Из (9) и (10) найдем, что

$$\Delta H_0 \geqslant \frac{\hbar}{\tau} \frac{2\omega_0}{\langle\bar{\omega}\rangle}. \tag{13}$$

Следовательно, погрешность измерения ΔH_0 может быть меньше $\hbar/\tau$ только в том случае, если во время измерения $\langle\bar{\omega}\rangle > 2\omega_0$.

Соотношения (10)—(12) справедливы при условии, что в процессе измерения величина R не изменяется. В этом случае невозможно точно измерить начальное число квантов, невозможно приготовить осциллятор в состоянии с точно заданным n. Если бы время релаксации не изменялось в процессе измерения, такого предела погрешности измерения энергии не было бы [3].

Приготовить релаксирующий осциллятор в состоянии с определенным в некоторый момент времени значением n можно было бы в случае, если бы имелась возможность выключать потери (связь с нагрузкой) на время измерения. При $\tau^* = \infty$ число квантов может быть измерено точно. В момент включения потерь скачком меняется производная $i\hbar d\hat{H}_0/dt = [\hat{H}_0, \hat{V}]$, но наблюдаемая $\hat{H}_0$ остается непрерывной. Уменьшение потерь на время измерения облегчило бы также реализацию измерения, поскольку это дало бы возможность увеличить время измерения τ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Воронцов Ю. Н.//УФН. 1981. **133**. С. 351. [2] Зельдович Б. Я., Переломов А. М., Попов В. С.//ЖЭТФ. 1968. **55**. С. 589. [3] Брагинский В. Б., Халили Ф. Я. Препринт физ. фак. МГУ № 19/1987. М., 1987.

Поступила в редакцию
04.04.88

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1989. Т. 30, № 1

УДК 539.1.01

О НЕУДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОЛНОЙ ЭНЕРГИИ В ФОРМУЛИРОВКЕ ОТО НА «ПЛОСКОМ ФОНЕ»

А. А. Власов

(кафедра квантовой теории и физики высоких энергий)

Доказано на простом примере, что формулировка ОТО на «плоском фоне» не способна решить проблему энергии-импульса гравитационного поля.

В последнее время относительно широко распространилось мнение, что проблема энергии-импульса ОТО, отмеченная в работах [1—3], находит свое решение при использовании для подсчета интегральных величин ОТО фоновой плоской метрики, превращая с ее помощью стандартные псевдотензорные выражения ОТО в тензорные — так называемая формулировка ОТО на «плоском фоне», или двуметрический формализм ОТО (см., напр., [4, 5]), формализм разложения по фоновой метрике (см., напр., [6]); схожие идеи, но в неявной форме используют и авторы [7]. Поэтому имеет смысл еще раз вернуться к данному вопросу и показать несостоятельность подобного «решения» проблемы.

Действительно, коренная проблема ОТО — отсутствие интегральных законов сохранения, отсутствие ковариантного тензора энергии-импульса гравитационного поля и соответственно координатная зависимость интегральных значений энергии-импульса полной системы вещества и гравитационного поля даже для частного случая изолированного, островного распределения вещества — в формулировке ОТО на «плоском фоне» не исчезает, а просто принимает иную форму: в таком подходе соответствующие интегральные величины для энергии и импульса хотя и становятся координатно-*независимыми*, но при этом *приобретают калибровочную неинвариантность*, т. е. зависимость от произвольного, ничем не ограниченного в ОТО на «плоском фоне» выбора решений уравнений Гильберта—Эйнштейна среди некоторого их класса.

