ГЕОФИЗИКА

УДК 551.501

АНАЛИТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПОЛИДИСПЕРСНОГО КОЭФФИЦИЕНТА ОБРАТНОГО РАССЕЯНИЯ ДЛЯ ЗАДАЧ ЛАЗЕРНОЙ ДИАГНОСТИКИ АТМОСФЕРНОГО АЭРОЗОЛЯ

В. Л. Бойченко, Т. Б. Разумихина, В. И. Рождественская, А. И. Холодных

(кафедра общей физики и волновых процессов)

Приводится приближенное аналитическое выражение для полидисперсного коэффициента обратного рассеяния, полученное путем аппроксимации точной индикатрисы обратного рассеяния Ми с учетом реальных функций распределения частиц по размерам.

Практические трудности использования лазерной диагностики для контроля атмосферных загрязнений связаны с отсутствием приемлемых методов обработки лазерного сигнала в реальном масштабе времени (непосредственно во время измерений на борту лазерной станции). Хорошо известные методы обращения результатов зондирования, основанные на расчетах по точным формулам Ми (методы статистической регуляризации или интерполяции [1, 2] и др.), не могут быть использованы в данном случае, так как для получения устойчивых и физически разумных решений они требуют очень точных измерений оптических параметров и больших вычислительных мощностей [3].

Кроме этого, обычно используемое априорное введение лидарного отношения, т. е. связи коэффициентов объемного β и обратного β_π рассеяния [1], может приводить к неправильным результатам при обработке принимаемого сигнала.

Применение самосогласованных моделей коэффициентов объемного и обратного рассеяния позволяет снизить вычислительные затраты, а также учесть изменения такой важной характеристики, как лидарное отношение. В работе [4] была описана аналитическая модель для коэффициента объемного рассеяния β в предположении гамма-распределения частиц по размерам:

$$f(\rho) = \frac{2\alpha N}{\mu!} a^{\mu+1} e^{-a\rho} \rho^{\mu}, \qquad a = (\mu+1)/\bar{\rho}; \quad \rho = 2\alpha r = 4\pi(n-1) r/\lambda, \tag{1}$$

где λ — длина волны зондирования в мкм; r — радиус частицы в мкм; $\bar{\rho}$ — средний безразмерный радиус; μ — величина, характеризующая ширину распределения; N — концентрация частиц в см$^{-3}$.

Целью настоящей работы являлось построение согласованной с [4] аналитической модели для коэффициента обратного рассеяния:

$$\beta_\pi(\lambda) = \frac{\lambda^2}{4\pi^2} \int_{\rho_1}^{\rho_2} i_\pi(\rho, \lambda) f(\rho)\, d\rho, \tag{2}$$

где $i_\pi(\rho)$ — индикатриса обратного рассеяния, согласно теории Ми.

На рис. 1 изображен вид функций $i_\pi(\rho)$ для $n=1{,}5$ из [5] и $f(\rho)$ для двух значений $\mu=1$ и 8 при $\bar{\rho}=30$. Из различия в частотных ха-

рактеристиках этих функций следует, что высокочастотные колебания $i_\pi(\rho, \lambda)$ при интегрировании в (2) могут быть сглажены по нескольким периодам, не превышающим ширины $f(\rho)$. Таким образом, для расчета коэффициента обратного рассеяния $\beta_\pi(\lambda)$ достаточно вместо быстро осциллирующей функции $i_\pi(\rho, \lambda)$ взять сглаженную функцию $i_\pi^*(\rho, \lambda)$. В силу большой сложности аппроксимации этой функции во всей области значений ρ выберем ту область значений ρ, в которой необходимо получить максимальную точность аппроксимации. Для этого оценим зависимость интеграла $J = \int_{\rho_1}^{\rho_2} f(\rho)\, d\rho$ от величины пределов интегрирования ρ_1 и ρ_2. Исследования показали, что $\Delta J = (J_0 - J)/J_0$, где $J_0 = \int_0^\infty f(\rho)\, d\rho$, не превышает 10% при $\rho_1 < 0{,}63\bar{\rho}$, $\rho_2 \geqslant 3{,}75\bar{\rho}$ для любых $\mu \geqslant 1$. Отсюда следует, что задача построения аналитической модели для β_π сводится к аппроксимации функции $i_\pi(\rho)$ прежде всего в интервале значений параметра ρ: $0{,}63\bar{\rho} \leqslant \rho \leqslant 3{,}75\bar{\rho}$.

