Таким образом, проведенная оптимизация формы электродов дает возможность увеличить процент перекачки интенсивности света из одного дифракционного максимума в другой. Однако это увеличение не превышает 5%.

Автор благодарит Е. Р. Мустель и А. Г. Свешникова за внимание к работе и обсуждение результатов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Дианова В. А. и др.//Радиотехн. и электроника. 1982. 27, № 10. С. 2016. [2] Шапкина Н. Е.//Вестн. Моск. ун-та. Вычислит. матем. и кибернетика. 1983. № 1. С. 11. [3] Дианова В. А., Кузнеченко А. П., Мустель Е. Р.//Квант. электроника. 1980. 7, № 3. С. 649.

Поступила в редакцию
16.10.87

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1989. Т. 30, № 1

АКУСТИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

УДК 535.853.22:534.29

ПРИБЛИЖЕННОЕ АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ КОЛЛИНЕАРНОЙ АКУСТООПТИЧЕСКОЙ ДИФРАКЦИИ

В. Г. Захаров, В. Н. Парыгин

(кафедра физики колебаний)

Приводится приближенное аналитическое решение уравнений коллинеарной акустооптической дифракции с учетом расходимости звукового пучка при диаметре пьезопреобразователя порядка нескольких миллиметров.

Анализ работы акустооптических фильтров и аналогичных приборов, использующих коллинеарное акустооптическое взаимодействие в оптически анизотропной среде, сводится к решению системы линейных дифференциальных уравнений для амплитуд падающей C_0 и дифрагированной C_1 световых волн. При этом граничные условия имеют вид

$$C_0(0)=1; \quad C_1(0)=0. \tag{1}$$

Обычно эта система уравнений решается для плоской акустической волны в пренебрежении затуханием звука [1]. В этом случае

$$\frac{dC_0}{dx}=-\frac{q}{2}C_1e^{j\eta x}; \quad \frac{dC_1}{\partial x}=\frac{q}{2}C_0e^{-j\eta x}, \tag{2}$$

где q — константа, характеризующая амплитуду звуковой волны и фотоупругие свойства среды взаимодействия, η — коэффициент синхронизма волновых векторов света и ультразвука, определяемый разностью их проекций на ось x.

В реальных приборах, однако, размеры преобразователя достаточно малы: эффективный радиус преобразователя R порядка 2—4 мм, а распределение амплитуды в пучке близко к гауссовому [2]. Учет этих обстоятельств позволяет получить для точек, расположенных на

оси пучка, систему уравнений, описывающих коллинеарное взаимодействие света с ультразвуком:

$$\frac{dC_0}{\partial x} = -\frac{q}{2\sqrt{1+G^2x^2}} C_1 \exp\{-\alpha x + j[-\operatorname{arctg}(Gx) + \eta x]\},$$
$$\frac{\partial C_1}{dx} = \frac{q}{2\sqrt{1+G^2x^2}} C_0 \exp\{-\alpha x - j[-\operatorname{arctg}(Gx) + \eta x]\}, \tag{3}$$

где α — коэффициент затухания ультразвука, а G выражается через акустическое волновое число K и радиус преобразователя R по формуле $G=2/(KR^2)$.

Точное аналитическое решение системы (3) неизвестно. В практически важном диапазоне работы акустооптических приборов частота звука составляет сотни мегагерц, скорость звука — тысячи метров в секунду, а диаметр преобразователя — несколько миллиметров. В этом случае $G \simeq 0{,}01$—$0{,}05$ см$^{-1}$, поэтому $Gx<1$ для $x<20$ см.

При $Gx<1$ для функций $\operatorname{arctg}(Gx)$ и $(1+G^2x^2)^{-1/2}$ применимо разложение в ряд Тейлора. Ограничиваясь членами $\sim 0{,}1$ и пренебрегая затуханием звука в кристалле, приведем систему (4) к уравнению второго порядка для C_1:

$$\frac{d^2C_1}{dx^2} + j(\eta - G)\frac{dC_1}{dx} + \frac{q^2}{4}(1-G^2x^2)C_1 = 0, \tag{4}$$

которое заменой

$$C_1(x) = y(\xi)\exp\left[\frac{\xi^2}{4} - j\frac{1}{2}\sqrt{\frac{G}{q}}\left(\frac{\eta}{G}-1\right)\xi\right], \text{ где } \xi = x\sqrt{qG},$$

приводится к уравнению

$$\frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} + \xi y + 2(1-A)y = 0, \tag{5}$$