Поясним сказанное на простом примере. Пусть $\gamma_{ik} = \mathrm{diag}(1, -1, -r^2, -r^2 \sin^2\theta)$ — метрика фонового пространства — пространства Минковского, где t —

время, а r, θ, φ — стандартные сферические координаты. Возьмем два точных вакуумных статических сферически симметричных решения уравнений ОТО на «плоском фоне» — ψ_1^{ik} и ψ_2^{ik}, построенных из одной и той же метрики γ_{ik}, но с помощью разных форм $g_{1\,ik}$ и $g_{2\,ik}$ метрики искривленного пространства:

$$\psi_1^{ik} = \sqrt{g_1/\gamma}\, g_1^{ik} - \gamma^{ik}; \quad \psi_2^{ik} = \sqrt{g_2/\gamma}\, g_2^{ik} - \gamma^{ik}; \tag{1}$$

причем

$$\psi_{10}^{\;0} = \frac{1}{1-2m/r} - 1; \quad \psi_{20}^{\;0} = \frac{(1+f)^2(1+f+rf')}{1-2m/[r(1+f)]} - 1;$$

$$\psi_{1\,r}^{\;r} = -1 + \left(1 - \frac{2m}{r}\right); \quad \psi_{2\,r}^{\;r} = -1 + \frac{(1+f)^2}{(1+f+rf')}\left(1 - \frac{2m}{r(1+f)}\right);$$

$$\psi_{1\,\theta}^{\;\theta} = 0; \quad \psi_{2\,\theta}^{\;\theta} = f + rf',$$

где m — масса центрального тела, являющегося источником тяготения, $f = f(r)$ — произвольная функция с асимптотикой $f(r\to\infty)\to 0$, $f' \equiv df/dr$. При $f \equiv 0$ выполняется $\psi_1^{ik} = \psi_2^{ik}$. Как ψ_1^{ik}, так и ψ_2^{ik} удовлетворяют вакуумным уравнениям Гильберта — Эйнштейна и имеют «плоскую» асимптотику $\psi_{1,2}^{ik} \to 0$.

Вычислим полную энергию для тела массы m и его гравитационного поля, определяемого в одном случае как ψ_1^{ik}, а в другом — как ψ_2^{ik}. Воспользуемся, к примеру, ковариантным выражением из работы [5] (формула (5.7)), это выражение типично для ОТО на «плоском фоне»:

$$E = \frac{1}{16\pi} \oint dS_\beta D_\alpha (\psi^{\alpha\beta} + \gamma^{\alpha\beta}\psi^{00}) =$$

$$= \frac{1}{4} \lim_{r\to\infty} [2r(\psi_\theta^\theta - \psi_r^r) - r^2(\psi_r^r + \psi_0^0)'], \tag{2}$$

где D_α — ковариантная по γ_{ik} производная.

Подстановка ψ_1^{ik} в (2) дает

$$E = m.$$

Возьмем для функции f следующий асимптотический вид:

$$f \sim A/r^{1/2}. \tag{3}$$

Тогда подстановка ψ_2^{ik} с учетом (3) в (2) дает

$$E = m + 7A^2/16. \tag{4}$$

Так как A — произвольная постоянная, то мы получаем для величины полной энергии произвольное значение. В силу того что исходное выражение для E (2) координатно-инвариантно, ясно, что данный произвол в E не имеет ничего общего с координатным произволом. Это есть общий для формулировки ОТО на «плоском фоне» (см. также [3, 8]) произвол в выборе решения ψ^{ik} для гравитационного поля, причем, как мы видим, этот произвол сказывается на наблюдаемой физической величине — полной энергии системы E и, таким образом, ни в коей степени не является «калибровочным произволом». Чтобы его устранить в ОТО на «плоском фоне», нет никаких физических причин. Только в релятивистской теории гравитации (РТГ) (см., напр., [3, 8, 9]), в которой уравнения Гильберта—Эйнштейна дополняются ковариантными уравнениями $D_k(\sqrt{-g}\, g^{ik}) = 0$, определение гравитационного поля ψ^{ik} однозначно и в нашем случае полная система уравнений РТГ однозначно дает решение ψ_2^{ik} с $f = m/r$ в (1), что приводит, опять-таки однозначно, к следующему значению полной энергии системы: $E = m$. Таким образом, только РТГ решает проблему энергии-импульса гравитационного поля.