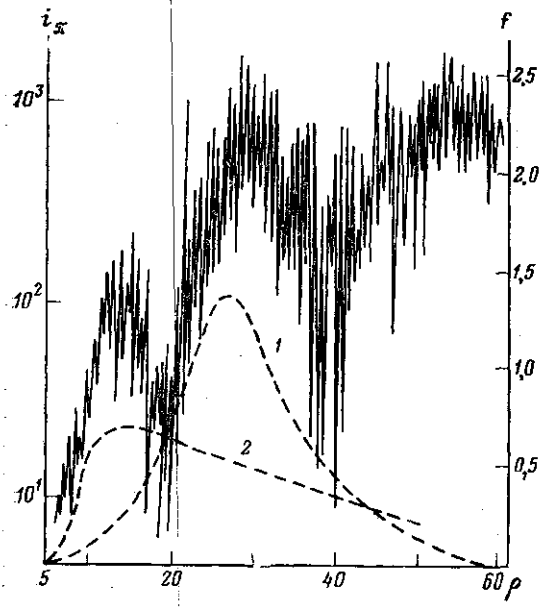

Рис. 1. Индикатриса обратного рассеяния i_π для показателя преломления $n=1{,}5$ из [5] (сплошная кривая) и гамма-распределение частиц по размерам f (пунктир): $\bar{\rho}=30$, $\mu=8$ (1) и 1 (2)

При решении данной задачи нами были рассмотрены разнообразные варианты функциональных зависимостей. Мы стремились: во-первых, достичь максимальной точности вычисления β_π с помощью полученной аппроксимации; во-вторых, построить функцию, допускающую аналитическое представление интеграла (2); в-третьих, выполнить первые два условия для возможно более широкого диапазона изменения параметров частиц.

В результате многочисленных расчетов было получено аналитическое представление сглаженной индикатрисы обратного рассеяния для показателя преломления $n=1{,}5$ в следующем виде:

$$i_\pi^*(\rho) = C_1(\rho + C_2)^2 [n + C_5 \sin(C_3\rho + C_4)]. \qquad (3)$$

Функция $i_\pi^*(\rho)$ имеет две области определения, зависящие от значения параметра ρ. Соответствующие значения констант C_1, C_2, C_3, C_4 и C_5 представлены в таблице. Вид функций $i_\pi^{(1)}(\rho)$ и $i_\pi^{(2)}(\rho)$ для $n=1{,}5$ показан на рис. 2. Здесь же приведен вид точной функции Ми, усредненной в интервале $\Delta\rho=2$. Численные значения коэффициентов C_i ($i=1, 2, 3, 4, 5$) и точное значение точки перехода от $i_\pi^{(1)}(\rho)$ к $i_\pi^{(2)}(\rho)$ $\rho=7{,}3$ были получены из сравнения численных расчетов коэффициента обратного рассеяния по формулам (3) (β_π^a) и по точным формулам

Ми ($\beta_\pi^{Ми}$). Ошибка полученной аппроксимации (3): $\Delta = |\beta_\pi^a - \beta_\pi^{Ми}|/\beta_\pi^{Ми}$ в зависимости от параметра $\bar{\rho}$ представлена на рис. 3. Из графиков следует, что ошибка вычисления β_π не превышает 10% для $i_\pi^{(1)}$ в интервале $2<\bar{\rho}\leqslant 7{,}3$ и для $i_\pi^{(2)}$ в интервале $7{,}3<\bar{\rho}<30$. Заметим, что эти интервалы изменения $\bar{\rho}$ охватывают практически весь диапазон оптически активных частиц ($0{,}2<\bar{r}<3{,}0$ мкм) при зондировании в видимой и ближней ИК областях спектра. Полученная аппроксимация позволяет получить аналитическое выражение для коэффициента обратного рассеяния β_π, что весьма важно для оперативной обработки информации.

Аппроксимирующие коэффициенты для индикатрисы обратного рассеяния при различных параметрах $\bar{\rho}$

Область изменения $\bar{\rho}$	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
$\bar{\rho}\leqslant 7{,}3$	0,45	—0,7	0,37	1,16	1,22
$\bar{\rho}>7{,}3$	0,32	1,0	0,30	—0,9	1,00

Подставляя в уравнение (2) выражения для ядра (3) и функции распределения (1) и используя табличные интегралы Эйлера [6], после достаточно громоздких необходимых преобразований получим ана-

