Графики пространственной зависимости ядерной восприимчивости для одночастотной и двухчастотной градиентной модуляции даны на рис. 3. При реализации двухчастотной градиентной модуляции в методе ЧТ следует учитывать влияние вторичных полей модуляции, о которых упоминалось выше, но уже на двух частотах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Константинов Ю. С., Смирнов А. М.//Приб. и техн. эксперимента. 1980. № 2. С. 143. [2] Константинов Ю. С., Смирнов А. М.//Радиоспектроскопия. Межвуз. сб. науч. трудов. Пермь, 1980. С. 334. [3] Hihshaw W. S.//J. Appl. Phys. 1976. 47. P. 3709. [4] Захаров К. Л., Константинов Ю. С., Смирнов А. М.//Радиоспектроскопия. Межвуз. сб. науч. трудов. Пермь, 1983. С. 65.

Поступила в редакцию
18.03.88

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1988. Т. 29, № 6

АКУСТИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

УДК 534.211.4

КЛАССИФИКАЦИЯ ОСОБЫХ ТОЧЕК ЛИНИЙ ТОКА АКТИВНОЙ И РЕАКТИВНОЙ ИНТЕНСИВНОСТИ БЛИЖНЕГО ПОЛЯ ИСТОЧНИКОВ ЗВУКА

А. Н. Иванников, Д. И. Кравченко

(*кафедра акустики*)

Дана классификация особых точек линий тока активной и реактивной интенсивности. Показано, что активная интенсивность имеет особые точки типа центр и седло, а реактивная — узел и седло.

Большинство промышленных шумов являются ближними звуковыми полями, создаваемыми сложными распределенными источниками. Поэтому особый интерес представляет исследование в ближнем поле распределения тех энергетических параметров звукового поля, которые связаны с направлением распространения акустической энергии, а именно векторов активной и реактивной интенсивности.

Основным методом исследования пространственного распределения активной $\mathbf{I}_a$ и реактивной $\mathbf{I}_j$ интенсивности является построение линий тока этих векторных полей [1]. Линиями тока активной (реактивной) интенсивности называются кривые [2], в каждой точке которых вектор активной (реактивной) интенсивности является касательным к этим линиям. Дифференциальные уравнения линий тока активной интенсивности имеют вид

$$\frac{dx}{I_{ax}(x,\ y,\ z)}=\frac{dy}{I_{ay}(x,\ y,\ z)}=\frac{dz}{I_{az}(x,\ y,\ z)}. \qquad (1)$$

В настоящей работе будем исследовать звуковые поля таких симметричных распределенных источников звука, для которых векторные поля $\mathbf{I}_a$ и $\mathbf{I}_j$ имеют лишь две компоненты: $(I_{ax},\ I_{ay})$ и $(I_{jx},\ I_{jy})$. В этом случае из (1) получим дифференциальное уравнение

$$\frac{dy}{dx}=\frac{I_{ay}(x,\ y)}{I_{ax}(x,\ y)}. \qquad (2)$$

Поскольку алгоритмы решения таких уравнений известны (например, решение графическим методом [3]), будем исследовать точки, в которых одновременно выполняются равенства $I_{ax}(x_0,\ y_0)=0$ и $I_{ay}(x_0,\ y_0)=0$. Такие точки векторного поля называются особыми, поскольку в них не выполняются условия теоремы существования и единственности [3] для обыкновенного дифференциального уравнения линий тока (2). Через такие точки может проходить бесконечное число линий тока либо не проходит ни одна.

