

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Воронцов М. А., Шмальгаузен В. И. Принципы адаптивной оптики. М., 1985. [2] Цернике Ф., Мидвинтер Дж. Прикладная нелинейная оптика. М., 1976. [3] Васильев А. А., Касасент Д., Компанец И. Н., Парфенов А. В. Пространственные модуляторы света. М., 1987. [4] Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М., 1970. [5] Wang J. Y., Markey J. K.//J. Opt. Soc. Am. 1978. 68, N 1. P. 78.

Поступила в редакцию
17.08.87

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1989. Т. 30, № 1

УДК 621.383.8

РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ ФАЗОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ДЕФЛЕКТОРА С ЭЛЕКТРООПТИЧЕСКИМ УПРАВЛЕНИЕМ

Н. Е. Шапкина

(кафедра математики)

Рассмотрен способ улучшения фазовых характеристик диэлектрического дефлектора с электрооптическим управлением (управляющие электроды типа «блестящей» решетки) путем решения обратной задачи коррекции традиционной формы эшелетта.

В работах [1, 2] рассматривалась математическая модель электрооптического дифракционного дефлектора с учетом краевых эффектов. Дифракционная отклоняющая система с индуцированной в электрооптическом кристалле фазовой решеткой типа «блестящая» позволяет теоретически получать 100% перекачки интенсивности из одного дифракционного максимума в другой. Достоинствами отклоняющей системы на основе такой структуры являются также высокая разрешающая способность, быстроедействие и простота конструкции [3]. Дефлектор на основе этой решетки (рис. 1) представляет собой ани-

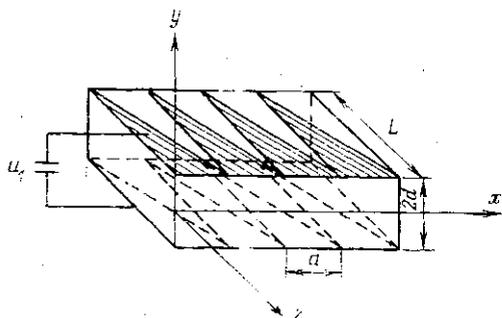


Рис. 1

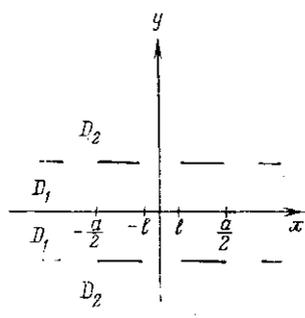


Рис. 2

зотропный кристалл, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда, на противоположные грани которого нанесены электроды в форме прямоугольных треугольников. На верхний и нижний электроды подается напряжение $+u_1/2$ и $-u_1/2$ соответственно. Если на дефлектор нормально к плоскости $z=0$ падает плоская световая волна, то в пред-

положении однородности электрического поля внутри кристалла фазовая задержка Γ является периодической функцией и в пределах одного элемента решетки задается выражением [3]

$$\Gamma(x) = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{u_1}{u_2} \cdot \frac{x}{a},$$

где a — период решетки; λ — длина волны; u_2 — волновое напряжение.

Искажение электрического поля внутри кристалла, вызванное краевыми эффектами на границах электродов, приводит к нарушению линейной зависимости Γ от x и в связи с этим — к неполной перекачке интенсивности в соответствующие дифракционные максимумы. При построении математической модели описанного дефлектора предполагалось, что фазовая решетка дефлектора является бесконечной и периодической, а электроды — бесконечно тонкими. Внутри и вне кристалла потенциал поля удовлетворяет уравнениям Лапласа

$$\begin{aligned} \varepsilon_x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \varepsilon_y \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \varepsilon_z \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} &= 0 && \text{внутри кристалла,} \\ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} &= 0 && \text{вне его,} \end{aligned} \quad (1)$$

где ε_x , ε_y , ε_z — составляющие диагонального тензора диэлектрической проницаемости. Методом поперечных сечений трехмерная задача сводится к двумерной граничной задаче для уравнений Лапласа с условиями сопряжения на границе кристалла [2].

Тогда система (1) превращается в систему уравнений Лапласа относительно функций u^- и u^+ , определенных соответственно в областях D_1 и D_2 (рис. 2):

$$\begin{aligned} \varepsilon_x \frac{\partial^2 u^-}{\partial x^2} + \varepsilon_y \frac{\partial^2 u^-}{\partial y^2} &= 0, && (x, y) \in D_1, \\ \frac{\partial^2 u^+}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u^+}{\partial y^2} &= 0, && (x, y) \in D_2. \end{aligned} \quad (2)$$

Ищется периодическое с периодом a решение системы с ограниченной на бесконечности производной по y для u^+ и обращаемое в нуль при $y=0$ для u^- , связанное условиями сопряжения на границе раздела областей. На одном периоде эти условия имеют вид

$$\begin{aligned} u^+ \Big|_{\substack{y=d+0 \\ |x|<l}} &= u^- \Big|_{\substack{y=d-0 \\ |x|<l}}; \\ u^+ \Big|_{\substack{y=d+0 \\ |x|>l}} &= u^- \Big|_{\substack{y=d-0 \\ |x|>l}} = \frac{u_1}{2}; \\ \varepsilon_y E_y^- \Big|_{\substack{y=d-0 \\ |x|<l}} &= E_y^+ \Big|_{\substack{y=d+0 \\ |x|<l}}; && E_y = \frac{\partial u}{\partial x}. \end{aligned}$$