в котором

$$A = \frac{3}{4} - \frac{1}{8}\left[\frac{q}{G} + \frac{(\eta-G)^2}{qG}\right] \equiv \frac{3}{4} - \frac{1}{8}a. \tag{6}$$

Общее решение уравнения (5) может быть выражено [3] через вырожденную гипергеометрическую функцию ${}_1F_1(c, b; z)$ в виде

$$y = B_1\,{}_1F_1\left(1-A, \frac{1}{2}; -\frac{\xi^2}{2}\right) + jB_2\frac{\xi}{\sqrt{2}}\,{}_1F_1\left(\frac{3}{2}-A, \frac{3}{2}; -\frac{\xi^2}{2}\right). \tag{7}$$

Учет граничных условий (1) приводит к следующим значениям констант B_1 и B_2:

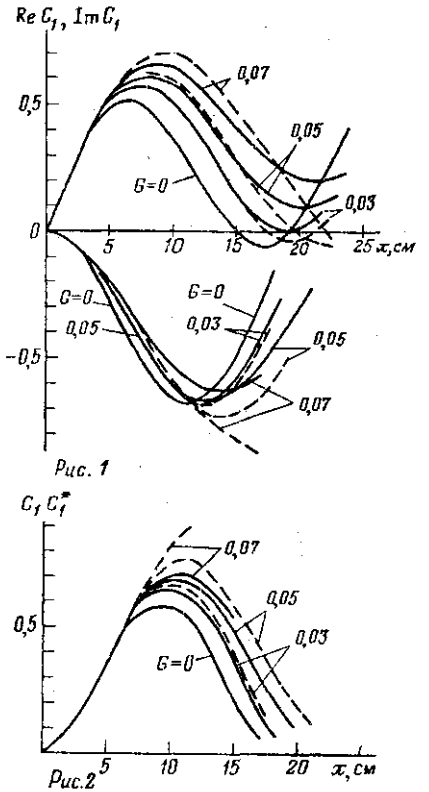
$$B_1 = 0; \quad B_2 = -j\sqrt{\frac{q}{2G}}. \tag{8}$$

Применяя формулу Куммера ${}_1F_1(c, b; z) = e^z\,{}_1F_1(b-c, b; -z)$ и возвращаясь к исходным переменным, получим $C_1(x)$ в виде

$$C_1(x) = \frac{q}{2}x\,{}_1F_1\left(A, \frac{3}{2}; \frac{x^2qG}{2}\right)\exp\left[-\frac{x^2qG}{4} - j\frac{x}{2}(\eta-G)\right]. \tag{9}$$

На рис. 1 и 2 показаны зависимости от x амплитуды C_1 и интенсивности $C_1C_1^*$ дифрагированной волны, следующие из формулы (9), а также рассчитанные на ЭВМ ЕС-1010 (непосредственное численное

решение системы уравнений (3)). Сравнение графиков показывает, что в практически важной области изменения параметра G предлагаемое решение обеспечивает хорошее приближение и потому может быть использовано для расчетов основных характеристик акустооптических приборов.



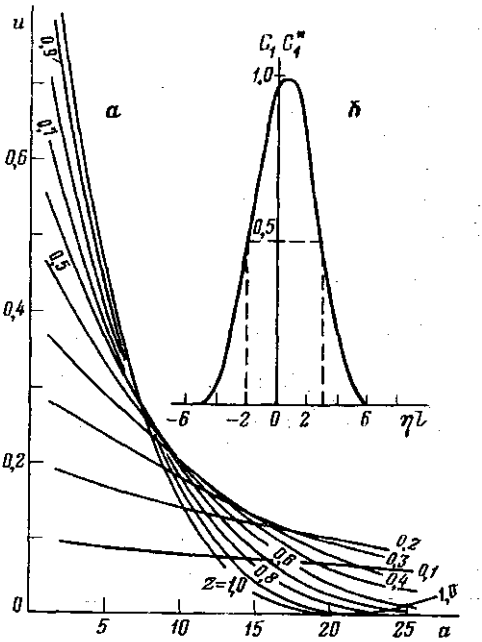


Рис. 1. Зависимость от x действительной (верхняя полуплоскость) и мнимой (нижняя полуплоскость) части амплитуды C_1 дифрагированной волны при $q=0{,}25$ см$^{-1}$, $\eta=0{,}21$ см$^{-1}$, $\alpha=0$. Значения G в см$^{-1}$ указаны у кривых. Сплошные кривые — расчет на ЭВМ, пунктир — расчет по формуле (9)

Рис. 2. Зависимость от x интенсивности $C_1C_1^*$ дифрагированной волны для случая, представленного на рис. 1.

