заряженные векторные поля $W^\pm=(1/\sqrt{2})(A(1)_\alpha\mp\mp iA(2)_\alpha))$ модели Вайнберга—Салама было предложено вводить через тензор кручения. Такой торсионный вариант ввода W-бозонов позволил описать основные слагаемые в лагранжиане объединенной теории, такие как динамическую часть лагранжиана W-бозонов, их взаимодействие с фермионами. Однако при этом возникло несколько проблем, диктовавших ряд постулатов о соотношении компонент кручения и физических полей. Среди них следует назвать способ ввода масс покоя W-бозонов, определения неабелевых квадратичных «хвостов» в тензорах $F_{\alpha\beta}$.

Дальнейший анализ возможностей 6-мерных геометрических моделей показал, что более удачные варианты ввода W-бозонов имеются в рамках чисто метрического подхода (без использования кручения), если отказаться от ранее использованного вслед за Калуцей условия цилиндричности метрики G_{MN} по дополнительным координатам. В метрических вариантах теории заряженные W-бозоны определяются через векторные поля при гармониках от дополнительных координат в разложении компонент λ_α и σ_α. Подобные варианты теории при дополнительном условии вещественности λ_α и σ_α исследовались В. В. Кисловым и И. В. Тарановым [3], а также А. В. Каменевым. Было показано, что в итоге получается вариант теории, близкий к объединенной модели гравитационных и электрослабых взаимодействий Вайнберга—Салама, однако в нем реализуется $SU(1,1)\times U(1)$-симметрия. Рядом недостатков обладает и смешанный, торсионно-метрический вариант ввода W-бозонов, рассмотренный в работе [4].

В данной работе показано, что искомая 6-мерная геометрическая теория, свободная от недостатков всех ранее предложенных вариантов, получается, если отказаться а) от условия цилиндричности по дополнительным координатам в определении компонент λ_α и σ_α и б) от условия вещественности этих компонент. Последнее не является необычным для упомянутых выше моделей. В них конформный фактор χ также содержал мнимую часть. Показано, что в такой модели удается не только добиться полного соответствия с моделью Вайнберга—Салама, но и определить значение угла Вайнберга θ_W, который в стандартной теории не определяется.

В согласии с (1), (3) и только что сказанным будем искать λ_α и σ_α в виде

$$\begin{cases}\lambda_\alpha=-(2\sqrt{k}/c^2)\{B_\alpha+c_1[W_\alpha^+\exp(2i\alpha x^6)-W_\alpha^-\exp(-2i\alpha x^6)]\},\\ \sigma_\alpha=-(2\sqrt{k}/c^2)\{A(3)_\alpha+c_2[W_\alpha^+\exp(2i\alpha x^6)+W_\alpha^-\exp(-2i\alpha x^6)]\},\end{cases} \tag{5}$$

где c_1 и c_2 — некоторые константы, определяемые из условия $SU(2)\times U(1)$-симметрии получаемой теории. Такое условие означает, как минимум, совпадение динамических частей для четырех векторных полей B_α и $A(i)_\alpha$ (где $i=1, 2, 3$) как в 6-мерной геометрической теории, так и в модели Вайнберга — Салама. В рассматриваемой геометрической теории динамическая часть лагранжиана полей определяется выражением

$$-\frac{1}{2\varkappa}({}^5F_{\alpha\beta}{}^5F^{\alpha\beta}+{}^6F_{\alpha\beta}{}^6F^{\alpha\beta}), \tag{6}$$

где $\varkappa$ — эйнштейновская гравитационная постоянная, ${}^5F_{\alpha\beta}$ и ${}^6F_{\alpha\beta}$ — физико-геометрические тензоры:

$$\begin{aligned}{}^5F_{\alpha\beta}&=\frac{1}{2}g^M_\alpha g^N_\beta(\lambda_{M,N}-\lambda_{N,M})=\frac{1}{2}[(\lambda_{\alpha,\beta}-\lambda_{\beta,\alpha})+\sigma^6(\sigma_\beta\lambda_{\alpha,6}-\sigma_\alpha\lambda_{\beta,6})],\\ {}^6F_{\alpha\beta}&=\frac{1}{2}g^M_\alpha g^N_\beta(\sigma_{M,N}-\sigma_{N,M})=\frac{1}{2}[(\sigma_{\alpha,\beta}-\sigma_{\beta,\alpha})+\sigma^6(\sigma_\beta\sigma_{\alpha,6}-\sigma_\alpha\sigma_{\beta,6})].\end{aligned} \tag{7}$$

В 6-мерной модели (6) получается в результате $1+1+4$-расщепления 6-мерной скалярной кривизны.

