трубчатого пучка с произвольной толщиной стенок ΔR, причем относительная точность рассмотрения везде не хуже $\Delta R/R$.

При этом можно выделить три возможности. Если $B^{1/5} \lesssim 1$, то поперечный размер электромагнитной моды сравним с R, а структура поля определяется формулами (4), (5). Когда $1 \ll B^{1/5} \ll R/\Delta R$ — поперечный размер электромагнитной моды мал по сравнению с R и велик по сравнению с ΔR, в (4), (5) можно воспользоваться асимптотиками бесселевых функций, в этом случае результаты настоящей работы совпадают с результатами [3]. Наконец, если $B^{1/5} \gg R/\Delta R$ — электромагнитное излучение сосредоточено в области шириной порядка ΔR, рассматриваемая здесь модель пучка с бесконечно тонкими стенками несправедлива, однако можно воспользоваться моделью, предложенной в [3].

Автор выражает благодарность А. А. Коломенскому, Г. В. Мартиросяну, И. И. Пахомову за обсуждение результатов работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Карбушев Н. И., Рухадзе А. А., Шаткус А. Д.//ЖТФ. 1984. **54**. С. 534. [2] Moore G. T.//Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Res. 1985. **A 239**. P. 19. [3] Богданов Ю. И.//Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1988. **29**, № 3. С. 92.

Поступила в редакцию
01.06.88

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1989. Т. 30, № 1

УДК 621.373+532.517

ПОВЕДЕНИЕ СИСТЕМЫ ЛОРЕНЦА ПРИ ПАРАМЕТРИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

Д. А. Грибков, Ю. И. Кузнецов

(кафедра физики колебаний)

Исследованы особенности синхронизации хаотических колебаний системы Лоренца при параметрическом воздействии. Показано существование степенной зависимости порогового значения глубины модуляции параметра от энтропии Колмогорова.

Известно, что синхронизация хаотических колебаний происходит вблизи характерных частот системы, начиная с некоторого ненулевого порогового значения амплитуды внешнего воздействия [1, 2], величина которого $A_п$ связана с энтропией Колмогорова h степенной зависимостью: $A_п = Ch^k$, где $k = 0{,}3 \pm 0{,}1$, C — масштабный множитель [3]. Этот результат является обоснованием использования амплитудного порога синхронизации в качестве меры хаоса при экспериментальных исследованиях. Однако в ряде динамических систем с хаосом экспериментальная реализация внешнего силового периодического воздействия может представлять определенные трудности и более доступным может оказаться параметрическое воздействие на систему.

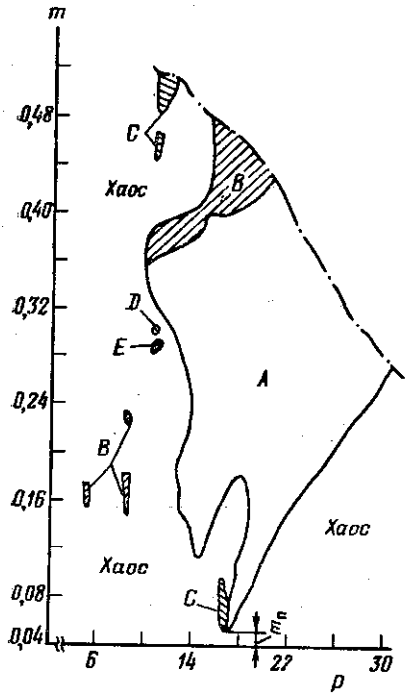
В настоящем кратком сообщении исследуется возможность и некоторые особенности синхронизации хаотических колебаний в системе Лоренца при параметрическом воздействии. Методами численного эксперимента исследовалась следующая динамическая система:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -\sigma(x-y), \\ \dot{y} &= r(1+m\cos pt)x - y - xz, \\ \dot{z} &= xy - bz, \end{aligned} \tag{1}$$

где x, y, z — динамические переменные, σ, r, b — параметры системы, m — глубина модуляции параметра r $(m \ll r)$, p — частота параметрического воздействия.

На рисунке представлена часть областей снхронизации системы (1) при изменении параметров m и p $(r=80)$. Как и ожидалось, доминирующее положение занимает область, где отношение частоты p параметрического воздействия к минимальной

частоте ω вынужденных колебаний равно двум. Эта область с $p/\omega=2$ имеет минимальную пороговую величину глубины модуляции $m_п$ (для $r=80$ $m_п=0{,}049$). К этой области примыкает меньшая по размеру область с $p/\omega=4$, для которой $m_п$ близко к значению минимального порога глубины модуляции области с $p/\omega=2$. Следует отметить, что основную долю областей синхронизации занимают области, где p/ω равно четному числу или единице. Можно предположить, что этот факт определяется симметрией аттрактора системы Лоренца в фазовом пространстве динамических переменных. Была найдена область, где $p/\omega=3$, но ее размер мал, а синхронный режим крайне чувствителен к изменению начальных условий.



Области синхронизации: $p/\omega=2$ (A), 1 (B), 4 (C), 3 (D), 8 (E); $m_п$ — пороговая глубина модуляции

Изучение эволюции фазового портрета неавтономной системы (1) позволяет сделать вывод, что переход от регулярного режима в областях синхронизации к хаотическому вне этих областей осуществляется в результате нарушения фазовых соотношений между параметрическим воздействием и колебаниями системы. При переходе наблюдается образование и разрушение инвариантного тора.

В соответствии с общей методикой, описанной в работе [3], исследована зависимость минимальной пороговой глубины модуляции $m_п$ области с $p/\omega=2$ от энтропии Колмогорова h. Было получено, что имеет место степенная зависимость:

$$m_п=Ch^k,$$

где C — масштабный множитель, $k=0{,}23\pm0{,}11$, что в пределах ошибок не противоречит результатам работы [3]. Следует отметить, что пороговые значения $m_п$ малы. Это обстоятельство вносит определенные трудности в нахождение более точного значения показателя степени k.

Существование степенной зависимости порогового значения глубины модуляции $m_п$ от энтропии Колмогорова h при параметрической синхронизации дает возможность использовать величину $m_п$ в качестве меры хаоса при экспериментальных исследованиях.

В заключение авторы выражают благодарность А. С. Дмитриеву за дружескую помощь при выполнении данной работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Дудник Е. Н., Кузнецов Ю. И., Минакова И. И., Романовский Ю. И.//Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1983. 24, № 4. С. 84. [2] Кузнецов Ю. И., Мигулин В. В., Минакова И. И., Сильнов Б. А.//ДАН СССР. 1984. 275, № 6. С. 1338. [3] Кузнецов Ю. И., Ланда П. С., Ольховой А. Ф., Перминов С. М.//Там же. 1985. 281, № 2. С. 291.

Поступила в редакцию
01.07.88