Рис. 3. Функция интенсивности $u=f(a)$ при фиксированных z (цифры у кривых) — a и профиль интенсивности $C_1C_1^*=f(\eta l)$ — $б$

Заметим, что решение может также быть представлено через функции Уиттекера или функции параболического цилиндра, а при целых значениях A — через полиномы Эрмита. Однако наличие надежных таблиц функции ${}_1F_1(c, b; z)$ в рабочем диапазоне значений параметров (см., напр., [4]) делает формулу (9) наиболее удобной.

В качестве одного из приложений этой формулы рассмотрим применение ее для расчета полосы пропускания акустооптического фильтра, которая при данном значении длины области взаимодействия $x=l$ определяется [1] величиной $\Delta(\eta l)$, соответствующей спаду максимальной интенсивности дифрагированного излучения на 50%. Введем функ-

цию интенсивности $u \equiv 2\,GC_1C_1^*/q = ze^{-z}[{}_1F_1(A,\ 3/2;\ z)]^2$, где $z \equiv x^2qG/2$. Нетрудно видеть, что в диапазоне значений $0<z<1$, который соответствует рабочей области фильтра, функция ${}_1F_1(A,\ 3/2;\ z)$ при фиксированном z монотонно возрастает с ростом A. Поэтому при заданных q, G и $x=l$ максимальное значение параметра и достигается при $\eta=G$.

На рис. 3, *а* дан график зависимости функции u от аргумента a, который связан с A линейной зависимостью (6). При этом каждая кривая графика соответствует фиксированному значению z, указанному возле кривой. Пользуясь этим графиком, легко построить профиль распределения интенсивности $C_1C_1^*$ по параметру ηl, определяющий полосу пропускания (рис. 3, *б*).

Пусть, например, $q=0{,}32$ см$^{-1}$ и $G=0{,}05$ см$^{-1}$ (т. е. $q/G=6{,}4$), тогда для сечения $l=10$ см получаем значение $z=0{,}8$. Максимальное значение u (а также и $C_1C_1^*$) достигается при $\eta=G$ и находится непосредственно из графика кривой $z=0{,}8$ по абсциссе 6,4. При этом $u_{\max}=0{,}32$. Определяем, пользуясь той же кривой, по ординате 0,16 (т. е. 50% от $u_{\max}$) значение $a=10{,}8$. Таким образом, $(\eta l)_1=3{,}2$ и $(\eta l)_2=-2{,}2$. Следовательно, $\Delta(\eta l)=(\eta l)_1+|(\eta l)_2|=5{,}4$. Действуя этим же путем, получаем весь профиль распределения $C_1C_1^*=f(\eta l)$, представленный на рис. 3, *б*.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Волошинов В. Б., Парыгин В. Н.//Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1980. 21, № 1. С. 90. [2] Виноградова М. Б., Руденко О. В., Сухоруков А. П. Теория волн. М., 1979. [3] Murphy G. Ordinary differential equations. Princeton, 1960. [4] Справочник по специальным функциям/Под ред. М. Абрамовица и И. Стиган. М., 1979.

Поступила в редакцию
22.06.87

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1989. Т. 30, № 1

УДК 535.211:621.315

ТЕРМОУПРУГАЯ ГЕНЕРАЦИЯ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН В ПРОЦЕССЕ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИФФУЗИИ ФОТОВОЗБУЖДЕННОЙ ЭЛЕКТРОННО-ДЫРОЧНОЙ ПЛАЗМЫ

В. Э. Гусев

(кафедра общей физики и волновых процессов)

Исследована возможность оптоакустического определения длины диффузии неравновесной электронно-дырочной плазмы в полупроводнике.

Генерация звука в процессе гидродинамического расширения электронно-дырочной (ЭД) плазмы изучалась в работах [1—3]. Результаты исследований [1, 3] указывают на то, что уже при сравнительно небольших концентрациях фотовозбужденных ЭД пар вблизи поверхности полупроводника фронт движущейся плазмы может преодолевать звуковой барьер. Поэтому при достаточно больших интенсивностях оптического воздействия расширение ЭД плазмы в глубь кристалла происходит со скоростями, существенно превышающими скорость звука. Однако увеличение концентрации неравновесных носителей приводит к уменьшению времени их рекомбинации τ. Конечность времени