Как известно [5], в стандартной теории динамическая часть $SU(2)\times U(1)$-симметричного лагранжиана определяется выражением

$$-\frac{1}{16\pi}F(B)_{\alpha\beta}F(B)^{\alpha\beta}-\frac{1}{8\pi}\mathrm{Sp}\,\bar F_{\alpha\beta}\bar F^{\alpha\beta}, \tag{8}$$

где

$$\begin{aligned}\bar F_{\alpha\beta}&=\frac{\partial\bar A_\beta}{\partial x^\alpha}-\frac{\partial\bar A_\alpha}{\partial x^\beta}-\frac{ig_2}{\hbar c}(\bar A_\alpha\bar A_\beta-\bar A_\beta\bar A_\alpha),\\ \bar A_\alpha&=\frac{1}{2}[\bar A(1)_\alpha\sigma(1)+\bar A(2)_\alpha\sigma(2)+\bar A(3)_\alpha\sigma(3)],\\ F(B)_{\alpha\beta}&=\frac{\partial B_\beta}{\partial x^\alpha}-\frac{\partial B_\alpha}{\partial x^\beta},\end{aligned} \tag{9}$$

$\sigma(i)$ — матрицы Паули. Сравнивая определения (7) и (9), легко понять происхождение в 6-мерной геометрической теории неабелевых квадратичных по потенциалам $A(i)$ добавок в (9). Они возникают из квадратичных последних слагаемых справа в (7) после подстановки в них (5).

Расписывая соотношения (6) и (8), производя в (6) усреднение по дополнительным координатам и приравнивая их друг другу, находим следующие условия, налагаемые на константы c_1 и c_2:

$$c_2^2-c_1^2=1;\quad c_2^2=-1/2. \tag{10}$$

Решением этих уравнений является

$$c_1=\pm i\sqrt{3/2};\quad c_2=\pm i/\sqrt{2}. \tag{11}$$

Из $SU(2)\times U(1)$-симметрии части лагранжиана, описывающей взаимодействие фермионов с полями $A(i)_\alpha$, следует, что нужно брать одинаковые знаки плюс. Подставляя (11) в (5), находим, что λ_α остается вещественной величиной, а σ_α становится комплексной.

В работах [1, 2] показано, что конформный фактор χ должен

представляться через нейтральное скалярное поле φ_0 следующим образом:

$$\chi = 1 + b_0\{\varphi_0 \exp[i\alpha(x^5 - x^6)] - \varphi_0^* \exp[i\alpha(x^6 - x^5)]\}, \tag{12}$$

где b_0 — некоторая константа. После конформного преобразования исходной 6-метрики из плотности 6-мерной скалярной кривизны выделяется плотность лагранжиана скалярного поля φ_0, взаимодействующего с полями B_α и $A(i)_\alpha$:

$$\mathcal{L}_\varphi = \frac{20}{\varkappa} b_0^2 g^{\alpha\beta} (\overset{++}{\partial}_\alpha \varphi_0^*) \overset{++}{\partial}_\beta \varphi_0 - (\text{массовые слагаемые}), \tag{13}$$

$$\begin{cases} \overset{++}{\partial}_\alpha \varphi_0 = \varphi_{0,\alpha} + i\alpha\lambda^5\lambda_\alpha\varphi_0 - i\alpha\sigma^6\sigma_\alpha\varphi_0, \\ \overset{++}{\partial}_\alpha \varphi_0^* = \varphi_{0,\alpha}^* - i\alpha\lambda^5\lambda_\alpha\varphi_0^* + i\alpha\sigma^6\sigma_\alpha^*\varphi_0^*. \end{cases} \tag{14}$$

Представляя φ_0 в виде $\varphi_0 = \eta_0 + \chi_0$ (механизм типа хиггсовского), из (13) можно найти массовые слагаемые для векторных полей. При этом нейтральные векторные поля: безмассовое электромагнитное A_α и массивное поле Z_α — определяются в виде, аналогичном стандартной теории Вайнберга—Салама:

$$\begin{cases} A_\alpha = -\dfrac{c^2\alpha}{2\sqrt{k}} \dfrac{\sigma^6\lambda_\alpha + \lambda^5\sigma_\alpha}{\sqrt{(\lambda^5)^2 + (\sigma^6)^2}} = -\dfrac{c^2}{2\sqrt{k}} (\lambda_\alpha \cos\theta_W + \sigma_\alpha \sin\theta_W), \\ Z_\alpha = \dfrac{c^2\alpha}{2\sqrt{k}} \dfrac{\lambda^5\lambda_\alpha - \sigma^6\sigma_\alpha}{\sqrt{(\lambda^5)^2 + (\sigma^6)^2}} = \dfrac{c^2}{2\sqrt{k}} (\lambda_\alpha \sin\theta_W - \sigma_\alpha \cos\theta_W). \end{cases} \tag{15}$$

Массы покоя Z- и W-бозонов из (13) находятся в виде [1, 2]:

$$\begin{cases} m_Z c^2 = 4\sqrt{5}\,\hbar c\,(b_0\eta_0)\,\alpha\sqrt{(\lambda^5)^2 + (\sigma^6)^2}, \\ m_W c^2 = 2\sqrt{10}\,\hbar c\,(b_0\eta_0)\,\alpha\sqrt{3(\lambda^5)^2 + (\sigma^6)^2}. \end{cases} \tag{16}$$

