

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Буймистряк Г. Я., Ваваев В. А., Волошинов В. Б. и др. // Исследование Земли из космоса. 1985. № 5. С. 67. [2] Балакший В. И., Парыгин В. Н., Чирков Л. Е. Физические основы акустооптики. М., 1985. [3] Беликов И. Б., Буймистряк Г. Я., Волошинов В. Б. и др. // Письма в ЖТФ. 1984. 10, № 20. С. 1225. [4] Booth R. C., Findlay D. // Optical and Quantum Electronics. 1982. 14. P. 413.

Поступила в редакцию  
20.05.88

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1989. Т. 30, № 1

УДК 621.384.612

### ВЫНУЖДЕННОЕ ОНДУЛЯТОРНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ТРУБЧАТОГО ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА

Ю. И. Богданов

(кафедра общей ядерной физики)

С учетом дифракции рассмотрена структура поля излучения трубчатого электронного пучка в лазере на свободных электронах высокого усиления.

Использование сильноточных трубчатых электронных пучков для получения высокого усиления в лазере на свободных электронах позволяет благодаря относительно малой толщине стенок ослабить жесткие требования к однородности поля ондулятора.

Использованный до сих пор подход (см., напр., [1]) основан на представлении о генерации мод пустого волновода. Такое приближение справедливо только для длинноволнового излучения, когда  $\lambda L/2\pi \gg a^2$ , где  $\lambda$  — длина волны излучения,  $L$  — расстояние, на котором амплитуда волны излучения возрастает в  $e$  раз,  $a$  — радиус волновода.

В противоположном случае, когда  $\lambda L/2\pi \ll a^2$ , невозможно рассматривать возбуждение различных мод волновода независимо друг от друга. Физически это означает необходимость перехода к рассмотрению мод, структура которых полностью определяется электронным пучком, но не волноводом.

Решению этой задачи для случая трубчатого пучка с бесконечно тонкими стенками и посвящена настоящая работа. Отметим, что моды излучения, связанные со сплошными пучками, уже изучались в ряде работ (см., напр., [2, 3]). Рассматриваемые здесь электромагнитные волны можно классифицировать как поверхностные по отношению к стенке электронного пучка.

Плотность заряда релятивистского трубчатого пучка радиуса  $R$  с бесконечно тонкими стенками определяется выражением

$$\omega_p^2(r) = \frac{2Ic^2}{I_A R} \delta(r - R), \quad (1)$$

где  $\omega_p = (4\pi ne^2/m)^{1/2}$  — плазменная частота,  $n$  — концентрация электронов,  $e$  и  $m$  — заряд и масса электрона,  $c$  — скорость света в вакууме,  $I$  — полный ток пучка,  $I_A = 17$  кА — ток Альфвена.

Зависимость поля излучения от времени и продольной координаты  $z$  пропорциональна  $\exp(i(kz - \omega t))$ , где  $k$  — в общем случае комплексное число. В случае, который здесь рассматривается, можно воспользоваться скалярным приближением для поля излучения, пренебрегая поляризационными поправками. При этом электромагнитная волна считается чисто поперечной, а электрическое поле параллельным вектору поперечной ондуляторной скорости: например, в случае спирального ондулятора, который и будем рассматривать для определенности, поляризация волны излучения является круговой.

В линейном приближении уравнение для комплексной амплитуды поля излучения в цилиндрических координатах имеет вид (предполагается аксиальная симметрия) [3]

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial E}{\partial r} \right) + \left[ \frac{\omega^2}{c^2} - k^2 - \frac{I \omega^2 \beta_{\perp}^2 \delta(r-R)}{I_A R \gamma \gamma_z^2 (\omega - (k + k_0) v_z)^2} \right] E = 0, \quad (2)$$

где  $\beta_{\perp}$  — амплитуда безразмерной поперечной ондуляторной скорости,  $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$ ,  $\gamma_z = (1 - v_z^2/c^2)^{-1/2}$ ,  $v$  и  $v_z$  — полная и продольная скорости электрона (в пренебрежении полем излучения),  $k_0 = 2\pi/l$  — волновое число ондулятора,  $l$  — период ондулятора.

Поле удовлетворяет свободному волновому уравнению везде, кроме особой точки  $r=R$ , поэтому влияние электронного пучка учитывается граничными условиями, которые получаются путем интегрирования уравнения (2) по  $r$  в малом интервале вблизи особой точки. В результате оказывается, что поле непрерывно при  $r=R$ , а его производная терпит разрыв в соответствии с выражением

$$E'(R+0) - E'(R-0) = \frac{I \omega^2 \beta_{\perp}^2 E(R)}{I_A R \gamma \gamma_z^2 (\omega - (k + k_0) v_z)^2}. \quad (3)$$

Решения свободного волнового уравнения выразим через модифицированные функции Бесселя. Ограниченные при  $r=0$  и  $r \rightarrow \infty$  решения имеют вид

$$E(r) = C I_0(vr/R), \quad r < R, \quad (4)$$

$$E(r) = C \frac{I_0(v)}{K_0(v)} K_0(vr/R), \quad r \geq R, \quad (5)$$

где  $v = (k^2 - \omega^2/c^2)^{1/2} R$ ,  $C$  — произвольная постоянная.