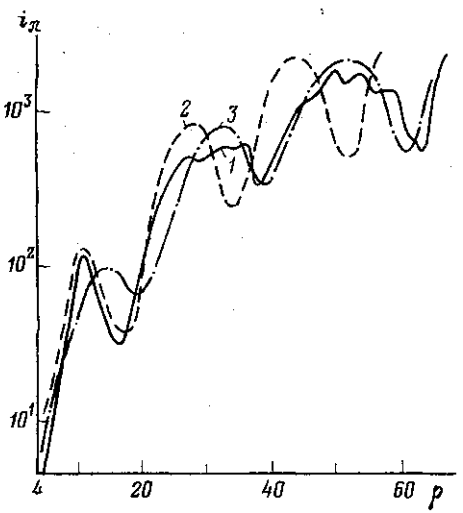

Рис. 2. Вид усредненной функции Ми для индикатрисы обратного рассеяния (*1*) и аппроксимированных функций $i_\pi^{(1)}(\rho)$ (*2*) и $i_\pi^{(2)}(\rho)$ (*3*)

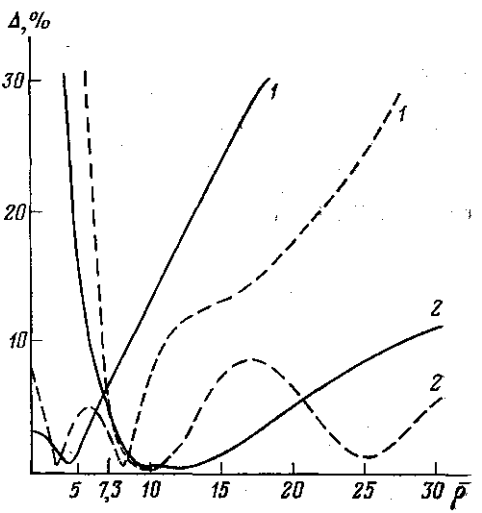

Рис. 3. Зависимость ошибки аппроксимации Δ от $\bar{\rho}$: $i_\pi^{(1)}(\rho)$ (*1*) и $i_\pi^{(2)}(\rho)$ (*2*); $\mu=1$ (сплошные линии) и 8 (пунктир)

литическую зависимость для полидисперсного коэффициента обратного рассеяния:

$$\beta_\pi = B_1 C_1 \{n[\gamma(\mu+2) + 2C_2\gamma(\mu+1) + C_2^2\gamma(\mu)] +$$

$$+ C_5[\zeta(\mu+3) + 2C_2\zeta(\mu+2) + C_2^2\zeta(\mu+1)]\}; \qquad (4)$$

$$\gamma(\nu) = \nu!\ a^{-(\nu+1)}; \quad \theta = \operatorname{arctg}(C_3/a);$$

$$\zeta(\nu) = \frac{(\nu-1)!}{(a^2+C_3^2)^{\nu/2}} [\cos C_4 \sin(\nu\theta) + \sin C_4 \cos(\nu\theta)];$$

$$B_1 = \frac{\lambda^2}{4\pi^2} \cdot \frac{N}{\mu!} a^{\mu+1}.$$

Ограничением модели является отсутствие учета поглощения. Данный вопрос, касающийся отдельной частицы, подробно изложен в [7].

Настоящую работу следует рассматривать как первый этап исследований по разработке алгоритмов обработки сигналов обратного рассеяния для оперативного контроля аэрозольных загрязнений. Использование полученной в данной работе модели (4) для β_π в совокупности с аналитическим выражением для β, приведенным в [4], позволяет отказаться от априорной информации об изменении лидарного отношения вдоль трассы зондирования, что существенно уменьшает неопределенность в оценке микрофизических параметров атмосферного аэрозоля.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Зуев В. Е., Наац И. Э. Обратные задачи лазерного зондирования атмосферы. Новосибирск, 1982. С. 3—48, 56—80. [2] Турчин В. Ф., Козлов В. П., Малкевич М. С.//УФН. 1970. **102**, № 3. С. 345. [3] Шифрин К. С., Перельман А. Я.//Опт. и спектр. 1963. **15**, № 4. С. 533; № 5. С. 667; № 6. С. 803; 1964. **16**, № 1. С. 117. [4] Рождественская В. И.//Тр. Ин-та прикл. геофизики. 1977. № 32. С. 66. [5] Giese R. H., Bary E. de, Bullrich V., Vinnemann C. D. Tabellen der Streufunktionen und des Strenquerschnittes Homogener Kügelchen nach der Mieschen Theorie. Berlin: Akad. Verlag, 1961. [6] Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. М., 1959. Т. 2. [7] Дейрменджан Д. Рассеяние электромагнитного излучения сферическими полидисперсными частицами. М., 1971.

Поступила в редакцию
04.09.87