Приравнивая отношение этих масс стандартному выражению ($\cos\theta_W$) в модели Вайнберга—Салама с учетом (4), имеем

$$\frac{m_W}{m_Z} = \frac{\sqrt{3(\lambda^5)^2 + (\sigma^6)^2}}{\sqrt{2[(\lambda^5)^2 + (\sigma^6)^2]}} = \cos\theta_W = \frac{\sigma^6}{\sqrt{(\lambda^5)^2 + (\sigma^6)^2}}. \tag{17}$$

Отсюда находим

$$(\sigma^6)^2 = 3(\lambda^5)^2, \text{ т. е. } \sin\theta_W = 1/2 \Rightarrow \theta_W = 30^\circ. \tag{18}$$

Таким образом не только достигается полное соответствие данной 6-мерной геометрической модели с моделью электрослабых взаимодействий Вайнберга—Салама, но и из условия совпадения в обеих теориях отношений масс W- и Z-бозонов однозначно определяется значение угла Вайнберга ($\theta_W = 30^\circ$), которое, напомним, в стандартной теории не фиксируется.

Наконец, можно показать, что в данной геометрической 6-мерной теории автоматически получается $SU(2) \times U(1)$-симметричное взаимодействие дублета фермионных полей $\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}$ с совокупностью всех векторных полей B_α и $A(i)_\alpha$, вводимых посредством (5) со значениями коэффициентов (11). При этом следует использовать отождествление 8-компонентного спинора в 6-мерном пространстве-времени с 4-компонентными стандартными волновыми функциями полей ν_e и e^-, приведенное в книге [2]. Справедливы также все соображения о характере

зависимостей нейтринного и электронного полей от дополнительных координат, изложенные в [1, 2].

В заключение подчеркнем, что 6-мерный геометрический и общепринятый 4-мерный калибровочный подходы не следует противопоставлять друг другу. Скорее всего их следует понимать как дополняющие друг друга, как два различных взгляда на совокупность физических взаимодействий. Подобная ситуация имеет место в теории гравитации, допускающей как геометрическую (эйнштейновскую), так и калибровочную формулировку. Заметим также, что аналогичный метрический способ ввода W-бозонов можно распространить и на 7-мерную модель грави-электро-слабых взаимодействий (с учетом поколений частиц), в основных чертах изложенную в работах [2, 6].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Владимиров Ю. С. Препринт физ. фак. МГУ № 16/1985. М., 1985. [2] Владимиров Ю. С. Размерность физического пространства-времени и объединение взаимодействий. М., 1987. [3] Кислов В. В., Таранов И. В.//Гравитация и электромагнетизм. Минск, 1986. С. 25. [4] Владимиров Ю. С., Гаврилов В. Р.// //Там же. С. 39. [5] Соколов А. А., Тернов И. М., Жуковский В. Ч., Борисов А. В. Калибровочные поля. М., 1986. [6] Владимиров Ю. С. Препринт физ. фак. МГУ № 16/1986. М., 1986.

Поступила в редакцию
13.04.87

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1988. Т. 29, № 5

УДК 530.145.6

ОСОБЕННОСТИ ПАДЕНИЯ НА ЦЕНТР В ОДНОМЕРНОМ СЛУЧАЕ

В. Б. Гостев, И. В. Гостев, А. Р. Френкин

(кафедра теоретической физики)

Показано, что известное в литературе падение на центр основного состояния одномерного атома водорода присуще всем потенциалам вида $\lambda|x|^{-\nu}$, $0<\nu<2$, но может быть легко устранено физическим выбором самосопряженного расширения гамильтониана.

Квантовомеханическое описание падения на центр в притягивающем центральном поле подробно дано в монографиях [1, с. 145—146] и [2]. В одномерном ($-\infty<x<\infty$) четном поле $V(|x|)$ наблюдаются аномалии, заключающиеся в том, что для потенциалов с особенностью

$$W=\lambda|x|^{-\nu}, \tag{1}$$

$\lambda<0$, $\nu=1$; $-1/4<\lambda<0$, $\nu=2$ при некотором выборе граничного условия при $x=0$ имеет место падение на центр основного (четного) состояния $E_0\to-\infty$, $\psi_0^2(x)\to\delta(x)$ ($\nu=1$[3], $\nu=2$[4]) в отличие от центральных потенциалов с теми же особенностями, когда $|E_0(\lambda)|<\infty$. Здесь и далее положено $\hbar=2m=1$.

Так как потенциалы (1) имеют важное физическое значение ($\nu=1$ [1, с. 527, 528]; $\nu=2$ [5]), то представляет интерес исследование падения на центр и связанного с ним вырождения уровней по четности [3], [1, с. 528], [4] в общем случае ($\lambda<0$, $1\leqslant\nu<2(1)$).

В [6] было высказано предположение о связи падения в кулоновском поле с его повышенной симметрией [1, с. 154—156], то же можно предположить и для центробежного случая $\nu=2$, когда также