Выражения (4), (5) уже удовлетворяют условию непрерывности поля, поэтому остается удовлетворить условию для скачка производной (3). В результате получим дисперсионное уравнение

$$\frac{I \omega^2 \beta_{\perp}^2 I_0(v) K_0(v)}{I_A \gamma \gamma_z^2 (\omega - (k + k_0) v_z)^2} + 1 = 0. \quad (6)$$

Таким образом, выражения (4), (5) совместно с (6) дают решение исходной задачи. Вблизи резонанса, когда  $\omega \approx kc \approx (k + k_0) v_z$ , получим из (6) более простое уравнение

$$v^4 + B I_0(v) K_0(v) = 0, \quad (7)$$

где

$$B = \frac{4I (kR)^4 \beta_{\perp}^2}{I_A \gamma \gamma_z^2}.$$

Физический интерес представляют только решения, для которых  $v_1 > 0$ ,  $v_2 < 0$ , где  $v_1 = \text{Re } v$ ,  $v_2 = \text{Im } v$ . Условие  $v_1 > 0$  означает, что фазовая скорость волны излучения меньше  $c$ , а условие  $v_2 < 0$  соответствует усилению вдоль  $z$ .

При больших  $B$ , используя асимптотические представления для  $I_0$  и  $K_0$ , получим

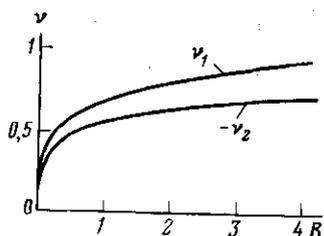
$$v \approx [\cos(\pi/5) - i \sin(\pi/5)] (B/2)^{1/5} \approx (0,81 - 0,59i) (B/2)^{1/5}. \quad (8)$$

В этом случае волноводные свойства трубчатого пучка проявляются сильно и излучение представляет собой поверхностную волну, экспоненциально спадающую при удалении от пучка. Инкремент неустойчивости волны излучения здесь пропорционален  $I^{2/5}$ , в то время как для объемных волн в широких электронных пучках он пропорционален  $I^{1/3}$ .

Решение уравнения (7) находилось численно методом последовательных приближений, где в качестве нулевого приближения использовалось (8) (см. рисунок).

В типичных лазерах на свободных электронах  $\beta_{\perp} \sim 1/\gamma$ , поэтому  $B \sim I \gamma^3 (R/l)^4$ , где  $I$  — ток в амперах.

Настоящая работа совместно с работой [3], в которой рассмотрено излучение в электронном слое конечной толщины, позволяет описать случай



трубчатого пучка с произвольной толщиной стенок  $\Delta R$ , причем относительная точность рассмотрения везде не хуже  $\Delta R/R$ .

При этом можно выделить три возможности. Если  $B^{1/5} \leq 1$ , то поперечный размер электромагнитной моды сравним с  $R$ , а структура поля определяется формулами (4), (5). Когда  $1 \ll B^{1/5} \ll R/\Delta R$  — поперечный размер электромагнитной моды мал по сравнению с  $R$  и велик по сравнению с  $\Delta R$ , в (4), (5) можно воспользоваться асимптотикой бесселевых функций, в этом случае результаты настоящей работы совпадают с результатами [3]. Наконец, если  $B^{1/5} \gg R/\Delta R$  — электромагнитное излучение сосредоточено в области шириной порядка  $\Delta R$ , рассматриваемая здесь модель пучка с бесконечно тонкими стенками несправедлива, однако можно воспользоваться моделью, предложенной в [3].

Автор выражает благодарность А. А. Коломенскому, Г. В. Мартиросяну, И. И. Паховому за обсуждение результатов работы.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Карбушев Н. И., Рухадзе А. А., Шаткус А. Д. // ЖТФ. 1984. 54. С. 534. [2] Moore G. T. // Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Res. 1985. A 239. P. 19. [3] Богданов Ю. И. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1988. 29, № 3. С. 92.

Поступила в редакцию  
01.06.88

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1989. Т. 30, № 1

УДК 621.373+532.517

## ПОВЕДЕНИЕ СИСТЕМЫ ЛОРЕНЦА ПРИ ПАРАМЕТРИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

Д. А. Грибков, Ю. И. Кузнецов

(кафедра физики колебаний)

Исследованы особенности синхронизации хаотических колебаний системы Лоренца при параметрическом воздействии. Показано существование степенной зависимости порогового значения глубины модуляции параметра от энтропии Колмогорова.

Известно, что синхронизация хаотических колебаний происходит вблизи характерных частот системы, начиная с некоторого ненулевого порогового значения амплитуды внешнего воздействия [1, 2], величина которого  $A_n$  связана с энтропией Колмогорова  $h$  степенной зависимостью:  $A_n = Ch^k$ , где  $k = 0,3 \pm 0,1$ ,  $C$  — масштабный множитель [3]. Этот результат является обоснованием использования амплитудного порога синхронизации в качестве меры хаоса при экспериментальных исследованиях. Однако в ряде динамических систем с хаосом экспериментальная реализация внешнего силового периодического воздействия может представлять определенные трудности и более доступным может оказаться параметрическое воздействие на систему.

В настоящем кратком сообщении исследуется возможность и некоторые особенности синхронизации хаотических колебаний в системе Лоренца при параметрическом воздействии. Методами численного эксперимента исследовалась следующая динамическая система:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -\sigma(x-y), \\ \dot{y} &= r(1+m \cos pt)x - y - xz, \\ \dot{z} &= xy - bz, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $x, y, z$  — динамические переменные,  $\sigma, r, b$  — параметры системы,  $m$  — глубина модуляции параметра ( $m \ll r$ ),  $p$  — частота параметрического воздействия.

На рисунке представлена часть областей синхронизации системы (1) при изменении параметров  $m$  и  $p$  ( $r=80$ ). Как и ожидалось, доминирующее положение занимает область, где отношение частоты  $p$  параметрического воздействия к минимальной