Исследуем возможные распределения тока вблизи таких точек. Раскладывая компоненты $\mathbf{I}_a$ в ряд Тейлора в окрестности особой точки и ограничиваясь членами первого порядка малости, приведем (2) к следующему виду:

$$\frac{dy}{dx}=\frac{(\partial I_{ay}/\partial x)\,(x-x_0)+(\partial I_{ay}/\partial y)\,(y-y_0)}{(\partial I_{ax}/\partial x)\,(x-x_0)+(\partial I_{ax}/\partial y)\,(y-y_0)}. \tag{3}$$

Характеристическим уравнением для (3) будет

$$\begin{vmatrix} \dfrac{\partial I_{ax}}{\partial x}-\lambda & \dfrac{\partial I_{ax}}{\partial y} \\ \dfrac{\partial I_{ay}}{\partial x} & \dfrac{\partial I_{ay}}{\partial y}-\lambda \end{vmatrix}=0. \tag{4}$$

Используя известное свойство векторного поля активной интенсивности: $\operatorname{div}\mathbf{I}_a=0$, получим следующее выражение корней характеристического уравнения (4):

$$\lambda_{1,2}=\pm\left(\frac{\partial I_{ay}}{\partial x}\frac{\partial I_{ax}}{\partial y}-\frac{\partial I_{ax}}{\partial x}\frac{\partial I_{ay}}{\partial y}\right)^{1/2}. \tag{5}$$

Так как под знаком квадратного корня (5) находятся только действительные члены, корни характеристического уравнения будут либо действительными разных знаков

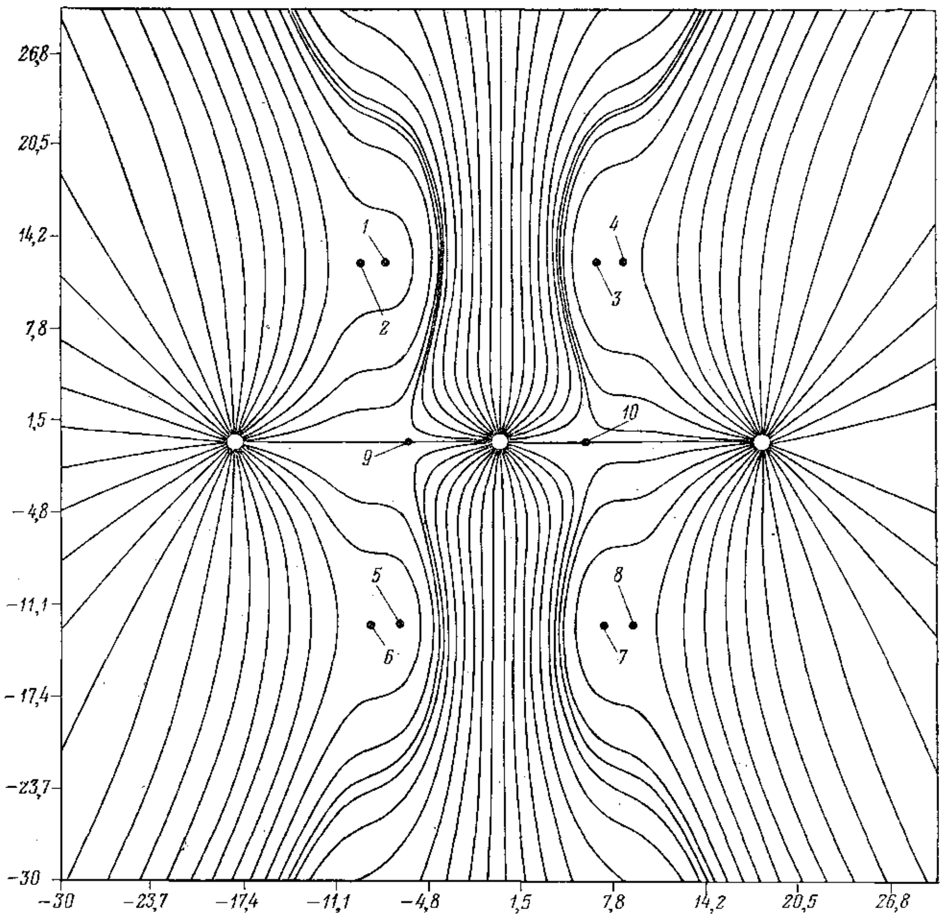

Рис. 1. Линии тока активной интенсивности

($\lambda_1=-\lambda_2$), либо мнимыми, комплексно-сопряженными ($\lambda_1=\lambda_2^*$). Согласно теории обыкновенных дифференциальных уравнений, линии тока в окрестности особой точки (x_0, y_0) в первом случае будут иметь гиперболический вид, а во втором они будут представлять собой замкнутые кривые. Соответственно, в первом случае имеем особую точку типа седло, а во втором — особую точку типа центр. Случай $\lambda_{1,2}=0$ требует специального анализа членов более высокого порядка малости в разложении активной интенсивности. Таким образом, активная интенсивность имеет лишь особые точки типа центр и седло, что хорошо согласуется с ее физической интерпретацией, согласно которой активная интенсивность имеет вихревой характер и не имеет источников в области, свободной от реальных акустических излучателей.