Решение задачи ищется в виде разложения в ряд. Коэффициенты разложения определяются из системы функциональных уравнений, решение которой сводится к численному решению задачи Римана — Гильберта. Фазовая задержка определялась по формуле

$$\Gamma(x, y) = \alpha \int_0^z E_y dz,$$

где E_y — составляющая напряженности поля, перпендикулярная на-

правлению падения света, $E_y = \partial u / \partial y$, α — коэффициент, зависящий от параметров устройства и длины волны падающего света.

Аналогично работе [1] расчеты проводились для диэлектрического дефлектора с электрооптическим управлением на кристалле LiNbO_3 с $\epsilon_x = 78$, $\epsilon_y = 32$, $a = 0,3$ см, $L = 1,2$ см, $2d = 0,03$ см.

В работе [2] приведены кривые зависимости фазовой задержки от x для различных y , причем если в центральной части кривой, т. е. при x/a , меняющемся от 0,2 до 0,8, фазовая задержка по всей толщине кристалла практически совпадает с идеальной, то вблизи острия электродов она имеет существенное искажение. Поскольку интенсивность дифрагированного луча, бесконечно тонкого в направлении оси O_y , может быть записана в виде

$$I(y, \rho) = \frac{I_0}{N^2} \left[\frac{\sin(Nkpa/2)}{\sin(kpa/2)} \right]^2 \int_0^a \exp[i\beta x + \Gamma(x, y)] dx,$$

где I_0 — интенсивность в нулевом максимуме, N — число элементов в решетке, $\rho = \sin \theta$, θ — угол дифракции, $\beta = (2\pi/\lambda)\rho$, $\Gamma(x, y)$ — фазовая задержка, то отклонение вблизи электродов фазовой задержки от идеальной влечет потери при перекачке интенсивности в дифракционные максимумы. Таким образом, ставится задача оптимизации формы электрода «блестящей» решетки, улучшающей основные характеристики дефлектора, в особенности I/I_0 .

Будем искать решение экстремальной задачи минимизации на множестве допустимых контуров эшеллета ψ :

$$\Phi(\psi) = \left[\int_0^a (\Gamma_\psi(x, y) - \Gamma_0(x, y))^2 dx \right]^{(1/2)},$$

где Γ_0 — идеальная фазовая задержка, причем y берется равным нулю, так как в середине кристалла искажение фазовой задержки наиболее значительно. Таким образом, форма электрода определяется из условия минимальности отклонения фазовой задержки от идеальной при $y=0$.

В качестве множества допустимых контуров рассмотрим пространство «комбинированных» сплайнов, строящихся по следующему принципу: разделим период решетки (рис. 3), т. е. отрезок от нуля до a ,

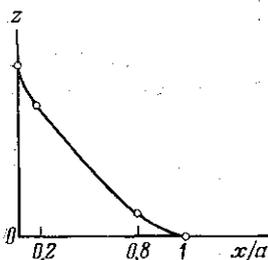


Рис. 3

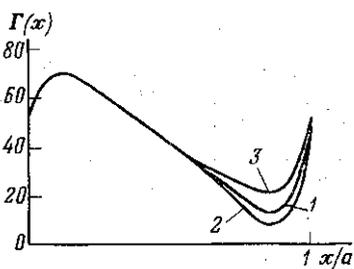


Рис. 4

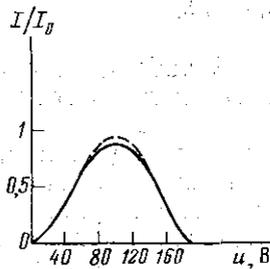


Рис. 5

на три части: центральную, от $0,2 x/a$ до $0,8 x/a$, на которой форма оптимального электрода совпадает с традиционной, и две крайние части, от нуля до $0,2 x/a$ и от $0,8 x/a$ до x/a , на которых форма электрода приближается квадратичной параболой с условием гладкого сопряже-

ния в граничных точках. Следовательно, каждая из этих двух парабол имеет два фиксированных коэффициента и один, подлежащий оптимизации. То есть необходимо найти два коэффициента h_1 и h_2 , при которых функционал Φ имеет минимум. В качестве этих коэффициентов берутся коэффициенты при старшей степени квадратичного многочлена, причем h_1 соответствует нижнему острию электрода (вблизи оси Ox), а h_2 — верхнему.