Автор благодарен А. А. Логунову за полезные замечания и советы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Денисов В. И., Логунов А. А.//ТМФ. 1982. **51**, № 2. С. 167. [2] Власов А. А., Денисов В. И.//ТМФ. 1982. **53**, № 3. С. 406. [3] Логунов А. А., Лоскутов Ю. М., Мествиришвили М. А.//ТМФ. 1987. **73**, № 2. С. 163. [4] Cornish F. H. J.//Proc. Roy. Soc. (London). 1965. **A** *286*. P. 270; Persides S.//Gen. Relat. and Grav. 1979. **10**, N 7. P. 609; Барвинский А. О., Пономарев В. Н.//Аналогии гравитационных и электромагнитных полей. М., 1985. С. 41. [5] Grishchuk L. P., Petrov A. N., Popova A. D.//Comm. Math. Phys. 1984. **94**. P. 379. [6] Abbott L. F., Deser S.//Nucl. Phys. 1982. **B195**. P. 76. [7] Бичак И., Руденко В. Н. Гравитационные волны в ОТО и проблема их обнаружения. М., 1987. [8] Власов А. А.//Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1988. **29**, № 1. С. 87. [9] Логунов А. А., Власов А. А.//ТМФ. 1984. **60**, № 1. С. 3; Власов А. А., Логунов А. А., Мествиришвили М. А.//ТМФ. 1984. **61**, № 3. С. 323.

Поступила в редакцию
03.05.88

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1989. Т. 30, № 1

УДК 530.12

ГРАВИТАЦИОННЫЕ СИНГУЛЯРНОСТИ ТИПА КАУСТИК

Г. А. Сарданашвили, Э. Г. Тимошенко

(кафедра теоретической физики)

Описывается новый тип гравитационных сингулярностей, представляющих собой каустики пространственно-временных слоений.

Описание гравитационных сингулярностей как особенностей пространственно-временных слоений [1—3] позволяет в отличие от других методов установить структуру этих сингулярностей. В данной работе рассматриваются каустики пространственно-временных слоений.

Имеет место диаграмма

$$\begin{array}{ccc} GL(4,\ R) & \to & SO(4) \\ \downarrow & & \downarrow \\ SO(3,\ 1) & \to & SO(3) \end{array}$$

редукции структурной группы касательного расслоения $T(X^4)$ над гладким ориентируемым паракомпактным многообразием X^4, допускающим гравитационное поле g как глобальное сечение расслоения псевдоевклидовых билинейных форм в касательных пространствах к X^4. В силу этой диаграммы всякое гравитационное поле на многообразии X^4 определяет некоторое гладкое ориентируемое пространственно-временное распределение F 3-мерных пространственноподобных (относительно g) гиперплоскостей касательных пространств к X^4, задаваемое уравнением $h^0(F)=0$, где $h^0=h_\mu{}^0dx^\mu$ — тетрадная форма поля g. Обратно, всякое 3-мерное гладкое ориентируемое распределение на X^4 является пространственно-временным относительно некоторого гравитационного поля [2, 3].

Распределение F называется интегрируемым (слоением), если его производящая форма h^0 удовлетворяет уравнению $h^0\wedge dh^0=0$. В этом случае многообразие X^4 расслаивается на 3-мерные пространственноподобные гиперповерхности такие, что слои распределения F являются касательными пространствами к этим гиперповерхностям. Пространственно-временное слоение считается причинным, если $h^0=Ndf$, где N и f — вещественные функции на X^4 такие, что $N\neq 0$ и $df\neq 0$ всюду на X^4.

Соответствие между гравитационными полями и пространственно-временными распределениями на многообразии X^4 позволяет описывать гравитационные сингулярности как особенности таких распределений. Поскольку всякое регулярное гравитационное поле локально допускает причинное слоение, особенности распределений можно описывать как особенности причинных слоений в терминах производящих функций f. Выделяются два типа таких особенностей.

1. Производящая функция f однозначна, но обладает критической точкой, где $df=0$. Она порождает хефлигеровскую структуру (сингулярное слоение) поверхностей