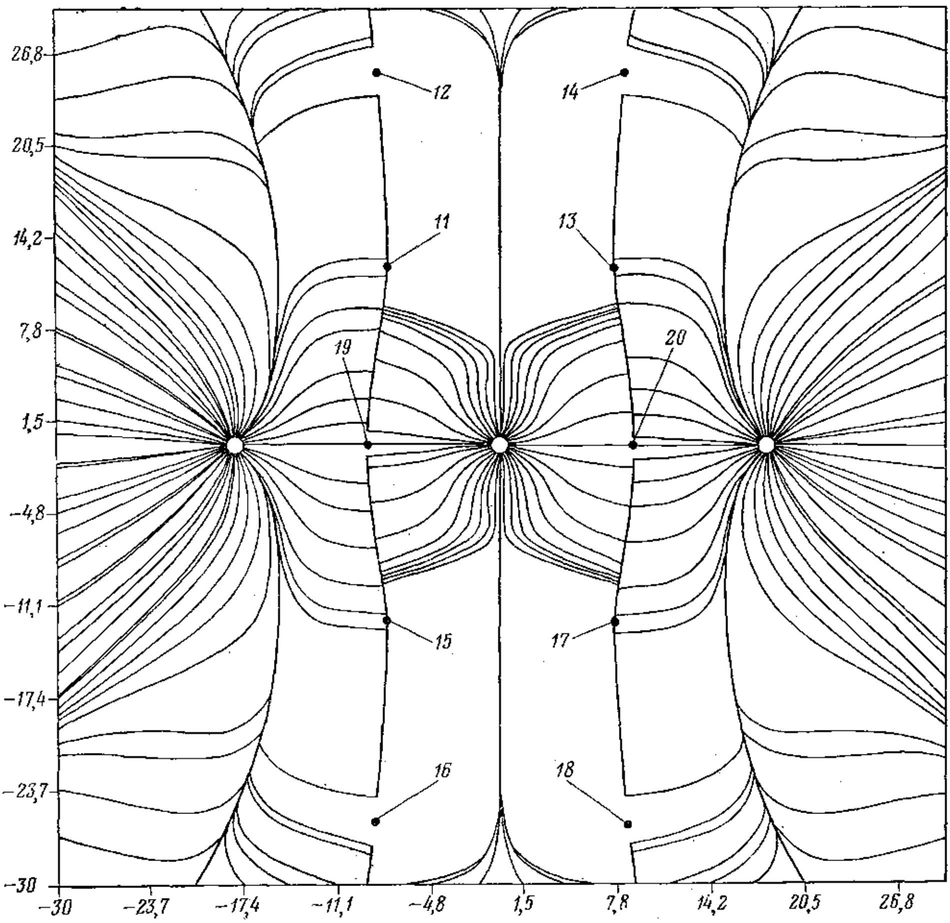

Рис. 2. Линии тока реактивной интенсивности

Рассмотрим структуру векторного поля реактивной интенсивности. Особой точкой реактивной интенсивности будем называть такую точку исследуемой области звукового поля, в которой обе компоненты $\mathbf{I}_j$ одновременно обращаются в нуль. Аналогично случаю активной интенсивности составим характеристическое уравнение реактивной интенсивности вида (4). Поскольку векторное поле реактивной интенсивности соленоидально, то $\operatorname{rot} I_j=0$. С учетом этого выражение корней характеристического уравнения имеет вид

$$\lambda_{1,2}=\frac{1}{2}\left\{\frac{\partial I_{jx}}{\partial x}+\frac{\partial I_{jy}}{\partial y}\pm\left[\left(\frac{\partial I_{jx}}{\partial x}-\frac{\partial I_{jy}}{\partial y}\right)^2+\left(2\frac{\partial I_{jx}}{\partial y}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}\right\}. \quad (6)$$