Для физической интерпретируемости задачи потребуем, чтобы $|h_1|$ и $|h_2|$ были ограничены, тогда исходная вариационная задача нахождения оптимальной в смысле квадратичной невязки кривой сводится к задаче поиска экстремума на замкнутой ограниченной области пространства L_2 . В работе [2] было показано, что система уравнений (2) имеет, и притом единственное, решение. Учитывая непрерывную зависимость решения от начальных данных в возникающих при использовании метода поперечных сечений краевых задачах, мы получаем непрерывную зависимость решения нашей задачи от начальных данных, т. е. от формы контура эшелетта. Таким образом, существует решение экстремальной задачи, так как функция Φ в силу непрерывности на компакте достигает своего минимума на этом компакте. Вопрос о единственности этого минимума остается открытым.

На основании комбинированного аппроксимационно-градиентного метода рассчитываются оптимальные значения коэффициентов h_1 и h_2 , определяющих форму электрода решетки. Ошибки в расчетах допущались не свыше 0,5%.

На рис. 4 представлены графики $\Gamma(x)$ при $y=0$ в оптимизированном (1: $h_1=130$; 2: $h_1=390$) и неоптимизированном (3) случаях. Численный эксперимент показал, что нижний край электрода является более значимым в процессе искажения фазовой задержки, в силу чего коррекция его формы при оптимизации более существенна, чем коррекция формы другого острия. На рис. 4 приведен случай коррекции только нижнего острия электрода.

$h_1; h_2$		$y = 0$	$y = \frac{2d}{5}$	$y = 2 \frac{2d}{5}$	$y = 3 \frac{2d}{5}$	$y = 4 \frac{2d}{5}$
Оптимизированный ($h_1 = 130, h_2 = 80$)	случай	0,756	0,771	0,813	0,886	0,972
Неоптимизированный ($h_1 = 0, h_2 = 0$)	случай	0,724	0,736	0,773	0,844	0,942

В таблице приведены значения коэффициентов перекачки интенсивности для оптимизированной формы электрода (1-я строка) и неоптимизированной (2-я строка) в первый максимум для различных слоев по $y: y = 2id/5, i=0, 1, 2, 3, 4$. На рис. 5 представлены результаты оптимизации для случая, когда толщина луча света сопоставима с толщиной кристалла, и вследствие этого зависимость I/I_0 перекачки интенсивности в 1-й максимум от напряжения u , измеряемого в вольтах, рассматривается для усредненного значения по всей толщине кристалла, соответствующего гауссову закону распределения (сплошная линия — неоптимизированный случай, пунктир — оптимизированный).

В заключение отметим, что хотя в качестве критерия оптимальности использовалась близость фазовой задержки в середине кристалла к идеальной, возможно считать критерием и максимальность перекачки интенсивности в желаемый дифракционный максимум, при этом вид коррекции формы электрода принципиально не изменится.

Таким образом, проведенная оптимизация формы электродов дает возможность увеличить процент перекачки интенсивности света из одного дифракционного максимума в другой. Однако это увеличение не превышает 5%.

Автор благодарит Е. Р. Мустель и А. Г. Свешникова за внимание к работе и обсуждение результатов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Дианова В. А. и др. // Радиотехн. и электроника. 1982. 27, № 10. С. 2016.
[2] Шапкина Н. Е. // Вестн. Моск. ун-та. Вычислит. матем. и кибернетика. 1983. № 1. С. 11. [3] Дианова В. А., Кузнецов А. П., Мустель Е. Р. // Квант. электроника. 1980. 7, № 3. С. 649.

Поступила в редакцию
16.10.87

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1989. Т. 30, № 1

АКУСТИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

УДК 535.853.22:534.29

ПРИБЛИЖЕННОЕ АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ КОЛЛИНЕАРНОЙ АКУСТООПТИЧЕСКОЙ ДИФРАКЦИИ

В. Г. Захаров, В. Н. Парыгин

(кафедра физики колебаний)

Приводится приближенное аналитическое решение уравнений коллинеарной акустооптической дифракции с учетом расходимости звукового пучка при диаметре пьезопреобразователя порядка нескольких миллиметров.

Анализ работы акустооптических фильтров и аналогичных приборов, использующих коллинеарное акустооптическое взаимодействие в оптически анизотропной среде, сводится к решению системы линейных дифференциальных уравнений для амплитуд падающей C_0 и дифрагированной C_1 световых волн. При этом граничные условия имеют вид

$$C_0(0) = 1; \quad C_1(0) = 0. \quad (1)$$

Обычно эта система уравнений решается для плоской акустической волны в пренебрежении затуханием звука [1]. В этом случае

$$\frac{dC_0}{dx} = -\frac{q}{2} C_1 e^{i\eta x}; \quad \frac{dC_1}{dx} = \frac{q}{2} C_0 e^{-i\eta x}, \quad (2)$$

где q — константа, характеризующая амплитуду звуковой волны и фотоупругие свойства среды взаимодействия, η — коэффициент синхронизма волновых векторов света и ультразвука, определяемый разностью их проекций на ось x .

В реальных приборах, однако, размеры преобразователя достаточно малы: эффективный радиус преобразователя R порядка 2—4 мм, а распределение амплитуды в пучке близко к гауссовому [2]. Учет этих обстоятельств позволяет получить для точек, расположенных на