Поскольку в (6) входят действительные величины, а под знаком квадратного корня стоит сумма двух неотрицательных чисел, возможны лишь две ситуации: $\lambda_1\lambda_2>0$ либо $\lambda_1\lambda_2<0$. В первом случае имеем особую точку типа узел, а во втором — седло, т. е. реактивная интенсивность имеет особые точки только типа узел или седло.

Приведенные выше теоретические рассуждения иллюстрируются численным расчетом задачи о трех точечных сферических источниках с координатами $(-l, 0)$; $(0, 0)$; $(l, 0)$, расположенных вдоль общей оси на расстоянии длины волны ($l=\lambda$) и излучающих в условиях свободного звукового поля. Средний источник работает в противофазе с крайними. На рис. 1 приведена картина линий тока $\mathbf{I}_a$, на которой отмечены особые точки активной интенсивности. На рис. 2 приведено то же для реактивной интенсивности. Область, заключенная в прямоугольную рамку, содержит особые точки активной интенсивности типа центр и седло, а также особую точку реактивной интенсивности типа узел. В литературе [4] эта область получила название вихря активной интенсивности.

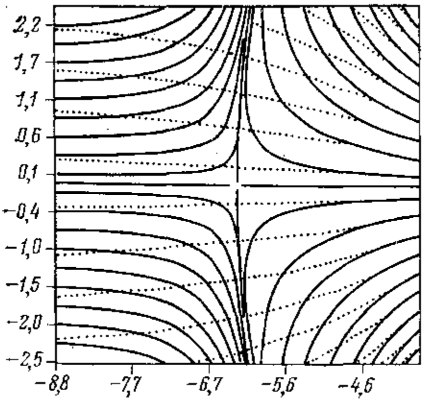

Рис. 3. Линии тока в области седловой точки *9* активной интенсивности (сплошные линии — активная интенсивность, точечные — реактивная)

Из рис. 1, 2 видно, что в рассматриваемой области звукового поля имеют место особые точки типа центр (*1*, *3*, *5*, *7*), узел (*11*, *13*, *15*, *17*) и седло (*2*, *4*, *6*, *8*—*10*, *12*, *14*, *16*, *18*—*20*).

При фиксированной частоте с уменьшением расстояния между источниками (например, $l\simeq0{,}9\lambda$) особая точка *1* типа центр приближается к точке *9*, и во всем пространстве (кроме линии, соединяющей источники) особых точек активной интенсивности не наблюдается. При увеличении расстояния между источниками точка *1* удаляется от источников, а из точки *9*, которая совмещается с точкой *19*, рождается новая особая точка типа центр, совмещенная с точкой типа узел *11*, которая удаляется от источников в направлении первой точки.

В силу симметрии задачи то же происходит и с аналогичными особыми точками. На рис. 3 представлены линии тока активной интенсивности (сплошные) и линии тока реактивной интенсивности (точечные) в области особой седловой точки *9* активной интенсивности. Приведенные рисунки дают наглядное представление о сложности энергетической структуры ближнего поля распределенных звуковых источников. Анализ энергетической структуры акустических полей будет полезен при решении многих задач акустики.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Бурлаков В. Ю., Жуков А. Н., Иванников А. Н., Тонаканов О. С.//Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1985. **26**, № 5. С. 72. [2] Waterhouse R. V.//Proc. 2nd Intern. Congr. on Acoustic Intensity. CETIM. Senlis France), 1985. P. 129. [3] Тихонов А. Н., Васильева А. Б., Свешников А. Г. Дифференциальные уравнения. М., 1985. С. 144. [4] Tichy J.//Proc. 2nd Intern. Congr. on Acoustic Intensity. CETIM. Senlis (France), 1985. P. 113.

Поступила в редакцию
03.03.88